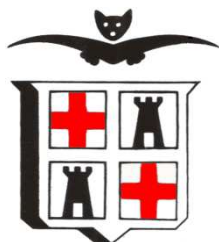


Scuola di speleologia di Cagliari della CNSS-SSI



Speleo Club di Cagliari

L'elasticità nelle corde speleo-alpinistiche

Paolo Salimbeni



**Comitato
Esecutivo
Regionale
Sardegna**

**Commissione
Nazionale
Scuole
di Speleologia**



Edizione 7EA08

Testi Tecnici

Prima edizione
Ultima edizione

06 / 2014
08 / 2026



Prefazione

Nell'ambiente speleologico, come, peraltro, anche in certuni altri ambienti, si sente parlare, molto spesso, e di corde statiche e di corde dinamiche e di coefficiente di elasticità; non sempre, per contro, chi ne disquisisce ha le idee chiare.

In questa dispensa si cerca di chiarire ed alcuni concetti ed alcuni aspetti legati all'elasticità; si forniscono, poi, le principali nozioni matematiche idonee ad una loro più profonda comprensione.

Si discutono, inoltre, alcuni aspetti particolari, legati alle variazioni d'elasticità, che alcuni fenomeni inducono sulle corde.

Si presentano, infine, peculiari aspetti di alcuni tipi di armo, mostrando i metodi analitici con i quali si possono calcolare sia le sollecitazioni, cui sono sottoposti gli ancoraggi, sia le tensioni che si generano sulla corda o su una sua parte.

Ora siamo arrivati alla quarta edizione, con alcune aggiunte e qualche affinamento.

Ringraziamenti

Un ringraziamento particolare all'amico **PAOLO DESOGUS** che lette le bozze, quasi definitive, del lavoro, lo ha *benevolmente criticato* sia indicandomi e sviste e lacune sia fornendomi ed osservazioni e consigli.

Per la seconda edizione, hanno e facilitato e sostenuto il riesame, con utili e valutazioni e rilievi e apporti, gli amici: **CLAUDIO CONTU**, **PIERPAOLO CORONA** (Pippi), **PAOLO DESOGUS** (in rigoroso ordine alfabetico per *nome*).

Rivolgo, inoltre, un doveroso, ma soprattutto sentito ringraziamento a **GONARIO CARTA BROCCA**, egregio cultore e della storia e delle tradizioni e della lingua dorgalesi, che si è prestato, benevolmente, a tradurre, nel suo amato idioma, un mio *scherzoso chiarimento*.

L'Autore

L'Autore sarà grato a tutti coloro che gli segnaleranno eventuali od *errori* od *imprecisioni* (sono graditi anche e *consigli* ed *opinioni*).

Paololuigi Salimbeni via P. Cavarò, 73 09131 Cagliari
cellulare.: +39 3493897629
e-mail: p.salimba@gmail.com

Questa ed altre dispense, sempre dello stesso Autore, nel sito di **Paolo Salimbeni** «<http://www.paolosalimbeni.it>»; vedi in: **Dispense**.

Dello stesso Autore, e nel medesimo sito, alcune presentazioni in **PowerPoint**; vedi in: **Presentazioni**.



Paolo Salimbeni

Copyright © Paolo Salimbeni

Tutti i diritti sono riservati, a norma di legge ed a norma delle convenzioni internazionali; nessuna parte dell'opera può essere riprodotta, tradotta o diffusa, in qualsiasi forma o sistema (per fotocopia, microfilm, supporti magnetici, o qualsiasi altro procedimento), o rielaborata o trasmessa, con l'uso di sistemi elettronici, senza l'autorizzazione scritta dell'autore. . . . **o no ?!**

All rights reserved, no part of this book may be reproduced, who may quote brief passages or reproduce illustrations in un review with appropriate credit; nor ay any part of this book be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means electronic, photocopying, recording, or other without permission in writing from the Author. . . . **or not ?!**

L'elasticità nelle corde speleo-alpinistiche

Premessa

I dati e le informazioni sul comportamento dei corpi elastici reali (corde) sono, in massima parte, quelli ricavati e pubblicati dal **Laboratorio Prove Materiali del Centro Nazionale di Speleologia "Monte Cucco" (CTM)**; ad esso rivolgo il mio plauso.

Osservazioni preliminari

Dovrei iniziare con la descrizione delle corde speleo-alpinistiche, i materiali di cui sono costituite, le loro caratteristiche principali, ma ne ho già ampiamente parlato nella dispensa [La Corda e i Nodi nella pratica speleologica nel sito «<http://www.paolosalimbeni.it>»], per cui, per non dovermi ripetere, rimando il lettore, per quest'argomento, a quest'altra dispensa.

Una mia scelta

In questa dispensa, come nelle mie precedenti, ho usato il **Sistema Internazionale (SI)**, adottato nel 1960 dall'undicesima **Conferenza Generale dei Pesi e Misure (XI CGPM)**, e successive e variazioni ed ampliamenti, basato su sette unità di misura: metro, chilogrammo, secondo, ampere, kelvin, mole, candela; contrariamente, però, a quanto seguito in precedenza, in questa dispensa vi è una novità, almeno per quanto mi riguarda.

In Italia il «**SI**» richiede, sino dagli anni 2000, che, come separatore tra parte intera e parte decimale, si usi la *virgola*, mentre per dividere un numero a gruppi di tre cifre, uno *spazio*; nel 2003 il **XXII CGPM** concesse di usare il punto nei testi in lingua inglese.

La seconda direttiva l'ho sempre rispettata, sviste a parte, la prima, considerata la diffusione sia delle *calcolatrici* sia dei *calcolatori* (anche dei *tablet*), che usano il punto e non la virgola, mi sembrava un poco anacronistica e credevo in un rapido ravvedimento che, però, non c'è stato; ora, per contro, ho deciso di rispettarla.

Relazioni fondamentali

Nel caso della caduta di una massa «*m*»:

$$P = m \cdot g \quad [\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$$

$$L = P \cdot g \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}]$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}]$$

Sapendo che la velocità finale «*v*», di una massa «*m*» che cade da un'altezza «*h*», è:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

Si ha:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot h \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}]$$

Da cui:

$$E_c = P \cdot h$$

$$\text{ed è anche: } E_c = -E_p$$

In cui: *m* = massa del grave, espressa in *chilogrammi* (kg) (la massa è indicata con una «*m*» scritta in corsivo, attenti a non confonderla col simbolo del metro, indicato con «*m*» - *P* = peso del grave di massa «*m*», espresso in *newton* (N) (nel sistema tecnico, il peso è espresso in chilogrammi, ma, a noi, interessa esprimerlo come una forza) - *g* = accelerazione di gravità, espressa in *metri al secondo al quadrato* ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$) - *L* = lavoro compiuto dal peso «*P*» che cade da un'altezza «*h*», espresso in *joule* (J) - *E_c* = energia cinetica acquistata dal grave durante la caduta lungo «*h*», espressa in *joule* (J) - *E_p* = energia potenziale persa dal grave durante la caduta lungo «*h*», espressa in *joule* (J).

Precisazioni

Fra parentesi quadre sono state riportate le equazioni dimensionali.

Unità di forza

L'unità di misura della forza è il *newton* (N), e, sulla Terra, è pari a:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg}(\text{peso}) \cdot 9,81(\text{accelerazione di gravità})$$

$$\text{e viceversa: } 1 \text{ kg}(\text{peso}) = 1 \text{ N} \cdot 0,102(\text{reciproco accelerazione di gravità})$$

Spesso si utilizza il *decanewton* (daN), per cui: $1 \text{ daN} = 0,981 \text{ kg}(\text{peso})$

$$\text{e viceversa: } 1 \text{ kg}(\text{peso}) = 1,019 \text{ daN}$$

Nella maggior parte dei casi, per contro, si può considerare: $1 \text{ daN} = 1 \text{ kg}(\text{peso})$

Il *joule* (J) è l'unità di misura e dell'energia e del lavoro e del calore, ed è pari a:

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ kg}(\text{peso}) \cdot \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ s}^2} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ kg}(\text{peso}) \cdot \frac{1 \text{ m}^2}{1 \text{ s}^2}$$

Il coefficiente d'elasticità

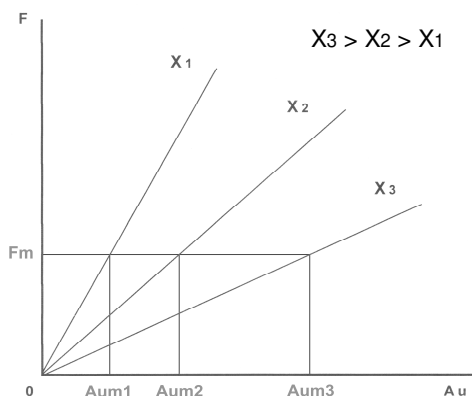
Definizione

Il **coefficiente d'elasticità** «X» è il rapporto fra l'allungamento unitario, subito da un elemento elastico (ad esempio una corda *speleo-alpinistica*), e la forza che l'ha prodotto:

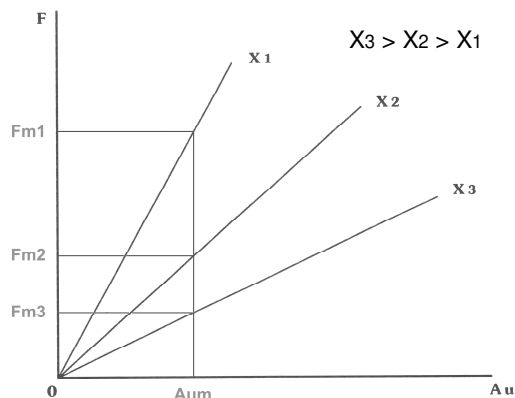
$$X = \frac{Au}{F} = \frac{A}{F \cdot lc} \quad [N^{-1}] \quad (\text{od anche } «s^2 \cdot m^{-1} \cdot kg^{-1}»)$$
 [01]

In cui: X = coefficiente d'elasticità, espresso in *newton alla meno uno* (N^{-1}) – Au = allungamento unitario (rapporto fra l'allungamento totale effettivo e la lunghezza della corda), *grandezza adimensionale* – F = forza applicata, espressa in *newton* (N) – A = allungamento totale effettivo, espresso in *metri* (m) – lc = lunghezza della corda, espressa in *metri* (m).

Trattazione



[fig. 01a]



[fig. 01b]

Nella [fig. 01a] vi sono presenti tre curve: X1, X2, X3, che caratterizzano corde con altrettanti differenti coefficienti di elasticità; l'asse delle ascisse rappresenta l'allungamento unitario «Au», mentre l'asse delle ordinate rappresenta la forza applicata «F».

Possiamo notare che per una medesima forza «F», le corde, con differenti coefficienti d'elasticità, subiscono differenti allungamenti unitari; le corde con coefficiente d'elasticità maggiore (più dinamiche) subiscono allungamenti unitari «Au» maggiori.

Osservazioni

Nei diagrammi sia di [fig. 01a] sia di [fig. 01b], la curva «X3» rappresenta un elemento elastico con un coefficiente d'elasticità maggiore di quello rappresentato nella curva «X2», che a sua volta rappresenta un elemento elastico con un coefficiente d'elasticità maggiore di quello rappresentato nella curva «X1».

Nella [fig. 01b] vi sono presenti tre curve: X1, X2, X3, che caratterizzano corde con altrettanti differenti coefficienti di elasticità; l'asse delle ascisse rappresenta l'allungamento unitario «Au», mentre l'asse delle ordinate rappresenta la forza applicata «F».

Possiamo notare che per produrre lo stesso allungamento unitario, si devono applicare, alle corde, con differenti coefficienti d'elasticità, forze differenti; alle corde con coefficiente d'elasticità minore (più statiche) si deve applicare una forza «F» maggiore, alle corde con coefficiente d'elasticità maggiore (più dinamiche) si deve applicare una forza «F» minore.

Dalla [01] possiamo derivare le seguenti equazioni:

$$F = \frac{Au}{X} = \frac{A}{X \cdot lc} \quad [N]$$
 [02]

$$Au = F \cdot X \quad [\text{adimensionale}]$$
 [03]

$$A = F \cdot X \cdot lc \quad [m]$$
 [04]

$$lc = \frac{A}{F \cdot X} \quad [m]$$
 [05]

Esempio

Prendiamo in esame la corda **Beal Spelenium** Ø = 10 mm che, sottoposta ad un carico di «P = 150 kg», presenta un allungamento percentuale di «A% = 4,1%», equivalente ad un allungamento unitario di «Au = 0,041»; dalla [01] otteniamo:

$$X = \frac{Au}{P \cdot g} = \frac{0,041}{150 \cdot 9,81} = \frac{0,041}{1472} = 2,78 \cdot 10^{-5} N^{-1}$$

Precisazioni

Si è moltiplicato «150», carico applicato alla corda, espresso in *chilogrammi* (kg), per «9,81», accelerazione di gravità terrestre «g», per ottenere il carico «P» espresso in *newton* (N).

Osservazioni

Le curve e «X1» e «X2» e «X3», presenti nelle figure e [fig. 01a] e [fig. 01b], rappresentano *elementi elastici* ideali (teorici) caratterizzati da un coefficiente d'elasticità costante; quest'ultimo, infatti, non varia al variare della forza applicata, e, pertanto, al variare della tensione che si genera sull'elemento elastico, come, per contro, avviene nelle corde *speleo-alpinistiche* reali.

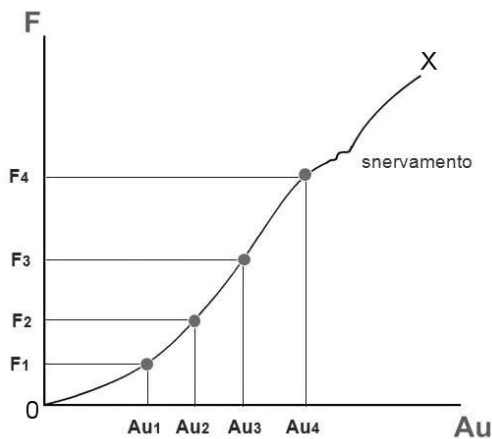
Coefficienti d'elasticità «X» ed allungamenti percentuali «A%»

Corde dinamiche Ø = 10 mm	$X = (4,0 + 8,0) \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$
Corde statiche (o semistatiche) Ø = 10	$X = (1,0 + 2,0) \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$
Cordini in Kevlar (o in Dyneema) Ø = 6	$X = (3,0 + 6,0) \cdot 10^{-6} \text{ N}^{-1}$
Moschettoni in acciaio (o in lega)	$X = (1,0 + 3,0) \cdot 10^{-8} \text{ N}^{-1}$
Corde dinamiche Ø = 10 mm	$A\% = (3,92\% + 7,84\%)$
Corde statiche (o semistatiche) Ø = 10	$A\% = (0,98\% + 1,96\%)$
Cordini in Kevlar (o in Dyneema) Ø = 6	$A\% = (0,29\% + 0,59\%)$
Moschettoni in acciaio (o in lega)	$A\% = (0,001\% + 0,003\%)$

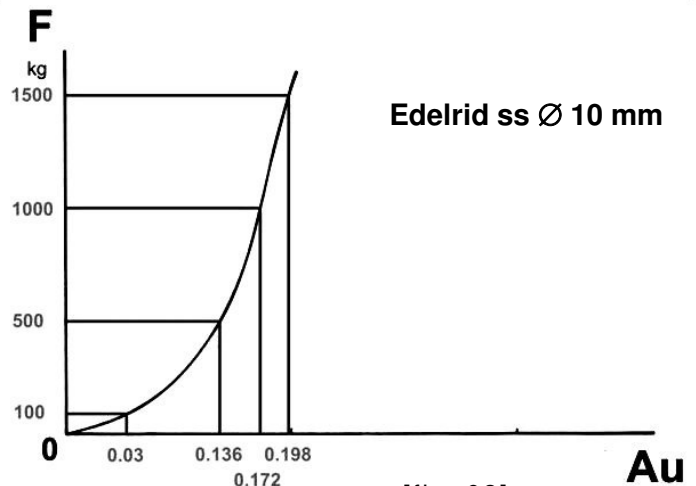
Prendiamo ora, in considerazione, un elemento elastico reale, nella fattispecie, una **generica** corda *speleo-alpinistica*; ancoriamola ad un estremo ed iniziamo, applicandole una forza crescente all'altro estremo, a tenderla lentamente [fig. 02].

Applicando, alla corda, una forza «F1», questa subirà un allungamento unitario pari ad «Au1», aumentando la tensione fino a «F2», questa subirà un allungamento unitario pari ad «Au2», e così via aumentando la tensione a «F3» e poi a «F4», la corda subirà un aumento della lunghezza unitaria rispettivamente di «Au3» ed infine di «Au4».

Se adesso uniamo i punti individuati dalle coppie forza-allungamenti unitari, ricaviamo una curva come la «0 X» chiamata **curva di carico** o **curva di trazione**.



[fig. 02]



[fig. 03]

Prendiamo, adesso, in considerazione una **ben specificata** corda *speleologica* reale, come la corda **Edelrid ss Ø = 10 mm** [fig. 03].

In questo caso si ha che applicando un peso (una forza) di «80 kg (≈784,8 N)» l'allungamento unitario risulta di «0,024» (non indicato in [fig. 03]).

Per un peso di «100 kg (≈981 N)» si ha un allungamento unitario di «Au = 0,03», per «500 kg (≈4 905 N)» si ha «Au = 0,136», per «1 000 kg (≈9 810 N)» si ha «Au = 0,172», ed infine per «1 500 (≈14 715 N)» si ha «Au = 0,198».

Calcoliamo ora il coefficiente d'elasticità «X» per ogni carico:

$$X_{80} = \frac{0,025}{80 \cdot 9,81} = 3,18 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

$$X_{100} = \frac{0,03}{100 \cdot 9,81} = 3,06 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

$$X_{500} = \frac{0,136}{500 \cdot 9,81} = 2,77 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

$$X_{1\,000} = \frac{0,172}{1\,000 \cdot 9,81} = 1,75 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

$$X_{1\,500} = \frac{0,198}{1\,500 \cdot 9,81} = 1,35 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

Possiamo notare come, nelle corde *speleo-alpinistiche* (elementi elastici reali), il coefficiente di elasticità «X» vari al variare della forza applicata «F», e, precisamente, diminuisca all'aumentare del carico; maggiore è la pendenza della curva di funzione: $F = f(Au)$, in un suo punto, minore è il valore del coefficiente d'elasticità.

Osservazioni

Quanto detto rende conto del motivo per cui alla base di un pozzo di trenta metri, per salire, dobbiamo recuperare tanta corda, molta più corda di quella che avevamo previsto, considerando l'elasticità «Xd» conosciuta della corda, ricordando che è una corda statica.

Con un peso di «80 kg» la sua elasticità è di « $3,18 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$ », per cui, prima di entrare in tensione, la corda dovrà allungarsi di:

$$A = F \cdot X \cdot l_c = 80 \cdot 9,81 \cdot 3,18 \cdot 10^{-5} \cdot 30 = 0,75 \text{ m}$$

La prova precedente è stata interrotta ad un valore massimo di « $F_m = 1\,500 \text{ kg}$ »; se si fosse proseguito nell'aumentare il carico, in un esperimento con campione non annodato, la corda avrebbe, infine, raggiunto il limite dello snervamento come in [fig. 02].

Forse, precedentemente, non si è posta sufficiente attenzione nel sottolineare che, il coefficiente d'elasticità «X» variabile, proprio delle corde *speleo-alpinistiche*, introdurrebbe una notevole complessità nei calcoli necessari a ricavare la forza massima di shock « F_m » che una sollecitazione dinamica provocherebbe sulla corda.

Si cercherà, pertanto, di ovviare a questo inconveniente ed utilizzando un approccio differente al problema, ed avvalendoci soprattutto di dati reali, registrati in prove sperimentali.

Se è vero, infatti, che la corda è un manufatto complesso in cui, durante una sollecitazione impulsiva, si verificano altri e vari ed articolati fenomeni fisici, è vero, anche, che rinunciando in parte alla precisione possiamo drasticamente semplificare il problema; il metodo per ottenere tale semplificazione lo analizzeremo poco più avanti (vedi: *Valutazione del valore del coefficiente d'elasticità dinamico*, pagina 9).

Osservazioni

Il **modulo d'elasticità**, qui presentato, non deve essere confuso col **modulo di Young**, valido esclusivamente per elementi omogenei e definito dallo stesso **Thomas Young** (1773-1829) come: «Il modulo dell'elasticità di una qualsiasi sostanza è una colonna della stessa sostanza, in grado di riprodurre una pressione alla sua base che sta al peso che causa un certo grado di compressione come la lunghezza della sostanza sta alla diminuzione della sua lunghezza.».

Successivamente, il **modulo di Young** è stato espresso in una moderna forma matematica, facendo uso dei concetti e di sforzo e di deformazione di **Augustin-Louis Cauchy** (1789-1857), da **Claude-Louis-Marie-Henry Navier** (1785-1836).

In formula:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F}{A \cdot \varepsilon} = \frac{F \cdot l_0}{A \cdot \Delta l} \quad [\text{N} \cdot \text{m}^{-2}]$$

In cui: E = modulo di Young o modulo di elasticità longitudinale - σ = sforzo (pressione) esercitato dalla forza «F» sulla superficie «A», espresso in *pascal* ($\text{Pa} = \text{N} \cdot \text{m}^{-2}$) - F = forza, espressa in *newton* (N) - A = superficie, espressa in *metri al quadrato* (m^2) - ε = deformazione, è una *grandezza adimensionale* uguale a « $\Delta l/l_0$ », spesso la si esprime in *percentuale* (%), cioè la variazione di lunghezza « Δl » della lunghezza iniziale « l_0 ».

Possiamo pertanto definire l'*elasticità* come la proprietà che, in differente misura, hanno tutte e le sostanze ed i corpi materiali di subire, sotto l'azione di determinate forze esterne, deformazioni che scompaiono o più o meno completamente, a seconda dell'intensità degli sforzi, al cessare della sollecitazione.

Caduta di un grave verticalmente

Esaminiamo la caduta di un grave, vincolato ad una corda *speleo-alpinistica*, con traiettoria verticale lungo la retta passante per il punto di ancoraggio della corda.

Colleghiamo una massa «*m*», di peso «*P*», ad una corda, di lunghezza «*lc*», collegata, a sua volta, ad un punto di ancoraggio; lasciamo ora cadere la massa «*m*» lungo la retta verticale passante per il punto di ancoraggio della corda [fig. 04].

In una prima fase, la massa «*m*» cade da un'altezza «*h*» fino a mettere in tensione la corda di lunghezza «*l*»; in una seconda fase l'energia posseduta dal grave (energia cinetica pari all'energia potenziale persa) è trasformata in energia elastica della corda, mediante il suo allungamento «*am*».

Raggiunto l'allungamento massimo «*am*», si raggiunge anche la forza massima «*Fm*», detta anche **forza di shock**, uguale in ciascun punto della corda; da quanto detto, si evince che la «*Fm*» dipende da: l'altezza di caduta «*h*», la lunghezza della corda «*l*», il coefficiente d'elasticità dinamico «*Xd*», il peso del grave «*P*».

[fig. 04]

Riepiloghiamo i parametri incontrati:

<i>m</i>	massa che cade (grave)
<i>P</i>	peso del grave (espresso in newton)
<i>lc</i>	lunghezza iniziale della corda
<i>am</i>	allungamento massimo
<i>Fm</i>	forza massima (forza di shock)
<i>L</i>	lavoro di allungamento della corda (al termine della sollecitazione)
<i>Ec</i>	energia cinetica acquistata dal grave durante la caduta lungo « <i>h</i> »
<i>Ep</i>	energia potenziale persa dal grave per effetto dell'allungamento « <i>am</i> »

Analizziamo ora il fenomeno della caduta di un grave, nelle condizioni suddette, dal punto di vista energetico.

Il lavoro totale d'allungamento «*Lt1*», di una corda, è la somma dell'energia cinetica «*Ec*», posseduta dal grave al termine della prima fase, e l'energia potenziale «*Ep*» persa dal grave per effetto dell'abbassamento dovuto all'allungamento «*am*» della corda.

Abbiamo pertanto:

$$Lt1 = Ec + Ep$$

Sapendo che:

$$Ec = P \cdot h \quad [N \cdot m]$$

$$Ep = P \cdot am = P \cdot Xd \cdot lc \cdot Fm \quad [N \cdot m]$$

Si può scrivere:

$$Lt1 = P \cdot h + P \cdot X \cdot lc \cdot Fm \quad [N \cdot m]$$

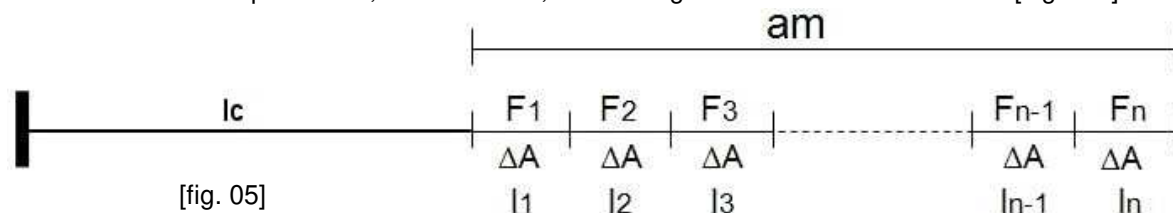
Osservazioni

Teniamo presente questa equazione, perché rappresenta un **primo metodo** per calcolare il lavoro totale; in seguito sarà ripresa in esame, indicandola proprio come il **primo metodo**.

Ancora una volta, purtroppo, stiamo considerando il coefficiente d'elasticità «*X*» come una costante, ma ancora una volta si deve rilevare che non lo è.

Parimenti si possono raggiungere gli stessi risultati sottoponendo la corda di lunghezza «*lc*» ad una trazione lenta fino a generare, sulla corda stessa, sia una forza massima «*Fm*» sia un allungamento massimo «*am*», pari a quelle prodotte dalla sollecitazione dinamica.

Ipotizziamo che la corda sia ancorata ad un estremo, mentre, sull'altro, agisca una forza «*F*» crescente fino a produrre, sulla corda, un allungamento massimo «*am*» [fig. 05].



Dividiamo l'allungamento massimo «*am*» in «*n*» frazioni «*ΔA*», di uguale lunghezza, nei quali ipotizziamo, in una prima analisi semplificativa, che la forza «*F1*» si mantenga costan-

te per tutto il tratto «l1», la forza «F2», diversa dalla «F1», si mantenga costante per tutto il tratto «l2» . . . la «Fn» si mantenga costante per tutto il tratto «ln».

In ogni tratto «ΔA» il lavoro di deformazione (allungamento) sarà:

$$L_1 = F_1 \cdot \Delta A$$

$$L_2 = F_2 \cdot \Delta A$$

$$L_3 = F_3 \cdot \Delta A$$

$$- - - - -$$

$$L_{n-1} = F_{n-1} \cdot \Delta A$$

$$L_n = F_n \cdot \Delta A$$

Per cui, il lavoro globale di deformazione sarà dato dalla:

$$L_{t2} = F_1 \cdot \Delta A + F_2 \cdot \Delta A + F_3 \cdot \Delta A - - - - F_{n-1} \cdot \Delta A + F_n \cdot \Delta A$$

Dalla quale, utilizzando l'appropriata notazione matematica, si ha:

$$L_{t2} = \sum_{j=1}^n F_j \cdot \Delta A$$

Si era ipotizzato che la forza di trazione rimanesse costante lungo ogni tratto «ΔA», ma quest'affermazione, solo approssimata, è tanto più vera quanto maggiore è il numero di suddivisioni dell'allungamento poiché, tanto più brevi sono i tratti «ΔA», tanto più è vero che in ciascuno di essi la forza si mantiene costante.

Nel caso limite di «n → ∞» (*enne* tendente all'infinito) l'affermazione che la forza resta costante, all'interno di ogni tratto «ΔA», diviene vera; la soluzione si ottiene mediante il calcolo integrale:

$$L_{t2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n F_j \cdot \Delta A = \int_0^{F_m} F_m \cdot dA$$

In cui: Fm = forza massima necessaria a produrre l'allungamento massimo «Am», espressa in *newton* (N) – Am = allungamento massimo, espresso in *metri* (m).

Dall'equazione [04] (pag. 4), riadattata: $A = X \cdot l_c \cdot F_m$

Si ha: $dA = X \cdot l_c \cdot dF_m$

Pertanto si può scrivere:

$$L_{t2} = \int_0^{F_m} X \cdot l_c \cdot F_m \cdot dF_m$$

La quale, una volta integrata, diviene:

$$L_{t2} = \frac{1}{2} \cdot X \cdot l_c \cdot F_m^2$$

Abbiamo così ottenuto il lavoro totale «Lt» seguendo due metodi differenti che, però, devono fornire lo stesso risultato; possiamo, pertanto, uguagliare il valore ottenuto col **primo metodo** con quello ottenuto col **secondo metodo**:

$$L_{t1} - L_{t2} = 0 \quad [06]$$

Per cui si ha:

$$\frac{1}{2} \cdot X \cdot l_c \cdot F_m^2 - P \cdot X \cdot l_c \cdot F_m - P \cdot h = 0$$

Risolvendo l'equazione di 2° grado e tralasciando la soluzione non compatibile con la realtà, si ottiene:

$$F_m = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{X \cdot l_c}} \quad [N] \quad [07]$$

In cui: Fm = forza massima di shock, espressa in *newton* (N) – P = peso del grave, espresso in *newton* (N) – h = altezza di caduta, espressa in *metri* (m) – X = coefficiente di elasticità, espresso in *newton alla meno uno* (N⁻¹) – lc = lunghezza della corda, espressa in *metri* (m).

L'allungamento massimo «Am», che avviene in concomitanza con la forza massima «Fm» (forza di shock) è dato dalla:

$$A_m = X_d \cdot l_c \cdot \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l_c}} + X_d \cdot l_c \cdot P \quad [m] \quad [08]$$

Valutazione del valore del coefficiente d'elasticità dinamico

Nel tentativo di utilizzare un **coefficiente d'elasticità** «X» non variabile, sia per semplificare le equazioni sia per velocizzare le operazioni, è da scartare l'ipotesi di assumere il valore medio dei coefficienti d'elasticità «X», calcolato, ad esempio, ad intervalli regolari della forza massima «Fm»; si deve, pertanto, ricorrere a qualche altro espediente.

I dati registrati, nelle diverse prove, portano a concludere che una corda *speleo-alpinistica* è caratterizzata da due differenti intervalli che contraddistinguono altrettanti valori dei coefficienti d'elasticità «X»; il primo, attivo nell'intervallo di «0 kg ≤ Fm ≤ 400 kg», è caratterizzato da valori più alti, di «X», che variano significativamente nell'intervallo considerato, il secondo, attivo nell'intervallo di «400 kg ≤ Fm ≤ 1 800 kg», è caratterizzato da valori più bassi, di «X», che variano poco nell'intervallo considerato (vedi: *Il coefficiente d'elasticità*, pag. 4; vai, però, alla [fig. 02], pagina 5).

La constatazione che nelle normali cadute speleo si registrano generalmente forze massime comprese nell'intervallo fra i «400 kg» ed i «1 800 kg», fa propendere la scelta verso il corrispettivo valore della «X».

Si può, infine, ricorrere all'equazione [07] (pag. 8), che abbiamo e trovato ed esaminato nel precedente paragrafo (vedi: *Caduta di un grave verticalmente*, pagina 7), la quale, elaborata opportunamente:

$$F_m = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{X \cdot 1}} \quad F_m = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P}{X} \cdot F_c}$$

$$(F_m - P)^2 = P^2 + \frac{2 \cdot P}{X} \cdot F_c \quad F_m^2 - 2 \cdot F_m \cdot P + P^2 = P^2 + \frac{2 \cdot P}{X} \cdot F_c$$

$$\text{ci fornisce la:} \quad X_d = \frac{2 \cdot P}{F_m \cdot (F_m - 2 \cdot P)} \cdot F_c \quad [N^{-1}]$$

Possiamo, pertanto, ottenere il valore di quello che, d'ora in poi, chiameremo **coefficiente d'elasticità dinamico**, che per distinguerlo, dal coefficiente d'elasticità generico «X», indicheremo con «Xd», calcolandolo in funzione della forza massima di shock «Fm» generata dalla percussione di un peso rigido «P = 80 kg (≈784,8 N)» che cade con fattore di caduta «Fc = 1».

Esempio

Utilizzando una corda statica nuova, ad esempio la **Edelrid ss Ø = 10 mm**, si ricava, dall'equazione [07] (pag. 8), che a causa della sollecitazione prodotta da un grave del peso di «80 kg», che cade con un fattore di caduta «Fc = 1», una forza massima, ricavata sperimentalmente, pari a: Fm = 1 300 kg.

Sapendo che:

$$80 \text{ kg} = 80 \cdot 9,81 = 784,8 \text{ N}$$

$$1\,300 \text{ kg} = 1\,300 \cdot 9,81 = 12\,753 \text{ N}$$

Inserendo questi dati nell'equazione appena presentata, si ottiene, per il coefficiente d'elasticità dinamico «Xd», il valore di:

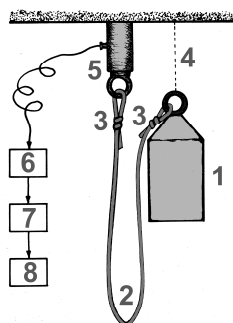
$$X_d = \frac{2 \cdot 784,8}{12\,753 (12\,753 - 2 \cdot 784,8)} \cdot 1 = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

Che è quello che noi utilizzeremo in seguito.

Tutti i coefficienti d'elasticità dinamici «Xd», considerati nel seguito, sono stati ottenuti e informandosi allo stesso ragionamento concettuale e ricavando gli stessi dati sperimentali e seguendo lo stesso procedimento analitico.

Sollecitazioni dinamiche su corde speleo-alpinistiche

Le speculazioni teoriche, purtroppo, resterebbero mere ipotesi se non fossero confermate dalle prove sperimentali; al **Centro Nazionale di Speleologia "M. Cucco"** si utilizza un dinamometro elettronico per ottenere conferme alle previsioni teoriche.



- 1 Grave (peso)
- 2 Campione di corda
- 3 Nodi
- 4 Sganciamento
- 5 Cella di carico
- 6 Amplificatore
- 7 Memoria
- 8 Registratore

[sc. 01]

Lo schema dell'apparato è rappresentato in [sc. 01]; l'esperienza della «*prova di caduta*» consiste nel far cadere un certo peso rigido «P», collegato con una corda, tramite dei nodi, alla cella di carico, da una data altezza «h», e con un certo fattore di caduta «Fc».

Il grafico teorico che si ricaverebbe, dall'esperienza della percussione di un corpo elastico ideale, è del tipo indicato in [fig. 06] nella quale la superficie in grigio, sottesa alla curva, è equivalente all'impulso totale ed è, pertanto, equivalente alla quantità di moto totale prodotta nell'esperienza.

In questo grafico sono indicate, nelle ordinate le forze «Fm», nelle ascisse i tempi «t».

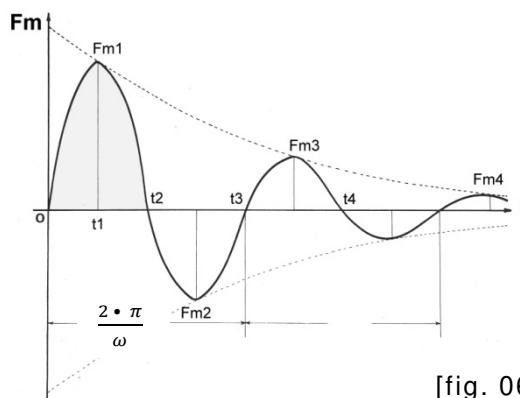
Mentre l'elemento elastico

si allunga, a causa di una sollecitazione impulsiva, dovuta alla caduta di un grave vincolato ad un campione di corda ideale, cresce la forza «Fm» fino a quando, dopo un certo tempo «t1», la «Fm» raggiunge il suo massimo valore, in coincidenza dell'allungamento massimo «Fm1» (primo *quarto d'onda*); a questo punto la forza «Fm» tende a diminuire fino ad annullarsi, dopo un tempo «t2», e la lunghezza del campione tende a riprendere le sue dimensioni iniziali (secondo *quarto d'onda*).

Il grave, per inerzia, continua però a salire e la corda diviene lasca; questa fase dovrebbe essere rappresentata dalla seconda semionda negativa che sottende l'area in bianco (quella col vertice «Fm2» verso il basso) che però non può essere registrata dalla cella di carico e, pertanto, in effetti non esiste.

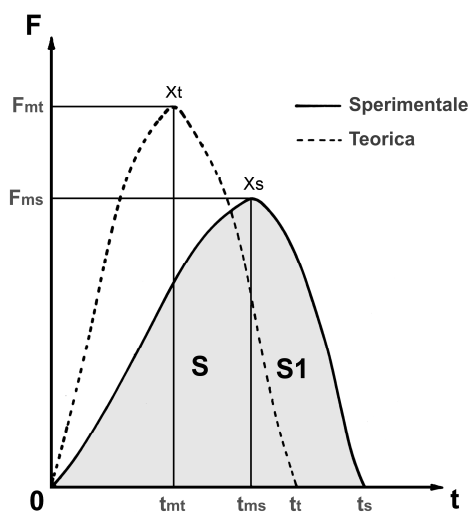
Il grave, poi, ricade, producendo un'altra semionda positiva «t3 Fm3 t4» (con un valore della «Fm» minore a causa dell'energia dissipata nel precedente processo), risale e ricade ancora (provocando una semionda con un valore ancora minore), e continua ancora ed ancora, fino a fermarsi.

In tutti i grafici che seguiranno verrà rappresentata, per contro, solo la prima semionda positiva, quella indicata in grigio in [fig. 06].



[fig. 06]

Funzione: $F = f(t)$



[fig. 07]

La curva di [fig. 06] rappresenta una curva teorica; ma in realtà, a causa dei processi di cui si parlerà, dettagliatamente, nel paragrafo seguente (vedi oltre: *Curve di carico-scarico*, pagina 12), la curva reale subisce una deformazione che andiamo ad analizzare.

La [fig. 07] rappresenta sia la curva teorica «0 Xt t1» (già presentata come «0 Fm1 t2» in [fig. 06]) sia la curva reale «0 Xs ts» registrata dalla cellula di carico, del dinamometro elettronico, a seguito di una prova di caduta di un peso «P» su di una determinata corda.

Mentre la curva teorica «0 Xt t1» è simmetrica rispetto all'asse «Xt tmt», la curva reale «0 Xs ts» è, per contro, asimmetrica rispetto all'asse «Xs tms»; la causa va ricercata sia nell'assorbimento di energia elastica, dovuta alla strizione dei nodi, sia nella dissipazione di energia e plastica e per attriti, da parte della corda, durante il suo allungamento dal punto iniziale «0» fino all'ordinata massima «Xs».

In questa prima fase sperimentale, caratterizzata

dalla curva «0 Xs», la corda subisce delle deformazioni permanenti che, in pratica, aumentano il coefficiente di elasticità, ed allungano il tempo reale «0 tms», in cui si svolge la trazione, rispetto a quello teorico «0 tmt».

Gli attriti, inoltre, originano un irrigidimento, della corda, che forza il sistema a terminare la seconda fase «Xs t_s» in un tempo più breve «tms ts», rispetto a quello teorico «tmt tt».

Nell'insieme, comunque, prevale l'effetto plastico per cui, in ultima analisi, il tempo totale reale di esecuzione della trazione «0 ts», si allunga rispetto al tempo totale teorico «0 tt».

Da osservare, inoltre, che nella fase di estensione della corda, si ha un ulteriore apporto di elasticità dovuta all'effetto, in alcuni casi non trascurabile, alla strizione dei nodi.

Alcune considerazioni

Se si trasmette impulsivamente una certa quantità di energia «L» ad un elemento elastico «C» (corda speleo-alpinistica) in esso si genererà una forza «F» gradualmente crescente, che produrrà allungamenti «A» via via maggiori, finché tutta l'energia non si sia completamente esaurita; in questo momento si raggiungerà sia la forza massima di shock «Fm» si l'allungamento massimo «Am».

Se si sottopone lo stesso elemento elastico «C» ad una lenta trazione con una forza «F» gradualmente crescente fino a raggiungere lo stesso valore di «Fm», al quale corrisponderà un uguale valore dell'allungamento massimo «Am», **la quantità di energia (o di lavoro) in gioco sarà puntualmente la stessa.**

Se ad un elemento elastico «C», viene applicata una forza «Fx», alla quale corrisponderà un allungamento «Ax», in ogni sezione di «C» si registrerà un'identica forza «Fx».

Se adesso variamo lentamente la forza «Fx», portandola al valore di «Fy», al quale corrisponderà un allungamento «Ay», il sistema attraverserà successivi stati di equilibrio tali da generare in ogni sezione di «C» una forza del valore «Fy».

Per contro, se variamo in modo repentino la forza «Fx», portandola, repentinamente, al valore di «Fy», si registreranno delle differenze nelle forze generate nelle varie sezioni di «C»; la tensione, infatti, si trasmette, lungo le sezioni dell'elemento elastico «C», per onde elastiche di velocità finita.

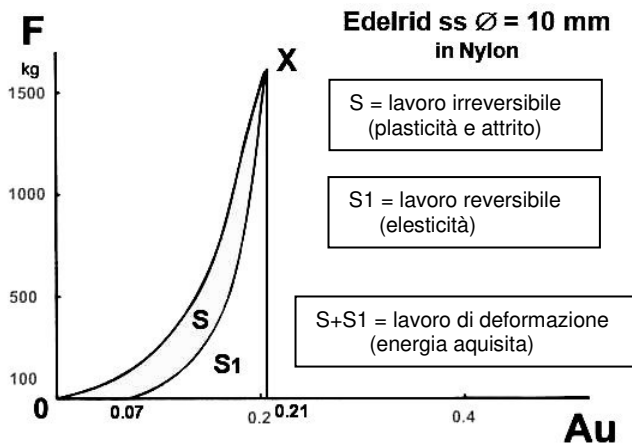
Queste differenze poi, in tempi brevi, si annullano ed in ogni sezione di «C» comparirà la stessa forza «Fy», a cui corrisponderà un allungamento della corda pari a «Ay».

Dobbiamo, però, tener presente che, entro i valori riscontrabili nella normale progressione speleologica, queste *anomalie*, sull'entità delle forze che si generano nelle varie sezioni dell'elemento elastico «C», sono affatto trascurabili.

Curve di Carico-scarico

Prendiamo sempre una corda reale e, ripetendo il procedimento seguito nella [fig. 03] (pag. 5) carichiamola lentamente fino ad imprimergli e una certa forza massima «Fm» e un certo allungamento unitario «Au».

Prendiamo una corda statica **Edelrid ss Ø = 10 mm**, di lunghezza «lc», ed applichiamo lentamente un carico fino a raggiungere il peso (una forza) di «P = 1 600 kg», registrando, nel nostro esempio un allungamento unitario pari a «Au = 0,21».



[fig. 08]

Eseguiamo ora il procedimento contrario, scaricandola lentamente fino a ridurre il peso (la forza) a zero, quindi «P = 0 kg» [fig. 08].

Durante questa seconda fase, la corda lentamente si accorcia, a ragione dell'alleggerimento del carico, ma non riprende mai la sua precedente lunghezza, restando un allungamento residuo unitario che nel nostro caso è di «0,07».

Come si è appena affermato, la superficie totale «StE», somma delle superfici «S» e «S1», rappresenta il lavoro assorbito dalla corda durante l'allungamento.

Nel fenomeno dell'allungamento, in funzione e della forza applicata e della velocità d'allungamento unitario, si producono, pertanto, trasformazioni sia reversibili (elastiche), sia irreversibili (plastiche); si generano, inoltre, all'interno sia della trama e delle fibre elementari e dei trefoli dell'anima sia dell'orditura dei fili della calza, degli attriti che dissipano energia sotto forma di energia termica.

La strizione dei nodi, inevitabilmente presenti, produce un'ulteriore dissipazione d'energia (lavoro) sia sotto forma di attriti sia sotto forma di deformazioni plastiche.

La dissipazione di energia, sia nella percussione sia nella trazione lenta, avviene secondo i seguenti processi:

elasticità
plasticità
attrito

Deformazioni reversibili (superficie S1)

elasticità	Elasticità strutturale
	Elasticità propria delle fibre elementari

Deformazioni irreversibili (superficie S)

plasticità	Snervamento delle fibre elementari
	Rottura delle fibre elementari
	Scorrimento delle fibre elementari
	Deformazione della struttura
	Strizione dei nodi
	Scorrimento della corda all'interno dei nodi
attrito	Interno
	Esterno

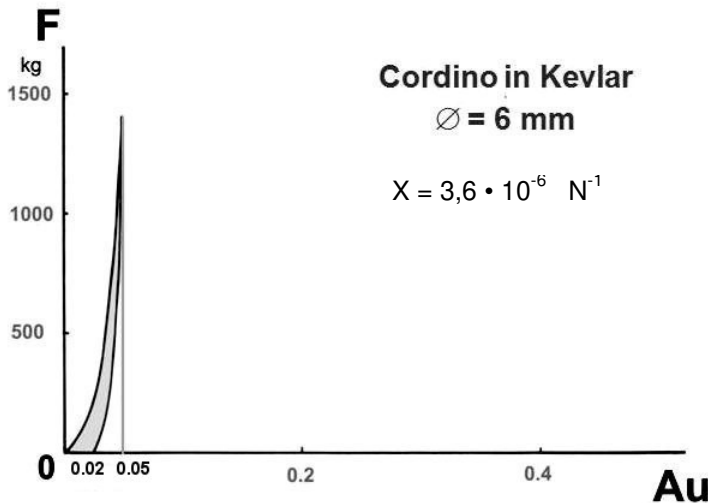
La superficie «S» rappresenta l'energia (il lavoro) relativa alle deformazioni irreversibili, mentre la superficie «S1» rappresenta l'energia relativa alle deformazioni reversibili.

Prendiamo ora, in esame, un cordino in **kevlar Ø = 6 mm** (decisamente più statico della corda **Edelrid ss Ø = 10 mm**) di lunghezza «lc», e appliciamogli lentamente un carico fino a raggiungere il peso (una forza) di «P = 1 425 kg», registrando, nel nostro esempio, un allungamento unitario pari a «Au = 0,05» [fig. 09].

Non si è raggiunto il valore di «P = 1 600 kg», dell'esperimento precedente perché il campione non avrebbe retto alla tensione.

Eseguiamo ora il procedimento contrario, scaricandola lentamente fino a ridurre il peso a zero, quindi «P = 0 kg».

Durante questa seconda fase, la corda lentamente si accorcia a ragione dell'alleggerimento del carico, ma, anche adesso, non riprende mai la sua precedente lunghezza, restando un allungamento residuo unitario, che nel nostro caso è di «0,02».



[fig. 09]

Come sappiamo, la superficie totale «StK», somma della superficie in grigio, che rappresenta l'energia (il lavoro) relativa alle deformazioni irreversibili, e la superficie chiara, che rappresenta l'energia relativa alle deformazioni reversibili, raffigura il lavoro assorbito dalla corda durante l'allungamento.

Prendendo in esame le due figure, possiamo notare come, in [fig. 09] un'energia notevolmente inferiore, a quella utilizzata in [fig. 08] (la superficie totale «StK» è sensibilmente infe-

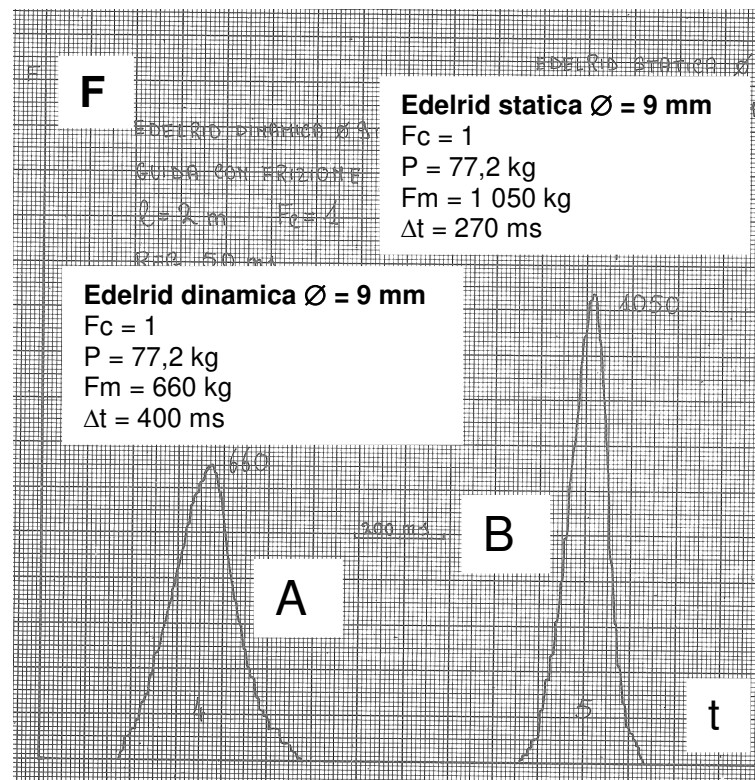
riore della superficie totale «StE»), ha generato una forza massima molto simile a quella registrata nel primo esperimento.

Nella [fig. 10] sono rappresentati i due grafici relativi sia ad una corda dinamica, la **Edelrid Ø = 9 mm** (grafico «A»), sia ad una corda statica, la **Edelrid ss Ø = 9 mm** (grafico «B»), ambedue di due metri di lunghezza e ancorate con nodi guida con frizione.

L'energia cinetica accumulata dal peso, è uguale nei due casi, come è uguale la sua velocità finale (quella che il grave possiede nel momento in cui inizia l'estensione della corda); si può pertanto scrivere:

$$Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot v \cdot m \cdot v = \frac{1}{2} \cdot v \cdot \int_0^{Fm} Fm dt \quad [N \cdot m]$$

Per cui devono essere, conseguentemente, uguali anche le aree sottese dalle due curve rappresentate dai grafici «A» e «B».



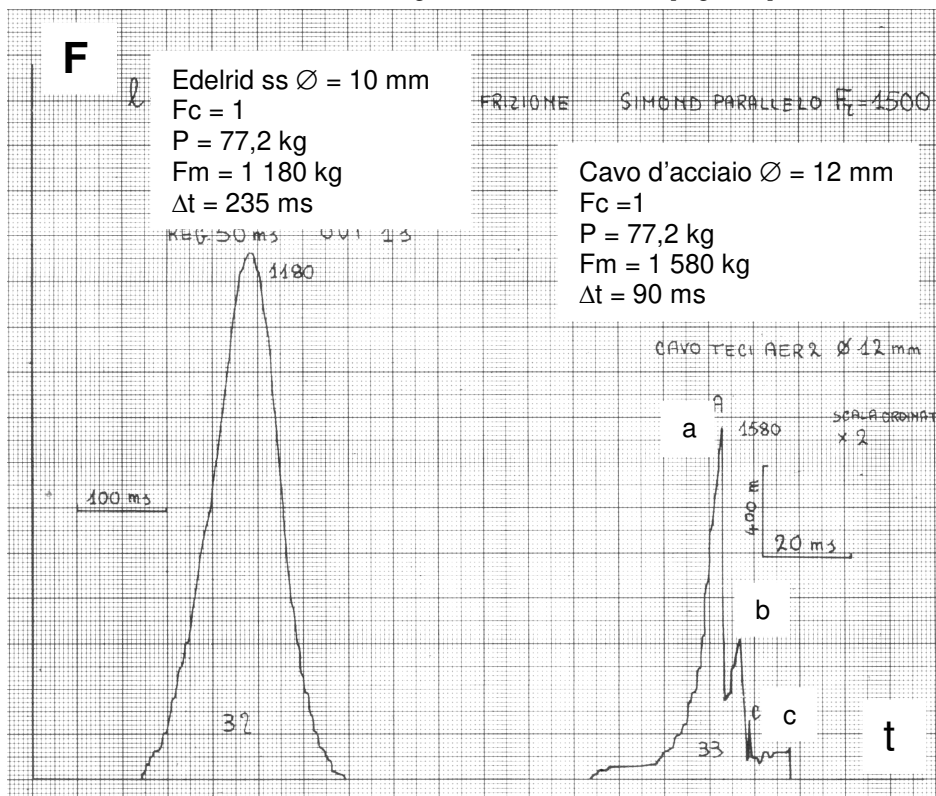
[fig. 10]

Si può altresì notare che, essendo le forze massime di shock «Fm» differenti, devono essere, ovviamente, differenti le durate delle due sollecitazioni.

In una corda dinamica, il tempo d'arresto sarà necessariamente più lungo e pertanto la frenata sarà più dolce.

Prendiamo ora in esame sia una corda statica **Edelrid ss Ø = 10 mm** sia un **cavo d'acciaio Ø = 12 mm**; nella prova, sia la corda sia il cavo, sono ancorati con moschettoni **Simond paralleli in acciaio**, con un carico di rottura di «Fr = 1 500 kg (≈14 715 N)».

La corda è, altresì, ancorata con nodi guida con frizione [fig. 11].



[fig. 11]

Dal grafico [fig. 11] si nota che, nella prova col cavo d'acciaio, il moschettone, che collega il cavo all'ancoraggio, superato il suo limite alla deformazione in «a», si apre (a causa del cedimento del *pernetto* della barretta) e si divarica senza, però, rompersi.

La rottura avviene prima in «b» e, poi, definitivamente in «c»; da notare, per non farsi ingannare, che la *scala grafica* dei tempi, è differente nelle due prove, e quella relativa alla corda **Edelrid ss Ø = 10 mm** e quella relativa al **cavo d'acciaio Ø 12 mm**.

Il significato dei diagrammi e di [fig. 10] e di [fig. 11] diverrà ancora più chiaro, forse, nel prossimo paragrafo.

Ancora sul coefficiente d'elasticità dinamico «Xd»

Misurando, nei grafici ottenuti sperimentalmente, come ad esempio quelli rappresentati in [fig. 10], sia l'area sottesa dalla curva, che equivale all'impulso totale e parimenti alla quantità di moto «q», sia la forza massima di shock «Fm», e ricordando che:

$$F_m = \sqrt{\frac{1}{X_d \cdot l_c \cdot m}} \cdot q \quad [\text{N}]$$

In cui: F_m = forza massima di shock, espressa in *newton* (N) - X_d = coefficiente d'elasticità dinamico, espresso in *newton alla meno uno* (N^{-1}) - l_c = lunghezza del campione di corda, espressa in *metri* (m) - m = massa del grave, espressa in *chilogrammi* (kg) - q = quantità di moto, espressa in *chilogrammi per metri su secondo* ($\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$).

Possiamo calcolare il coefficiente d'elasticità dinamico «Xd».

$$X_d = \frac{1}{l_c \cdot m} \cdot \left(\frac{q}{F_m} \right)^2 \quad [\text{N}^{-1}]$$

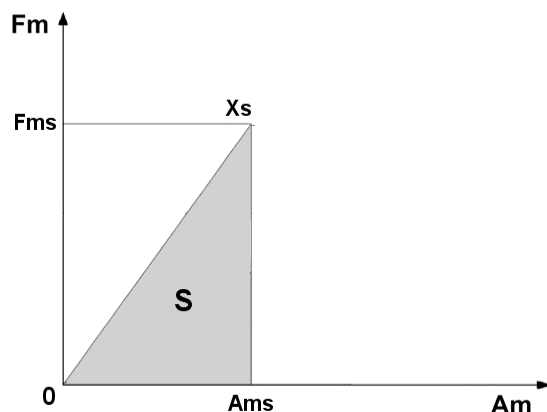
Il valore del coefficiente d'elasticità dinamico «Xd», così ottenuto, contiene in se tutta la *storia* della sollecitazione impulsiva; tiene conto, infatti, dell'evoluzione del coefficiente d'elasticità «X» sia dovuta alle variazioni della forza, che si genera sulla corda, sia alle variazioni di «X» dovute all'effetto prodotto dalla variazione di velocità nell'allungamento.

Il metodo utilizzato in precedenza, per contro, è senz'altro più semplice (vedi: *Valutazione del valore del coefficiente d'elasticità dinamico*, pagina 9).

Quantità di lavoro

Lavoro di deformazione

Nella [fig. 12] si può osservare la correlazione fra la quantità di lavoro assorbito da una corda, in una sollecitazione dinamica, ed una particolare superficie, presente nel grafico, rappresentativa della funzione:



[fig. 12]

$$F_m = f(A_m)$$

Se per assorbire una certa quantità di lavoro «L», la corda, caratterizzata da un coefficiente d'elasticità rappresentato dalla curva «0 Xs», deve generare una forza massima pari a «Fms» e subire un allungamento massimo pari a «Ams», si può definire una superficie triangolare «S», indicata in grigio, la cui area, è data dall'equazione:

$$S = \frac{1}{2} \cdot F_{ms} \cdot A_{ms}$$

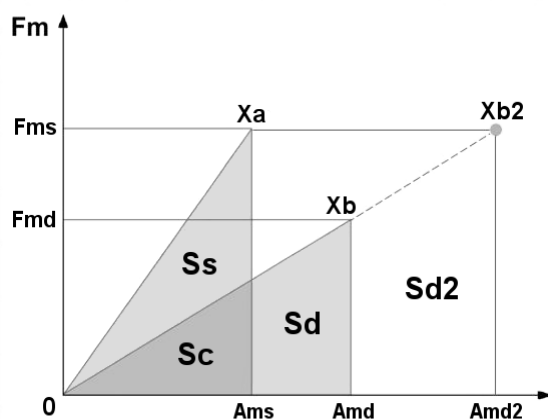
Quest'ultima equazione, prendendo in considerazione l'equazione [04] (pag. 4), si trasforma in:

$$L = \frac{1}{2} \cdot X \cdot l \cdot F_{ms}^2 \quad [09]$$

L'equazione [09] rappresenta la quantità di lavoro che ha dovuto assorbire la corda (l'energia posseduta dal grave che cade) e, pertanto, possiamo affermare che: la superficie sottesa alla curva di trazione «0 Xs» (che rappresenta l'elasticità), delimitata e dall'ordinata massima «Fms» e dall'ascissa massima «Ams», è equivalente alla quantità di lavoro (energia) messa in gioco da una sollecitazione dinamica.

Osservazioni

Nel grafico di [fig. 12] si è rappresentata, per semplicità, una corda ideale di coefficiente d'elasticità «X» costante, ma il ragionamento vale anche per le corde reali nelle quali l'elasticità è variabile; il coefficiente d'elasticità, nelle corde reali, è inversamente proporzionale alla forza applicata: **maggiore è la forza applicata minore è il coefficiente d'elasticità della corda**, almeno fino e che non si raggiungono i limiti di rottura.



[fig. 13]

Prendiamo in esame la [fig. 13] e consideriamo la curva «0 Xa» che rappresenta il coefficiente d'elasticità di una corda statica; ammettiamo, inoltre, che a causa di una determinata sollecitazione dinamica (caduta del grave), la corda debba assorbire una quantità di lavoro data dalla superficie «Ss» del triangolo «0 Xa Ams».

In questo caso la forza che si genererebbe, sulla corda, sarebbe pari a «Fms», mentre il suo allungamento sarebbe pari a «Ams».

Nel caso la stessa quantità di lavoro dovesse essere assorbita da una corda, caratterizzata dalla curva «0 Xb» che rappresenta il coefficiente d'elasticità di una corda dinamica, la superficie «Sd», del triangolo «0 Xb Amd», deve essere uguale alla superficie «Ss».

Con un allungamento pari a «Amd», perché la superficie «Sd» risulti uguale alla superficie «Ss», la forza che si genera sulla corda deve essere pari a «Fmd»; la «Fmd» deve, pertanto, essere inferiore alla «Fms», poiché la «Amd» è superiore alla «Ams».

Abbiamo raggiunto la conclusione, già nota, che informa: **se applichiamo, a due corde di differente coefficiente d'elasticità «X», un'identica sollecitazione (gli facciamo sopportare un identico lavoro), sulla corda statica si registra una forza massima «Fm» maggiore di quella che si registra sulla corda dinamica, mentre il suo allungamento «Am» risulterà minore.**

Perché, nella corda dinamica, si generi una forza massima pari a «Fms» (raggiunga il punto «Xb2»), essa dovrebbe assorbire una quantità di lavoro equivalente alla superficie del triangolo «0 Xb2 Amd2»; il suo allungamento risulterà pari a «Amd2», ma la quantità di lavoro assorbita, rappresentata dalla superficie «0 Xb2 Amd2», sarebbe molto maggiore

Il fattore di caduta

Il fattore di caduta «Fc», come ormai qualsiasi speleologo/a sa, o dovrebbe sapere, è il rapporto fra l'altezza di caduta «h», di un grave (od anche uno/a speleologo/a) e la lunghezza «l» della corda che prende parte al fenomeno.

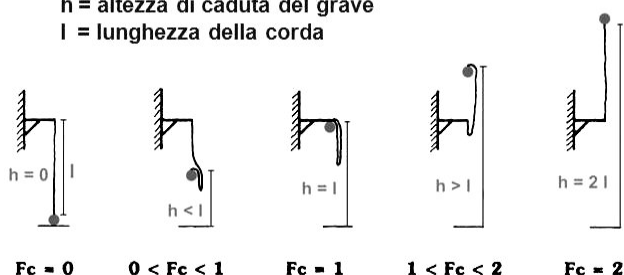
Da quanto detto si ha:

$$Fc = \frac{h}{l}$$

In cui: Fc = fattore di caduta, *grandezza adimensionale* – h = altezza di caduta del grave, espressa in *metri* (m) – l = lunghezza della corda interessata al fenomeno, espressa in *metri* (m).

$$0 \leq Fc \leq 2$$

h = altezza di caduta del grave
l = lunghezza della corda



[fig. 14]

In [fig. 14] sono visualizzate alcune situazioni con l'indicazione del relativo fattore di caduta «Fc».

Dall'equazione [07] (pag. 8) si evince che, fermo restando i valori e del peso «P» e del coefficiente d'elasticità dinamico «Xd», la forza massima «Fm» (forza di shock) è determinata dal fattore di caduta «Fc».

Cadere di dieci metri (10 m) su dieci metri (10 m) di corda produce la stessa forza di shock «Fm» che cadere di cinquanta metri (50 m) su cinquanta metri (50 m) di corda.

Dall'equazione [07] (pag. 8) se ne possono derivare altre che pongono meglio in evidenza

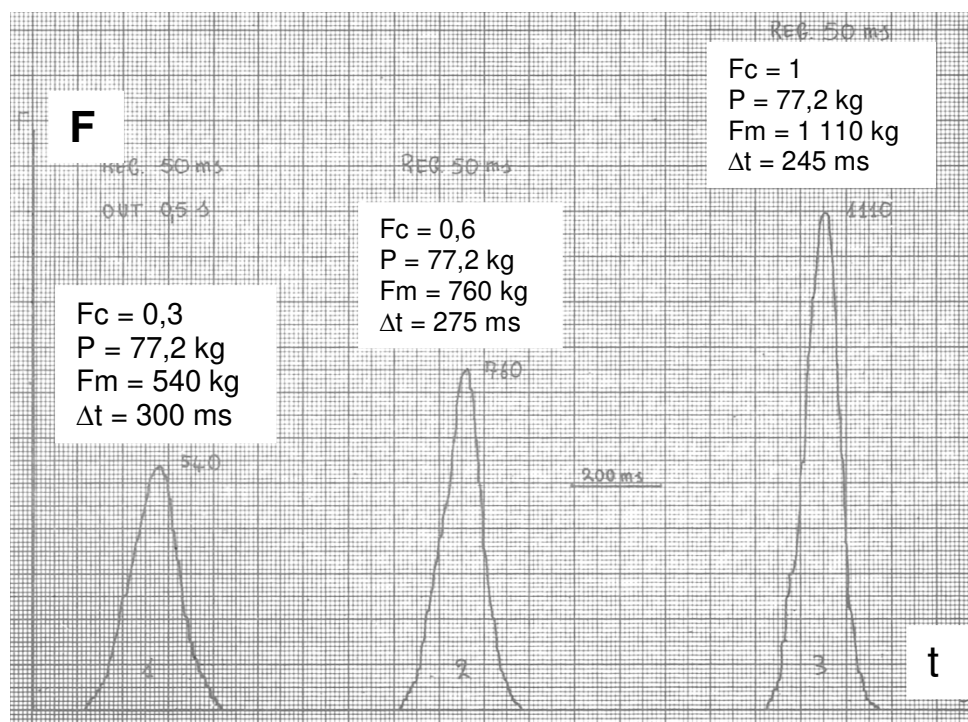
il ruolo del fattore di caduta «Fc»:

$$Fm = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P}{Xd} \cdot \frac{h}{l}} = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot h}{Xd} \cdot Fc}$$

In cui: Fm = forza massima di shock, espressa in *newton* (N) – Fc = fattore di caduta, *grandezza adimensionale* – noto il significato degli altri simboli

Consideriamo una corda statica nuova **Edelrid ss Ø = 10 mm**, ancorata al dinamometro, alla quale è appeso un carico di «P = 77,2 kg», con nodi guida con frizione.

I grafici rappresentano gli impulsi totali ottenuti con diversi fattori di caduta «Fc», sostituendo ogni volta la corda [fig. 15].



[fig. 15]

Non sempre, però, cadere con lo stesso fattore di caduta «Fc» produce la medesima forza di shock «Fm» (vedi oltre: *Velocità d'allungamento unitario*, pagina 47).

Alcune riflessioni

Consideriamo una corda, fissata ad un ancoraggio, che pende dall'alto soggetta solo al proprio peso (soggetta, pertanto, alla sola forza di gravità).

Prima prova

Applichiamo, all'estremità inferiore della corda, un grave di peso «P»; senza lasciarlo, ma accompagnandolo lentamente, verso il basso, mentre la corda, per effetto del carico, si allunga progressivamente.

Quando la corda ha raggiunto il massimo allungamento, lasciamo che il grave penda libero ed immobile; in questa situazione, sulla corda, graverà una forza pari al peso «P» e questo, forse, può apparire ovvio.

La corda, per la sua elasticità, si allungherà di un « Δl » pari a:

$$\Delta l = X \cdot l_c \cdot P$$

In cui: Δl = allungamento totale, della corda, dovuto la peso «P», espresso in *metri* (m) – X = coefficiente elasticità della corda, espresso in *newton alla meno uno* (N^{-1}) – l_c = lunghezza della corda, espressa in *metri* (m) – P = peso del grave, espresso in *newton* (N).

Seconda prova

Applichiamo, all'estremità inferiore della corda, un grave di peso «P» abbandonandolo e lasciandolo cadere liberamente, non trattenuto, per il tratto che la corda si allunga; in questa situazione sulla corda si genererà una forza pari a « $F = 2 \cdot P$ » e questo, forse, non è così ovvio.

Prendiamo in esame l'equazione [07] (pag. 8) che fornisce il valore della forza massima « F_m » che si genera in una sollecitazione dinamica:

$$F_m = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l_c}}$$

Nel caso la corda penda soggetta soltanto al suo peso, l'altezza di caduta «h» è uguale a zero «0», per cui si ha:

$$F_m = P + \sqrt{P^2 + 0} = P + P = 2 \cdot P$$

Nelle stesse condizioni, prendiamo in esame l'equazione [07] (pag. 8):

$$A_m = X_d \cdot l_c \cdot \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l_c}} + X_d \cdot l_c \cdot P$$

Nel caso la corda penda, come nell'esempio precedente, soggetta soltanto al suo peso, l'altezza di caduta «h» è uguale a zero «0», per cui si ha:

$$A_m = X_d \cdot l_c \cdot \sqrt{P^2 + 0} + X_d \cdot l_c \cdot P = 2 \cdot X_d \cdot l_c \cdot P$$

Osserviamo un altro aspetto

Modifichiamo l'equazione [07] (pag. 8) per calcolare la forza massima di shock « F_m » nel caso si fosse in presenza di un fattore di caduta « $F_c = 2$ »:

$$F_m = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P}{X_d} \cdot 2 \cdot \frac{h}{l_c}}$$

Raddoppiamo ora il coefficiente d'elasticità dinamico « X_d » e vediamo cosa avviene:

$$F_m = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P}{2 \cdot X_d} \cdot \frac{2 \cdot h}{l_c}} = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P}{X_d} \cdot \frac{h}{l_c}}$$

Possiamo, pertanto, affermare che se raddoppiamo il coefficiente d'elasticità dinamico della corda, a parità di tutte le altre condizioni, la forza massima di shock « F_m » che si genererebbe in una prova di strappo, con fattore di caduta uguale a « $F_c = 2$ », sarebbe uguale alla forza che si genererebbe con un coefficiente d'elasticità dinamico « X_d », non raddoppiato, e fattore di caduta uguale a « $F_c = 1$ ».

Detto in altre parole, a parità di tutte le altre condizioni, eseguendo un test di caduta con « $X_d = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$, $F_c = 1$ », si genererebbe la stessa forza massima di shock che si genera con « $X_d = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$, $F_c = 2$ ».

Possiamo, inoltre, considerare la quantità « $X_d \cdot l$ » come il coefficiente d'elasticità relativo « X_r » di un particolare sistema dinamico, composto da una corda e di coefficiente d'elasticità « X_d » e di lunghezza « l » (vedi: *Elementi elastici in serie*, pagina 22).

In questo modo possiamo renderci conto che: **maggiore è la lunghezza della corda, maggiore è l'elasticità totale del sistema, fermo restando il valore del coefficiente d'elasticità dinamico « X_d ».**

Possiamo anche renderci conto che: **dimezzare la lunghezza della corda equivale a dimezzare il coefficiente d'elasticità dinamico « X_d », e viceversa; dimezzare il coefficiente d'elasticità dinamico « X_d » equivale a dimezzare la lunghezza della corda.**

Altre riflessioni

Per alcune analisi, per contro, l'equazione [07] (pag. 8) non ci permette uno studio elementare della sua funzione, ma possiamo semplificarla assumendo che il valore del lavoro « E_p » sia trascurabile rispetto al valore del lavoro di « E_c » (vedi: *Caduta di un grave verticalmente*, pagina 7); con queste premesse l'equazione [07] (pag. 8) può essere trasformata, restando in limiti accettabili di approssimazione, nella più semplice:

$$F_m = \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l_c}} \quad [10]$$

Raddoppiamo il peso « P », del grave, e vediamo cosa avviene:

$$F_m = \sqrt{\frac{2 \cdot (2 \cdot P) \cdot h}{X_d \cdot l_c}} = \sqrt{2 \cdot \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l_c}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l_c}} \approx 1,4 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l_c}}$$

Questo significa che raddoppiando il peso che cade, la forza che si genera non è il doppio, ma è soltanto circa il «40%» in più.

Decuplichiamo il coefficiente d'elasticità dinamico « X_d ».

$$F_m = \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot h}{10 \cdot X_d \cdot l_c}} = \sqrt{\frac{1}{10} \cdot \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l_c}} = \sqrt{\frac{1}{10}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l_c}} \approx 0,3 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l_c}}$$

Possiamo comprendere, ora, come sia possibile, che le corde dinamiche, che possiedono mediamente un *coefficiente d'elasticità dinamico* vicino ad un ordine di grandezza maggiore di quelle statiche (circa dieci volte maggiore), possano sopportare voli con fattore di caduta « $F_c = 2$ ».

Studio di alcune funzioni

Abbiamo detto, ed ora lo ripetiamo, che lo studio della funzione « $F_m = f(P, h, X, l)$ », definita dall'equazione [07] (pag. 8), sarebbe particolarmente complesso e che solo con un'analisi ad alto livello si potrebbero evidenziare tutte le sue peculiarità.

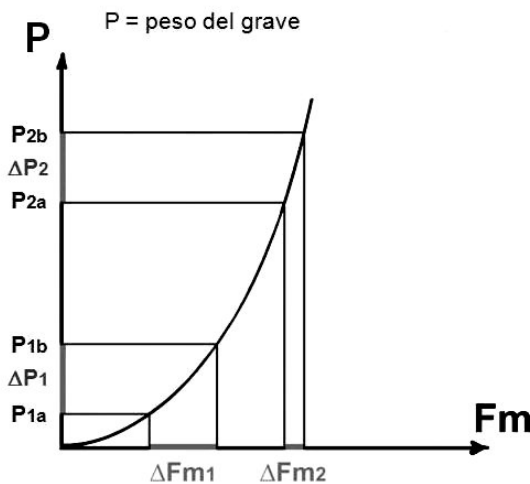
Nell'eseguire lo studio delle seguenti funzioni, pertanto, abbiamo ugualmente rinunciato alla precisione, semplificando l'equazione [07] (pag. 8) e utilizzando l'ormai nota equazione [10] (pag. 18); questa è quella che noi utilizzeremo, fino ad indicazione contraria.

$$F_m = \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot h}{X \cdot l c}}$$

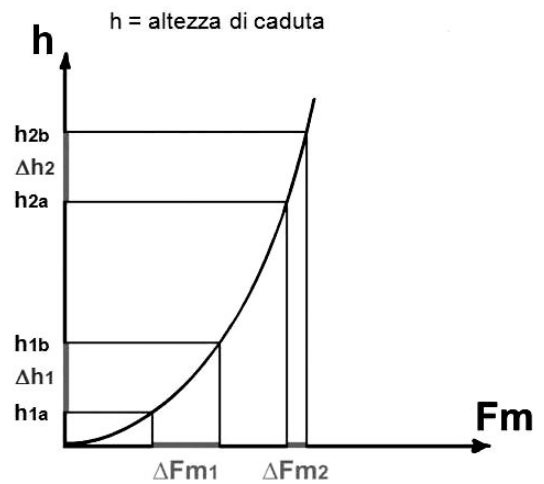
Funzioni: $P = f(F_m)$, $h = f(F_m)$

Mantenendo costanti « h, L, X », e variando soltanto il parametro « P », possiamo costruire un diagramma come in [fig. 16] nel quale si può notare che la « F_m » aumenta, non in modo lineare, con l'aumentare di « P » e che questo incremento è tanto più marcato quanto più basso è il valore di « P ».

L'analisi grafica della funzione $P = f(F_m)$ si evidenzia in una porzione d'arco di parabola e con un vertice nell'origine degli assi e con curvatura tanto più accentuata quanto maggiore è il rapporto « $X \cdot l \cdot (2 \cdot h)^{-1}$ ».



[fig. 16]



[fig. 17]

Prendiamo un valore *basso* del peso « P_{1a} » e registriamo la « F_{m1a} » (non indicata) che si genera, aumentiamo poi il « P_{1a} » di un valore « ΔP_1 » fino a portarlo al valore di « P_{1b} » e registriamo nuovamente la « F_{m1b} » (ugualmente non indicata); la differenza fra la « F_{m1b} » e la « F_{m1a} », data da « ΔF_{m1} », avrà un certo valore.

Prendiamo ora un valore *alto* del peso « P_{2a} » e registriamo la « F_{m2a} » (non indicata) che si genera, aumentiamo poi il « P_{2a} » di un valore « ΔP_2 », uguale al valore « ΔP_1 », fino a portarlo al valore di « P_{2b} » e registriamo nuovamente la « F_{m2b} » (ugualmente non indicata); la differenza fra la « F_{m2b} » e la « F_{m2a} », data da « ΔF_{m2} », avrà un certo altro valore.

Analizzando la [fig. 16] possiamo constatare che il valore di « ΔF_{m1} » è maggiore del valore « ΔF_{m2} », per cui è corretta l'affermazione che l'influenza della maggiorazione di « P » si risente maggiormente ai bassi valori di « P ».

Il diagramma di [fig. 16] è solo qualitativo, per cui, forniamo dei valori che si potrebbero ottenere in una prova reale:

$$P_{1a} = 50 \text{ kg } (\approx 490,5 \text{ N})$$

$$P_{1b} = 150 \text{ kg } (\approx 1\,471,5 \text{ N})$$

$$\Delta P_1 = 100 \text{ kg } (\approx 981 \text{ N})$$

$$F_{m1a} = 262 \text{ kg } (\approx 2\,570,22 \text{ N})$$

$$F_{m1b} = 462 \text{ kg } (\approx 4\,532,22 \text{ N})$$

$$\Delta F_{m1} = 200 \text{ kg } (\approx 1\,962 \text{ N})$$

$$P_{2a} = 360 \text{ kg } (\approx 3\,531,6 \text{ N})$$

$$P_{2b} = 460 \text{ kg } (\approx 4\,512,6 \text{ N})$$

$$\Delta P_2 = 100 \text{ kg } (\approx 981 \text{ N})$$

$$F_{m2a} = 662 \text{ kg } (\approx 6\,494,22 \text{ N})$$

$$F_{m2b} = 724 \text{ kg } (\approx 7\,102,44 \text{ N})$$

$$\Delta F_{m2} = 62 \text{ kg } (\approx 608,22 \text{ N})$$

Mantenendo costanti « P, L, X », e variando soltanto il parametro « h », possiamo costruire il diagramma della funzione $h = f(F_m)$, come in [fig. 17], analizzando in quale si può constatare che il discorso resta uguale a quello sviluppato per il parametro « P » [fig. 16], nella funzione $P = f(F_m)$.

Anche il diagramma di [fig. 17] è solo qualitativo, per cui, forniamo dei valori che si potrebbero ottenere in una prova reale:

$$h_{1a} = 4,0 \text{ m}$$

$$h_{1b} = 12,0 \text{ m}$$

$$\Delta h_1 = 8,0 \text{ m}$$

$$F_{m1a} = 298 \text{ kg} (\approx 2\,923,38 \text{ N})$$

$$F_{m2b} = 528 \text{ kg} (\approx 5\,179,68 \text{ N})$$

$$\Delta F_{m1} = 230 \text{ kg} (\approx 2\,256,3 \text{ N})$$

$$h_{2a} = 28,8 \text{ m}$$

$$h_{2b} = 36,8 \text{ m}$$

$$\Delta h_2 = 8,0 \text{ m}$$

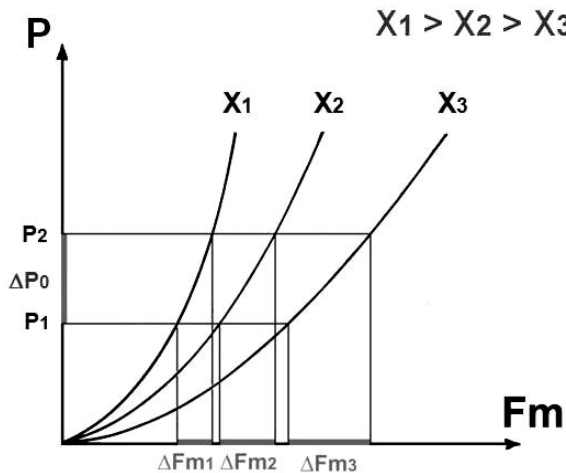
$$F_{m2a} = 758 \text{ kg} (\approx 7\,435,98 \text{ N})$$

$$F_{m2b} = 827 \text{ kg} (\approx 8\,112,87 \text{ N})$$

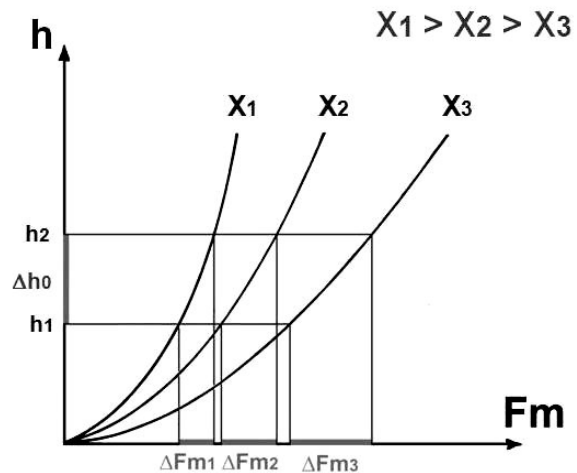
$$\Delta F_{m2} = 69 \text{ kg} (\approx 676,89 \text{ N})$$

Altre funzioni: $P = f(F_m)$, $h = f(F_m)$

Consideriamo, ora, tre corde di diverso coefficiente d'elasticità «X» e le loro relative curve d'elasticità: «X₁» «X₂» «X₃» ed analizziamo, per prima, la funzione: $P = f(F_m)$; con queste premesse, possiamo costruire un diagramma come in [fig. 18].



[fig.18]



[fig. 19]

Come indicato anche nelle [fig. 18] e [fig. 19], la curva «X₁» rappresenta una corda con un coefficiente d'elasticità superiore a quello della corda rappresentata dalla curva «X₂» che, a sua volta, rappresenta una corda con un coefficiente d'elasticità superiore a quello della corda rappresentata dalla curva «X₃».

Osservazioni

Per non creare confusione con e la [fig. 01a] e la [fig. 01b] (pag. 4), nelle quali le curve con una pendenza maggiore (più ripide), rappresentano corde con coefficienti d'elasticità minori, si evidenzia che i rispettivi diagrammi rappresentano le funzioni $F = f(Au)$.

I diagrammi e di [fig. 16] e di [fig. 17] e di [fig. 18] e di [fig. 19] rappresentano, invece, le funzioni: $P = f(F_m)$, $h = f(F_m)$, per cui le curve con una pendenza maggiore (più ripide), rappresentano corde con coefficienti d'elasticità maggiori.

Analizzando la [fig. 18] possiamo costatare che il valore di «ΔFm1», riguardante la curva elastica «X₁», è minore del valore «ΔFm2», riguardante la curva elastica «X₂», che, a sua volta, è minore del valore «ΔFm3», riguardante la curva elastica «X₃»; si evince, pertanto, che una variazione del peso «P» ha un maggiore effetto, per quanto concerne la forza massima «Fm», nelle corde a minore elasticità.

Il diagramma di [fig. 18] è solo qualitativo, per cui, forniamo dei valori che si potrebbero ottenere in una prova reale:

$$P_1 = 80 \text{ kg}$$

$$P_2 = 250 \text{ kg}$$

$$\Delta P_0 = 170 \text{ kg}$$

$$\Delta F_{m1} = 201 \text{ kg} (\approx 1\,971,81 \text{ N})$$

$$\Delta F_{m2} = 327 \text{ kg} (\approx 3\,207,87 \text{ N})$$

$$\Delta F_{m3} = 492 \text{ kg} (\approx 4\,826,52 \text{ N})$$

Sempre mantenendo costanti «P X L», e variando soltanto il parametro «h», possiamo costruire il diagramma della funzione $h = f(F_m)$, come in [fig. 19], analizzando in quale si può costatare che il discorso resta uguale a quello sviluppato per il parametro «P», nella funzione $P = f(F_m)$.

Il diagramma di [fig. 19] è solo qualitativo, per cui, forniamo dei valori che si potrebbero ottenere in una prova reale:

$$h_1 = 5,0 \text{ m}$$

$$h_2 = 15,6 \text{ m}$$

$$\Delta h_0 = 10,6 \text{ m}$$

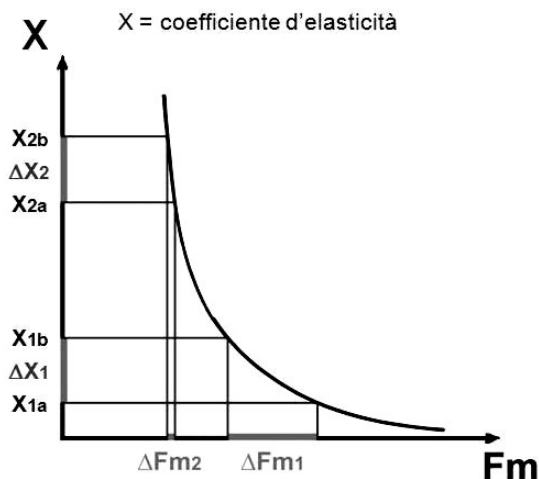
$$\Delta F_{m1} = 201 \text{ kg } (\approx 1\,971,81 \text{ N})$$

$$\Delta F_{m2} = 327 \text{ kg } (\approx 3\,207,87 \text{ N})$$

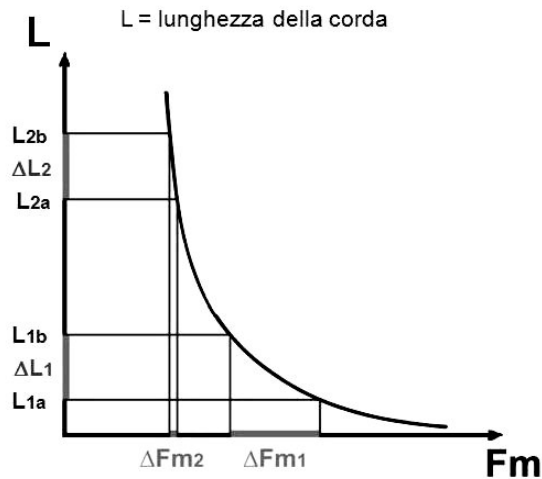
$$\Delta F_{m3} = 492 \text{ kg } (\approx 4\,826,52 \text{ N})$$

Funzioni: $X = f(F_m)$, $L = f(F_m)$

Mantenendo costanti «P L h», e variando soltanto il parametro «X», possiamo costruire un diagramma come in [fig. 20], nel quale si può notare che la «Fm» aumenta col diminuire di «X» e che questo incremento è tanto più marcato quanto più basso è il valore di «X».



[fig. 20]



[fig. 21]

Analizzando la [fig. 20], possiamo constatare, infatti, che il valore di « ΔF_{m1} » è maggiore del valore « ΔF_{m2} »; evidenziamo, per inciso, che il valore del coefficiente d'elasticità aumenta andando dal valore « X_{1a} » al valore « X_{1b} ».

Il diagramma di [fig. 20] è solo qualitativo, per cui, forniamo dei valori che si potrebbero ottenere in una prova reale:

$$X_{1a} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

$$X_{1b} = 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

$$\Delta X_1 = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

$$F_{m1a} = 479 \text{ kg } (\approx 4\,698,99 \text{ N})$$

$$F_{m1b} = 739 \text{ kg } (\approx 7\,249,59 \text{ N})$$

$$\Delta F_{m1} = 260 \text{ kg } (\approx 2\,550,6 \text{ N})$$

$$X_{2a} = 8,2 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

$$X_{2b} = 10,5 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

$$\Delta X_2 = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

$$F_{m2a} = 301 \text{ kg } (\approx 2\,952,81 \text{ N})$$

$$F_{m2b} = 321 \text{ kg } (\approx 3\,149,01 \text{ N})$$

$$\Delta F_{m2} = 20 \text{ kg } (\approx 196,2 \text{ N})$$

Sempre mantenendo costanti «P h X», e variando soltanto il parametro «L», possiamo costruire il diagramma della funzione $L = f(F_m)$, come in [fig. 21], analizzando il quale si può constatare che il discorso resta uguale a quello sviluppato per il parametro «X», nella funzione $X = f(F_m)$.

Il diagramma di [fig. 21] è solo qualitativo, per cui, forniamo dei valori che si potrebbero ottenere in una prova reale:

$$L_{1a} = 3,0 \text{ m}$$

$$L_{1b} = 8,7 \text{ m}$$

$$\Delta L_1 = 5,7 \text{ m}$$

$$F_{m1a} = 479 \text{ kg } (\approx 4\,669,56 \text{ N})$$

$$F_{m1b} = 739 \text{ kg } (\approx 7\,249,59 \text{ N})$$

$$\Delta F_{m1} = 260 \text{ kg } (\approx 2\,550,6 \text{ N})$$

$$L_{2a} = 20,4 \text{ m}$$

$$L_{2b} = 26,1 \text{ m}$$

$$\Delta L_2 = 5,7 \text{ m}$$

$$F_{m2a} = 301 \text{ kg } (\approx 2\,952,81 \text{ N})$$

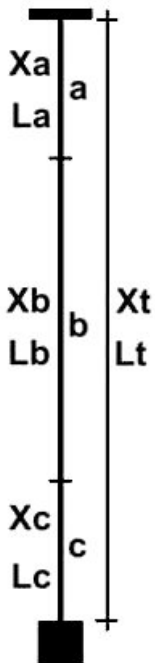
$$F_{m2b} = 321 \text{ kg } (\approx 3\,149,01 \text{ N})$$

$$\Delta F_{m2} = 20 \text{ kg } (\approx 196,2 \text{ N})$$

Elementi elastici in serie

Nella comune attività speleologica, per contro, capita, in pratica sempre, che la progressione avvenga su una catena di elementi e di diversa lunghezza e di diversa elasticità, e non su di un unico elemento come, per semplicità, si è osservato fino ad ora.

Consideriamo tre elementi posti in serie: l'elemento «a» di lunghezza «La» e di coefficiente d'elasticità «Xa», l'elemento «b» di lunghezza «Lb» e di coefficiente d'elasticità «Xb», l'elemento «c» di lunghezza «Lc» e di coefficiente d'elasticità «Xc» [fig. 22].



Osservazioni

Abbiamo qui volutamente ignorato la presenza dei nodi poiché necessitano di una trattazione differente (vedi: *La presenza dei nodi*, pagina 30).

Ogni elemento ha un suo coefficiente d'elasticità relativo «Xr», dato dal prodotto del proprio coefficiente d'elasticità «X» per la propria lunghezza «L».

Si ha pertanto:

$$Xra = Xa \cdot La$$

$$Xrb = Xb \cdot Lb$$

$$Xrc = Xc \cdot Lc$$

Il coefficiente d'elasticità relativo totale «Xrt» sarà dato, pertanto, da:

$$Xrt = Xra + Xrb + Xrc$$

Per cui, ricordando l'equazione [07] (pag. 8), si può scrivere:

$$Fm = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{Xrt}}$$

Sapendo che il coefficiente d'elasticità totale è:

$$Xt = \frac{Xrt}{Lt}$$

Si può scrivere anche:

[fig. 22]

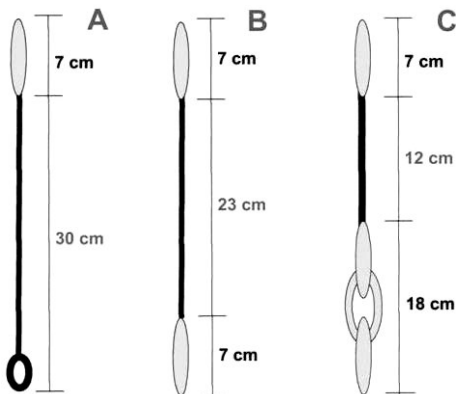
$$Fm = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{Xt \cdot Lt}}$$

La forza massima «Fm» (forza di shock) dipende, pertanto, oltre dai parametri già noti: «P», «h», anche dal coefficiente d'elasticità totale «Xt» del sistema dei tre elementi in serie.

Più in generale, e riepilogando, possiamo scrivere:

$$Xrt = \sum_{j=1}^n Xj \cdot Lj \qquad Xt = \sum_{j=1}^n \frac{Xj \cdot Lj}{Lt}$$

Valide per un numero «n» qualsiasi di elementi in serie; adesso esaminiamo, e calcoliamo, alcune tipologie.



[fig. 23a]

[fig. 23b]

[fig. 23c]

Nelle: [fig. 23a] (tipologia «A»), [fig. 23b] (tipologia «B»), [fig. 23c] (tipologia «C») è rappresentata, schematicamente, una *longe* abbinata rispettivamente ad uno, a due, a quattro moschettoni in lega; il grave è ancorato in basso, mentre il sistema è agganciato all'ancoraggio tramite il moschettone superiore.

Calcoliamo, innanzi tutto, la lunghezza equivalente «Lqm» di un moschettone in lega, rispetto ad una corda **Edelrid ss Ø = 10 mm** (statica); vogliamo sapere quale dovrebbe essere la lunghezza della corda che ha lo stesso coefficiente di elasticità relativo del moschettone.

Sapendo che il coefficiente d'elasticità dinamico «Xd» della corda **Edelrid** è di « $1,1 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$ », che il coefficiente d'elasticità «Xm» del moschettone in lega è di « $2 \cdot 10^{-8} \text{ N}^{-1}$ », che la lunghezza «lm» del moschettone in lega è di «7 cm», che il coefficiente di elasticità relativo «Xrm» del moschettone è, infine, « $Xrm = Xm \cdot lm$ » matematicamente dovremmo risolvere l'uguaglianza:

$$Lqm \cdot 1,1 \cdot 10^{-5} = 7 \cdot 2 \cdot 10^{-8}$$

Da cui:

$$L_{qm} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{1,1 \cdot 10^{-5}} = 1,27 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$$

Il valore « $L_{qm} = 0,013 \text{ cm}$ », della lunghezza equivalente di un moschettone (tipologia «A», è irrisorio ed è completamente trascurabile, come è ugualmente trascurabile la lunghezza equivalente di « $L_{qm} = 0,025 \text{ cm}$ », relativa a due moschettoni (tipologia «B»), sia la lunghezza equivalente di « $L_{qm} = 0,051 \text{ cm}$ », relativa a quattro moschettoni (tipologia «C»).

Rispetto ad una corda dinamica **Edelrid $\varnothing = 10 \text{ mm}$** , con un coefficiente d'elasticità dinamico di « $6,3 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$ », la lunghezza equivalente del moschettone è *ancora più* trascurabile, essendo pari a « $L_{qm} = 0,0022 \text{ cm}$ » per un solo moschettone, a « $L_{qm} = 0,0044 \text{ cm}$ » per due moschettoni, a « $L_{qm} = 0,0088 \text{ cm}$ » per quattro moschettoni.

La presenza dei moschettoni può, pertanto, essere ignorata almeno per quanto riguarda la lunghezza equivalente della corda che prende parte al fenomeno, ma non può essere ignorata per quanto riguarda l'altezza di caduta, quando andremo a calcolare il fattore di caduta « F_c » che, in questo caso, denomineremo fattore di caduta equivalente « F_{ce} ».

Calcoliamo la forza massima di shock « F_m » sia con fattore di caduta « $F_c = 1$ » sia con « $F_c = 2$ », sia con corda statica sia con corda dinamica, per ogni tipologia rappresentata nelle: [fig. 23a], [fig. 23b], [fig. 23c].

Corda Edelrid ss $\varnothing = 10 \text{ mm}$ (semistatica)

$$X_d = 1,1 \cdot 10^{-5}$$

Un grave del peso « $P = 80 \text{ kg}$ » che cade di « 37 cm » su un tratto di corda di « 37 cm » (Fattore di caduta 1) genera una forza massima di « $F_m = 595 \text{ kg}$ ».

Tipologia A [fig. 23a]:	$F_{ce} \approx 1,2$	$F_m = 1\,435 \text{ kg} (\approx 14\,077,35 \text{ N})$
Tipologia B [fig. 23b]:	$F_{ce} \approx 1,5$	$F_m = 1\,628 \text{ kg} (\approx 15\,970,68 \text{ N})$
Tipologia C [fig. 23c]:	$F_{ce} \approx 2,2$	$F_m = 2\,210 \text{ kg} (\approx 21\,680,1 \text{ N})$

Osservazioni

Nella tipologia «C», la corda, annodata con nodi ad otto, dovrebbe rompersi.

Un grave del peso « $P = 80 \text{ kg}$ » che cade di « 74 cm » su un tratto di corda di « 37 cm » (Fattore di caduta 2) genera una forza massima di « $F_m = 804 \text{ kg}$ ».

Tipologia A [fig. 23a]:	$F_{ce} \approx 2,5$	$F_m = 1\,994 \text{ kg} (\approx 19\,561,14 \text{ N})$
Tipologia B [fig. 23b]:	$F_{ce} \approx 3,2$	$F_m = 2\,265 \text{ kg} (\approx 22\,219,65 \text{ N})$
Tipologia C [fig. 23c]:	$F_{ce} \approx 6,2$	$F_m = 3\,101 \text{ kg} (\approx 30\,420,81 \text{ N})$

Osservazioni

Sia nella tipologia «B» sia nella tipologia «C», la corda, annodata con nodi ad otto, dovrebbe rompersi.

Corda Edelrid $\varnothing = 10 \text{ mm}$ (dinamica)

$$X_d = 6,3 \cdot 10^{-5}$$

Un grave del peso « $P = 80 \text{ kg}$ » che cade di « 37 cm » su un tratto di corda di « 37 cm » (Fattore di caduta 1) genera una forza massima di « $F_m = 595 \text{ kg}$ ».

Tipologia A [fig. 23a]:	$F_{ce} \approx 1,2$	$F_m = 651 \text{ kg} (\approx 6\,386,31 \text{ N})$
Tipologia B [fig. 23b]:	$F_{ce} \approx 1,6$	$F_m = 731 \text{ kg} (\approx 7\,171,11 \text{ N})$
Tipologia C [fig. 23c]:	$F_{ce} \approx 3,1$	$F_m = 977 \text{ kg} (\approx 9\,584,37 \text{ N})$

Un grave del peso « $P = 80 \text{ kg}$ » che cade di « 74 cm » su un tratto di corda di « 37 cm » (Fattore di caduta 2) genera una forza massima di « $F_m = 804 \text{ kg}$ ».

Tipologia A [fig. 23a]:	$F_{ce} \approx 2,5$	$F_m = 883 \text{ kg} (\approx 8\,662,23 \text{ N})$
Tipologia B [fig. 23b]:	$F_{ce} \approx 3,2$	$F_m = 996 \text{ kg} (\approx 9\,770,76 \text{ N})$
Tipologia C [fig. 23c]:	$F_{ce} \approx 6,2$	$F_m = 1\,346 \text{ kg} (\approx 13\,204,26 \text{ N})$

Osservazioni

Il coefficiente di elasticità « X », dei moschettoni, resta abbastanza costante, segue la *legge di Hooke* annunciata dal fisico inglese **Robert Hooke** (1635 – 1703), fino ad alti carichi per poi aumentare progressivamente fino allo snervamento.

Precisazioni

In tutte le prove, eseguite con ambedue le corde, non si è tenuto conto né della presenza dei nodi, che con la loro strizione ridurrebbero ulteriormente la forza massima di shock, né dell'elasticità del corpo umano, che ridurrebbe ancora di circa il «20%» le forze massime ottenute con la corda statica.

L'effetto della presenza dei nodi, lo incontreremo, e lo analizzeremo, in «*La presenza dei nodi*, pagina 30»; l'effetto della presenza del corpo umano lo incontreremo, e lo analizzeremo, in «*Effetti della presenza del corpo umano*, pagina 45».

Un esperimento ideale

Per comprendere meglio le implicazioni derivanti dall'allestimento di una catena di elementi elastici, prendiamo in esame un altro esperimento teorico.

Utilizziamo sia una corda **Edelrid ss** $\varnothing = 10 \text{ mm}$, con un coefficiente d'elasticità dinamico di « $X_{dc} = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$ » sia una fettuccia piatta **Beal**, in dyneema da 15 mm, con un coefficiente d'elasticità dinamico stimato (la casa non fornisce il valore) di « $X_{df} = 0,36 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$ ».

Facciamo cadere un grave, del peso di « $P = 80 \text{ kg}$ » (si è considerato un peso rigido, anche se nella figura appare un corpo umano), sia con un fattore di caduta « $F_c = 1$ » sia con un fattore di caduta « $F_c = 2$ », su una corda statica della lunghezza « $l_c = 5 \text{ m}$ », ancorata direttamente ad un punto fisso «A».

L'equazione [07] (pag. 8) ci fornisce, come forza massima di shock, per il fattore di caduta « $F_c = 1$ », il valore calcolato di « $F_{m(1-0)} = 1\,301 \text{ kg}$ »; per il fattore di caduta « $F_c = 2$ », l'equazione [07] (pag. 8) ci fornisce, come forza massima di shock, il valore calcolato di « $F_{m(2-0)} = 1\,805 \text{ kg}$ ».

Adesso interponiamo, fra la corda e l'ancoraggio, una fettuccia di lunghezza « $l_f = 0,3 \text{ m}$ » [fig. 24]; la corda risulterà, pertanto, di « $l_c = 4,7 \text{ m}$ »; questo per fere in modo che la lunghezza totale dell'elemento interessato all'esperimento, resti sempre della lunghezza di « $l_c + l_f = 5 \text{ m}$ ».

Successivamente, allestiamo un anello con la stessa fettuccia, anch'esso della lunghezza di « $l_f = 0,3 \text{ m}$ »; infine, raddoppiamo l'anello allungandolo, però, fino a fargli avere la lunghezza di « $l_f = 0,3 \text{ m}$ ».

Se, per ogni situazione, calcoliamo sia il coefficiente d'elasticità dinamico sia la forza massima di shock che si genererebbe eseguendo le prove con un fattore di caduta uguale sia ad uno sia a due, otteniamo i seguenti risultati.

F_c = 1

Solo corda	$X_{dc(1-0)} = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$	$F_{m(1-0)} = 1\,301 \text{ kg}$
Fettuccia singola:	$X_{df(1-1)} = 1,056 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$	$F_{m(1-1)} = 1\,326 \text{ kg}$
Fettuccia doppia:	$X_{df(1-2)} = 1,045 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$	$F_{m(1-2)} = 1\,332 \text{ kg}$
Fettuccia quadrupla:	$X_{df(1-4)} = 1,039 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$	$F_{m(1-4)} = 1\,336 \text{ kg}$

F_c = 2

Solo corda:	$X_{dc(2-0)} = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$	$F_{m(2-0)} = 1\,805 \text{ kg}$
Fettuccia singola:	$X_{df(2-1)} = 1,056 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$	$F_{m(2-1)} = 1\,840 \text{ kg}$
Fettuccia doppia:	$X_{df(2-2)} = 1,045 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$	$F_{m(2-2)} = 1\,849 \text{ kg}$
Fettuccia quadrupla:	$X_{df(2-4)} = 1,039 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$	$F_{m(2-4)} = 1\,854 \text{ kg}$

Analizzando i risultati, possiamo costatare che, in ogni gruppo con lo stesso fattore di caduta, i valori della forza massima di shock variano di poco in tutte le situazioni.

Per quanto riguarda il gruppo con fattore di caduta « $F_c = 1$ », la differenza fra il valore *massimo* ed il valore *minimo*, della forza massima di shock, è di:

$$\Delta F_{m1} = F_{m(1-4)} - F_{m(1-0)} = 1\,336 - 1\,301 = 35 \text{ kg}$$

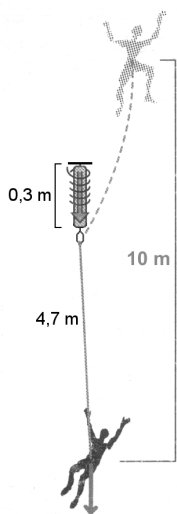
Per quanto riguarda il gruppo con fattore di caduta « $F_c = 2$ », la differenza fra il valore *massimo* ed il valore *minimo*, della forza massima di shock, è di:

$$\Delta F_{m2} = F_{m(2-4)} - F_{m(2-0)} = 1\,854 - 1\,805 = 49 \text{ kg}$$

Questo significa che, interponendo un elemento rigido, come una fettuccia in dyneema, della lunghezza di « $l_f = 0,3 \text{ m}$ », la sua presenza è ininfluyente, per quanto riguarda la forza massima di shock, già con una lunghezza di corda di « $l_c = 4,7 \text{ m}$ ».

Osservazioni

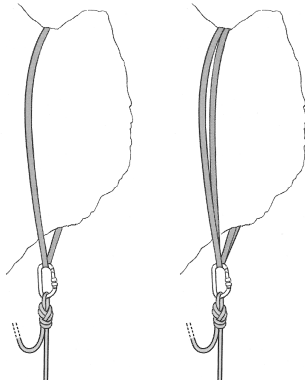
Nel caso, per contro, la lunghezza della corda statica scenda a « $l_c < 1,5 \text{ m}$ », ci troveremo in una situazione simile a quella analizzata un poco più avanti (vedi oltre: *Elementi elastici ed in serie ed in parallelo*; vedi [fig. 29], pag 28).



[fig. 24]

Elementi elastici in parallelo

Nella pratica speleologica capita, spesso, che si esegua un armo utilizzando od un cordino, od una fettuccia, o chiuso ad anello [fig. 25a] o avvolto due volte attorno ad un anco-
raggio [fig. 25b].



[fig. 25a]

[fig. 25b]

Possiamo semplificare il ragionamento, considerando una serie di elementi ideali in parallelo (ad esempio o fettucce o cordini) e di uguale lunghezza e di uguale coefficiente d'elasticità dinamica «Xd», disposti come in [fig. 26], e sollecitati, uniformemente, da un grave di peso «P».

Osservazioni

Nel caso gli elementi di corda avessero coefficienti d'elasticità dinamici «Xd» diversi fra loro, la risoluzione necessiterebbe un'analisi matematica ad altissimo livello, e qui non è il caso.

Esaminiamo, adesso, la situazione in cui il grave «P» cada da una certa altezza «h», sollecitando il sistema con una forza massima «Fm»; il lavoro (l'energia) che deve assorbire il sistema è data da:

$$L = P \cdot h$$

L'elasticità «Xt» di una serie di elementi uguali in parallelo, con coefficiente d'elasticità dinamica «Xd», è data dalla:

$$X_t = \frac{X_d}{n}$$

Pertanto la forza massima si ottiene con l'equazione:

$$F_m = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_t \cdot l}} = P + \sqrt{P^2 + n \cdot \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l}} \quad [11]$$

Consideriamo un grave del peso di «P = 80 kg» che cade e su un cordino [tab. 01] e su una fettuccia [tab. 02] con fattore di caduta sia di «Fc = 1» sia di «Fc = 2»; consideriamo, inoltre, un moschettone, in lega, con un carico di rottura «Frm = 2 200 kg».

Cordino Ø = 7 mm Fr = 1 200 kg Frn = 840 kg Xd = 1,4 • 10 ⁻⁵ N ⁻¹	
Fc = 1	Fc = 2
Elemento singolo	Elemento singolo
Fm = 1 163 kg	Fm = 1 609 kg
Frn = 840 kg	Frn = 840 kg
Xd = 1,4 • 10 ⁻⁵ N ⁻¹	Xd = 1,4 • 10 ⁻⁵ N ⁻¹
Fs = 1 163 kg	Fs = 1 609 kg
2 elementi	2 elementi
Fm = 1 609 kg	Fm = 2 241 kg
Frn = 1 680 kg	Frn = 1 680 kg
Xd = 0,7 • 10 ⁻⁵ N ⁻¹	Xd = 0,7 • 10 ⁻⁵ N ⁻¹
Fs = 805 kg	Fs = 1 121 kg
4 elementi	4 elementi
Fm = 2 241 kg	Fm = 3 135 kg
Frn = 3 360 kg	Frn = 3 360 kg
Xd = 0,35 • 10 ⁻⁵ N ⁻¹	Xd = 0,35 • 10 ⁻⁵ N ⁻¹
Fs = 560 kg	Fs = 784 kg

[tab. 01]

Fettuccia da 25 mm Fr = 1 560 kg Frn = 1 015 kg Xd = 1,4 • 10 ⁻⁵ N ⁻¹	
Fc = 1	Fc = 2
Elemento singolo	Elemento singolo
Fm = 2 211 kg	Fm = 3 093 kg
Frn = 1 015 kg	Frn = 1 015 kg
Xd = 0,36 • 10 ⁻⁵ N ⁻¹	Xd = 0,36 • 10 ⁻⁵ N ⁻¹
Fs = 2 211 kg	Fs = 3 093 kg
2 elementi	2 elementi
Fm = 3 093 kg	Fm = 4 340 kg
Frn = 3 120 kg	Frn = 3 120 kg
Xd = 0,18 • 10 ⁻⁵ N ⁻¹	Xd = 0,18 • 10 ⁻⁵ N ⁻¹
Fs = 1 546 kg	Fs = 2 170 kg
4 elementi	4 elementi
Fm = 4 340 kg	Fm = 6 104 kg
Frn = 6 240 kg	Frn = 6 240 kg
Xd = 0,09 • 10 ⁻⁵ N ⁻¹	Xd = 0,09 • 10 ⁻⁵ N ⁻¹
Fs = 1 085 kg	Fs = 1 526 kg

[tab. 02]

Nelle [tab. 01], [tab. 02] si ha:

F_m = forza massima di shock

F_{rn} = carico di rottura al nodo

X_d = coefficiente di elasticità dinamico del sistema

F_s = forza che si genera su ogni singolo tratto

Il cordino è stato chiuso con un *nodo inglese doppio combaciante*, mentre la fettuccia è stata chiusa, ovviamente, con un *nodo fettuccia*.

Sempre dalle [tab. 01], [tab. 02], si può constatare che ripiegando più volte, su se stesso, o un cordino od una fettuccia, si riduce il coefficiente d'elasticità dinamico « X_d » del sistema e, pertanto, aumenta la forza massima di shock « F_m » che si genera a causa di una sollecitazione dinamica

Dalla [tab. 01] si evince come, eseguendo una prova con un fattore di caduta « $F_c = 1$ » e con quattro avvolgimenti di un cordino (nelle condizioni indicate), la resistenza al nodo, del sistema, risulta di ben « $F_{rn} = 3\,360\text{ kg}$ », mentre la forza massima di shock « $F_m = 2\,241\text{ kg}$ » resta inferiore.

Da questi soli dati si potrebbe desumere, erroneamente, che sia vantaggioso (più sicuro) aumentare il numero delle spire del cordino; si deve osservare, per contro, che la forza massima di shock « F_m », pur restando inferiore al carico di rottura al nodo « F_{rn} », supera, anche se di poco, la resistenza del moschettone « F_{rm} »; il **sistema cordino** tiene, il **moschettone** potrebbe cedere.

Osservazioni

Perché quanto detto fino ad ora, non generi dei dubbi, si fa notare che la situazione appena esaminata è affatto differente da quella considerata precedentemente in «*Un esperimento ideale*», pagina 24»; ora è stato analizzato il comportamento di un unico **anello di cordino** (o di fettuccia), o singolo o ripiegato più volte, mentre in precedenza è stato analizzato il comportamento del sistema **anello di fettuccia**, o singolo o ripiegato più volte, **più corda**, ed è, per l'appunto, proprio o la presenza o l'assenza della corda che modifica tutto il ragionamento.

Arrivandoci per altra via

Ricaviamo, anche in questo caso, una formula approssimata per la forza massima totale di shock « F_{mt} », nel caso di più elementi identici in parallelo;

$$L = n \cdot L_s$$

In cui: L = lavoro (energia) totale assorbita dal sistema, composto di più elementi in parallelo, espresso in *joule* (J) – L_s = lavoro che deve essere assorbito da ogni singolo elemento, espresso in *joule* (J) – n = numero di elementi in parallelo.

Per cui:

$$L_s = \frac{1}{2} \cdot X_d \cdot l \cdot F_{ms}^2$$

In cui: L_s = lavoro assorbito da ogni *singolo* elemento, espresso in *joule* (J) – X_d = coefficiente d'elasticità dinamico di ogni singolo elemento, identico per tutti gli elementi, espresso in *newton alla meno uno* (N^{-1}) – l = lunghezza di ogni singolo elemento, identica per tutti gli elementi, espressa in *metri* (m) – F_{ms} = forza massima di shock che si genererebbe se si considerasse un singolo elemento, espressa in *newton* (N).

La forza massima totale che si genera sull'intero sistema è:

$$F_{mt} = n \cdot F_{ms}$$

Da cui:

$$F_{ms} = \frac{F_{mt}}{n}$$

Pertanto:

$$L = \frac{1}{2} \cdot n \cdot X_d \cdot l \cdot F_{ms}^2$$

Tenendo presente che « $L = P \cdot h$ », si può scrivere infine:

$$F_{mt} = \sqrt{n \cdot \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l}} = \sqrt{n} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l}} = \sqrt{n} \cdot F_m$$

Abbiamo ricavato, anche qui, la formula approssimata per mettere in maggiore evidenza che la forza massima totale « F_{mt} » è *circa* uguale alla forza massima di shock « F_{ms} », che si genererebbe nel caso si eseguisse la prova su un singolo elemento di corda, moltiplicato per la radice quadrata del numero degli elementi.

Con due elementi, la « F_{mt} » sarà leggermente inferiore a: $F_{mt} \approx 1,41 \cdot F_{ms}$

Con quattro elementi, la « F_{mt} » sarà leggermente inferiore a: $F_{mt} \approx 2,00 \cdot F_{ms}$

Elementi elastici ed in serie ed in parallelo

Fino ad ora abbiamo volutamente ignorato sia i nodi sia le gasse che si devono necessariamente creare per collegare la corda sia all'ancoraggio sia al grave.

In [fig. 27] è rappresentata una situazione reale in cui si ha la più semplice catena di elementi elastici: la gassa superiore, il nodo superiore, il tratto di corda, il nodo inferiore, la gassa inferiore.

Osservazioni

I nodi, o per meglio dire, la loro strizione, generano elasticità, ma, in questa prima fase, continueremo ad ignorarli.

Ignorando quindi, momentaneamente, l'effetto prodotto dalla presenza dei due nodi, possiamo sintetizzare la situazione come riportato nello schema in [fig. 28], nella quale: «lt» è la lunghezza complessiva dell'intero sistema (data da «lg + lc + lg»), «lg» è la lunghezza di ogni singola gassa nell'ipotesi che siano di uguale lunghezza (considerando ogni gassa un sistema di due corde in parallelo), «lc» è la lunghezza del tratto di corda centrale, «P» è il peso del grave.

Nel caso il peso «P» cada da un'altezza «h», il sistema deve assorbire una quantità di energia pari a «P • h»; questa energia sarà necessariamente ripartita fra tutti gli elementi, per cui possiamo scrivere:

$$L = L_c + 4 \cdot L_g \quad [12]$$

In cui: L = lavoro totale assorbito dal sistema, espresso in *joule* (J) – L_c = lavoro assorbito dal tratto di corda centrale, espresso in *joule* (J) – L_g = lavoro assorbito da ogni singolo elemento in parallelo, espresso in *joule* (J).

Possiamo scrivere, inoltre:

$$F_{mg} = \frac{F_{mt}}{2} \quad [13]$$

In cui: F_{mg} = forza massima che si genera in ogni punto dei tratti in parallelo che rappresentano le gasse, espressa in *newton* (N) – F_{mt} = forza massima totale che si genera agli estremi del sistema ed anche in ogni punto del tratto di corda centrale, espressa in *newton* (N).

Attribuendo, alla corda, un coefficiente d'elasticità dinamico «X_d», possiamo scrivere, inoltre:

$$L_c = \frac{1}{2} \cdot X_d \cdot l_c \cdot F_{mt}^2 \quad [14]$$

$$L_g = \frac{1}{2} \cdot X_d \cdot l_g \cdot F_{mg}^2 = \frac{1}{2} \cdot X_d \cdot l_g \cdot \frac{F_{mt}^2}{4} \quad [15]$$

In cui: l_c = lunghezza del tratto di corda centrale, espressa in *metri* (m) – l_g = lunghezza di ogni singolo tratto, delle gasse, in parallelo, espressa in *metri* (m) – X_d = coefficiente d'elasticità dinamico, espresso in *newton alla meno uno* (N⁻¹) – noto il significato degli altri termini.

Da quanto precedentemente esposto e dalle equazioni [12], [14], [15], otteniamo che:

$$L = \frac{1}{2} \cdot X_d \cdot l_c \cdot F_{mt}^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot X_d \cdot l_g \cdot \frac{F_{mt}^2}{4}$$

Che si riduce nella:

$$L = \frac{1}{2} \cdot X_d \cdot (l_c + l_g) \cdot F_{mt}^2$$

Possiamo, altresì, arrivarci per altra via; ricordando che:

lunghezza di ogni singola gassa = l_g

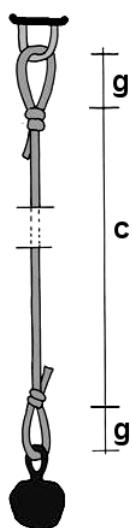
lunghezza del tratto di corda centrale = l_c

coefficiente di elasticità di ogni singola gassa = X_{dg} = X_d • 2⁻¹

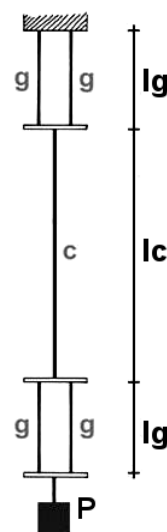
lunghezza totale del sistema = l_t = l_c + 2 • l_g

Considerando ora un unico sistema composto dalla serie di elementi in parallelo: gassa, corda singola, gassa (l_g + l_c + l_g).

$$X_{dt} = \frac{X_d \cdot l_c + 2 \cdot X_{dg} \cdot l_g}{l_t} = \frac{X_d \cdot l_c + 2 \cdot \frac{X_d}{2} \cdot l_g}{l_t} = \frac{X_d \cdot (l_c + l_g)}{l_t}$$



[fig.27]



[fig.28]

Applicando la relazione del lavoro si ha:

$$L = \frac{1}{2} \cdot X_{dt} \cdot l_t \cdot F_{mt}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{X_d \cdot (l_c + l_g)}{l_t} \cdot l_t \cdot F_{mt}^2$$

Ottenendo, infine:

$$L = \frac{1}{2} \cdot X_d \cdot (l_c + l_g) \cdot F_{mt}^2$$

Da cui, col procedimento ormai noto, si ricava:

$$F_{mt} = \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot (l_c + l_g)}}$$

Costatando, però, che:

$$l_c = l - 2 \cdot l_g$$

In cui: l = lunghezza dell'intero campione, compresa la lunghezza delle due gasse « $l = l_c + 2 \cdot l_g$ », espressa in *metri* (m).

Si ottiene l'equazione cercata:

$$F_{mt} = \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot (l - l_g)}} \quad [16]$$

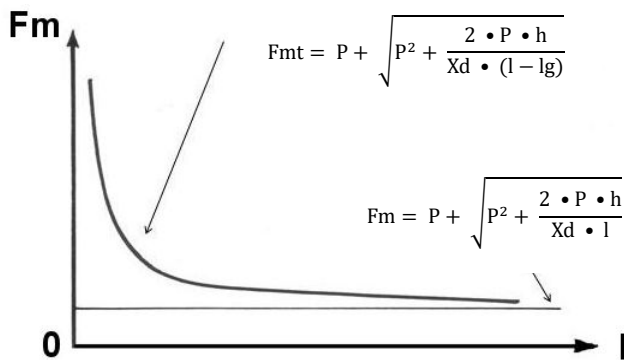
Osservazioni

Anche in questo caso abbiamo impostato tutto il procedimento sapendo di ottenere l'equazione approssimata come quella [09] (pag. 15); anche in questo caso la trattazione rigorosa avrebbe implicato un'analisi matematica molto più complessa che, però, non avrebbe portato alcun vantaggio nella dimostrazione; ora invece possiamo continuare l'esposizione.

Possiamo, infine, scrivere l'equazione nella sua espressione più precisa:

$$F_{mt} = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot (l - l_g)}} \quad [17]$$

Riportando in un diagramma « $F_m = f(l)$ » l'andamento delle curve generate sia dalla [17]



[fig.29]

sia dalla [07] (pag. 8), otteniamo la [fig. 29], nella quale si evidenzia che il comportamento di una corda quando si considera la presenza delle gasse, si scosta marcatamente, dal comportamento di una corda secondo l'equazione [07] (pag. 8), nella quale le gasse non sono considerate.

Si nota, infatti, come, tenendo costante il fattore di caduta « F_c » la « F_{mt} » aumenti progressivamente mentre la lunghezza « l », del tratto di corda centrale, diminuisce; la « F_m », per contro, si mantiene sempre dello stesso valore.

Nell'equazione [17] si può notare che la lunghezza « l » è diminuita della lunghezza della gassa « l_g » e che, questa riduzione della lunghezza totale del sistema, si traduce o in una riduzione dell'elasticità totale « X_t » o in un aumento del fattore di caduta « F_c », effetto che sarà tanto più importante quanto più si riduce la lunghezza « l_c » e, pertanto, quanto più la « l_g » non è trascurabile rispetto ad « l ».

Da quanto detto *sembrerebbe* che l'utilizzo dei cordini di sicura (le longe corte), comunemente della lunghezza di «35 cm ÷ 40 cm», sia **demenziale**; si potrebbe costatare, infatti, che anche sollecitazioni relativamente basse potrebbero produrre forze massime di shok « F_{mt} » elevatissime, capaci di rompere e ancoraggi e corde.

In verità, fino a questo punto, possiamo affermare che la forza massima totale « F_{mt} » si mantiene molto prossima alla « F_m », e, in pratica, coincide con essa, per valori fino a circa « $l \geq 2$ m», mentre per valori di « $l < 2$ m» la « F_{mt} » registra valori tanto più alti quanto si riduce la lunghezza « l »; *fino a questo punto*, abbiamo detto, ma . . . (vedi oltre: *La presenza dei nodi*, pagina 30).

Una curiosità, forse

Ancoriamo un peso «P», ad un attacco «A», tramite una corda che presenta una gassa in verità un poco troppo lunga [fig. 30].

In effetti, in questo esempio, in cui la lunghezza della gassa è ben la metà della lunghezza dell'intera corda « $lg = lc \cdot 2^{-1}$ », si è esagerato, ma serve per mettere meglio in evidenza ciò che si desidera esporre; la lunghezza della corda singola « lcs » e, ovviamente, uguale a « lg ».

Se in questa situazione lasciassimo cadere il peso «P», qualcuno potrebbe essere tentato d'affermare che si è in presenza di un fattore di caduta « $F = 1$ ».

Dal punto di vista geometrico il discorso sembrerebbe, a prima vista, corretto: la lunghezza della corda è « $lc = 2 \cdot lg$ », l'altezza di caduta è ugualmente « $h = 2 \cdot lg$ »; si ha pertanto « $lc = h$ » e quindi si dovrebbe avere.

$$Fc = \frac{h}{lc} = 1$$

La gassa, per contro è costituita da due corde appaiate per cui la sua elasticità « Xg » non è l'elasticità propria della corda singola « Xd », ma risulta:

$$Xg = \frac{Xd}{2}$$

[fig. 30]

(vedi: *Elementi elastici in parallelo*, pagina 25)

In pratica è come se la lunghezza « lg » della gassa, quella da introdurre nelle equazioni, fosse ridotta alla metà e divenisse « lgt », pari a:

$$lgt = \frac{lg}{2}$$

Si avrebbe, pertanto, che la lunghezza equivalente dell'intera corda « lct », da introdurre nelle equazioni, sarà:

$$lct = \frac{lg}{2} + lcs < lc$$

Per cui, il fattore di caduta reale « Fcr », risulterebbe:

$$Fcr = \frac{h}{lct} > \frac{h}{lc} > 1$$

Facciamo un esempio numerico

Consideriamo:

lunghezza della gassa	$lg = 6 \text{ m}$
lunghezza della corda	$lc = 12 \text{ m}$
lunghezza della corda singola	$lcs = 6 \text{ m}$
altezza di caduta	$h = 12 \text{ m}$

« lgt » sarà, pertanto: $lgt = \frac{lg}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ m}$

La lunghezza equivalente dell'intera corda « lct », da introdurre nelle equazioni, sarà, pertanto:

$$lct = \frac{lg}{2} + lcs = 3 + 6 = 9 \text{ m}$$

Per cui, il fattore di caduta reale « Fcr », risulterebbe:

$$Fcr = \frac{h}{lct} = \frac{12}{9} = 1,3$$

Gli stessi concetti di base che hanno informato questo esempio, possono essere utilizzati per analizzare e risolvere molti altri problemi simili.

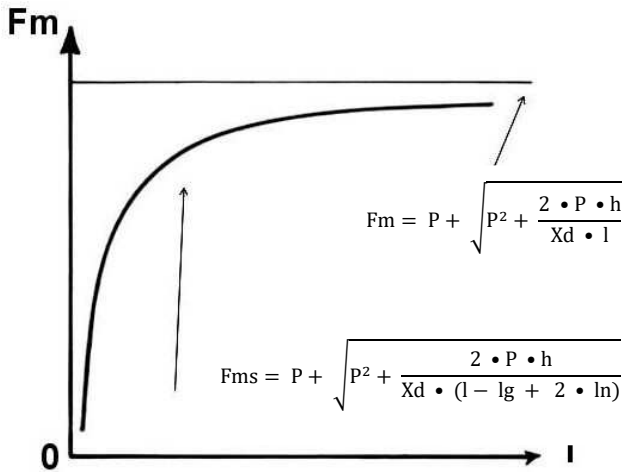
La presenza dei nodi

Nel paragrafo precedente si sono, per contro, trascurati gli effetti della presenza dei nodi; aspetto importante che, come vedremo, ribalta completamente tutto il discorso.

L'influenza dei nodi (la loro strizione), infatti, acquista sempre più incidenza quanto più si riduce la lunghezza «l» della corda [fig. 31].

I nodi che formano le due gasse, infatti, hanno la capacità di dissipare energia fra le proprie spire per attrito (trazione, torsione, flessione); questa loro peculiarità si esprime con un aumento dell'elasticità del sistema che non solo annulla, ma altresì, generalmente, ribalta totalmente l'andamento del fenomeno producendo, per valori compresi al di sotto «l = 4 m», un'evidente riduzione della forza massima «Fms».ò

In pratica è come se si verificasse un aumento della lunghezza del sistema nella misura in cui si può determinare una lunghezza equivalente «ln» espressa da ogni nodo; questo concetto può essere spiegato, da un modello matematico, con l'equazione:



[fig. 31]

$$F_{ms} = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot (l - l_g + 2 \cdot l_n)}} \quad [18]$$

Come già detto, a seconda del tipo di nodo, la lunghezza equivalente «ln» varia; nel caso del nodo *guida con frizione* la sua lunghezza equivalente «ln» può essere stimata in «ln = 0,07 m»; se si formassero gasse della lunghezza di «0,04 m», si avrebbe «2 • ln > lg», e precisamente.

$$2 \cdot l_n - l_g = 2 \cdot 0,07 - 0,04 = 0,14 - 0,04 = 0,10 \text{ m} > 0$$

Questa è la ragione per cui la curva che rappresenta l'equazione [18], [fig. 31], ha un andamento opposto alla curva che rappresenta l'equazione [17] (pag. 28), [fig. 29] (pag. 28).

Possiamo pertanto tirare un *sospiro di sollievo*: la forza massima «Fms» che si genera su un sistema composto da una corda di lunghezza «l», con due gasse, ciascuna della lunghezza «lg», annodate con due nodi guida con frizione, ciascuno della lunghezza equivalente «ln», sottoposta a percussione, resta praticamente costante fino a circa «l = 2 m ÷ 4 m» per poi diminuire progressivamente al diminuire della lunghezza «l» della corda.

Naturalmente vi possono essere nodi non adatti ad assorbire energia (ad esempio il barcaiolo) per cui si ha:

$$2 \cdot l_n - l_g < 0$$

In questo particolare caso, la curva «Fms» avrebbe un andamento simile alla curva «Fm» della [fig. 29] (pag. 28), infatti considerando:

$$Z = 2 \cdot l_n - l_g$$

Il valore di «Z» diverrebbe negativo, per cui la [18] si convertirebbe nella:

$$F_{ms} = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot (l - Z)}}$$

Simile all'equazione [17] (pag. 28) e, pertanto, soggetta allo stesso ragionamento.

Misura del valore di «ln»

Prendendo in considerazione l'equazione [07] (pag. 8), dopo semplici passaggi, trasformandola opportunamente, otteniamo:

$$l_n = \frac{P \cdot h}{X_d \cdot (F_m^2 - 2 \cdot F_m \cdot P)} + \frac{l_g - l}{2}$$

Dalla quale si evince che, per conoscere il valore della lunghezza equivalente del nodo «ln» è sufficiente ottenere il valore della forza massima di shock «Fm», durante una prova di caduta dinamica di cui si conoscano tutti i parametri: P, h, Xd, lg, l.

Come abbiamo detto, ogni nodo ha una diversa capacità di assorbire energia è, pertanto, possiede una diversa lunghezza equivalente rispetto alla corda con cui è confezionato.

Si sono, quindi, eseguite alcune prove, tramite le quali si è potuta misurare la forza massima «Fm», cambiando ogni volta il tipo dei nodi.

Condizioni sperimentali:

Corda utilizzata: **Joanny s Ø = 10,5 mm** $X_d = 1,4 \cdot 10^{-1} \text{ N}^{-1}$
 lunghezza del campione $l_c = 3 \text{ m}$
 lunghezza gassa $l_g = 6 \text{ cm}$
 peso del grave $P = 77 \text{ kg} (\approx 755,37 \text{ N})$
 fattore di caduta $F_c = 1$

Risultati

Guida con frizione doppino sotto	Fm = 1 115 kg
Guida con frizione doppino sotto <i>pre-tirato</i> a 250 kg ($\approx 2 452,5 \text{ N}$)	Fm = 1 125 kg
Guida doppino sotto	Fm = 1 180 kg
Guida doppino sotto <i>pre-tirato</i> a 250 kg ($\approx 2 452,5 \text{ N}$)	Fm = 1 100 kg

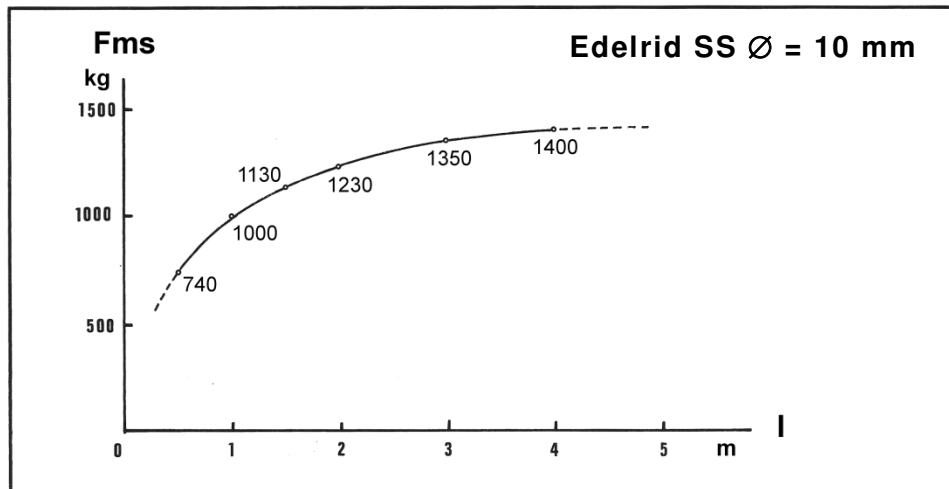
Inaspettatamente, il nodo più adatto ad assorbire energia è il Guida *pre-tirato* a 250 kg, mentre il meno adatto è risultato il Guida non pre-tirato; in grotta si usa prevalentemente il Guida con frizione, di caratteristiche simili, soprattutto per la sua *scioglibilità*.

Nei diagrammi e di [fig. 32a] e di [fig. 32b] sono riportati i valori sperimentali, ottenuti sottoponendo a prova due corde reali, si rende evidente l'assorbimento di energia dovuta alla strizione dei nodi di ancoraggio la quale, a parità di ogni altra condizione, è tanto più prevalente quanto minore è l'elasticità complessiva del campione; pare ovvio, infatti, che aumentando l'elasticità totale del campione, mentre resta invariata quella dovuta ai nodi, quest'ultima acquista sempre meno importanza relativa.

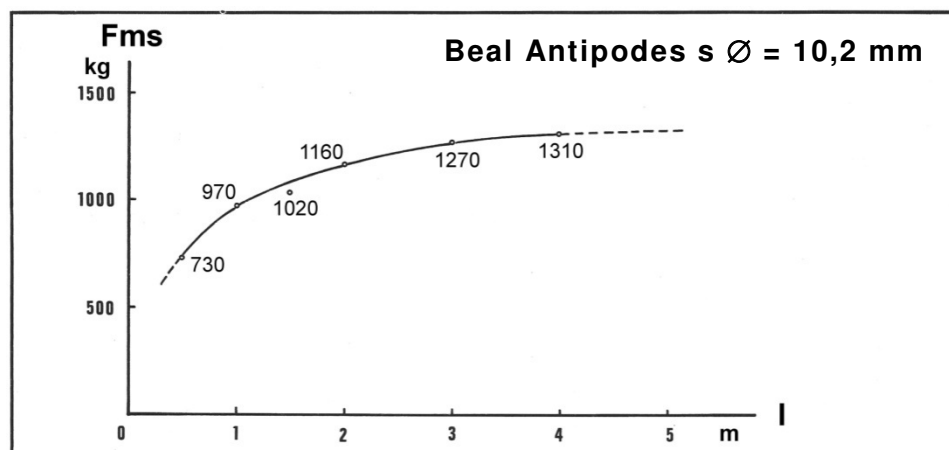
Nelle ascisse sono riportate le lunghezze «l» dei vari campioni, mentre, nelle ordinate, sono riportate le forze di shock «Fms» registrate nelle varie prove.

Condizioni sperimentali:

lunghezza di ciascuna gassa $l_g = 6 \text{ cm}$
 peso del corpo rigido $P = 90 \text{ kg} (\approx 882,9 \text{ N})$
 fattore di caduta $F_c = 1$



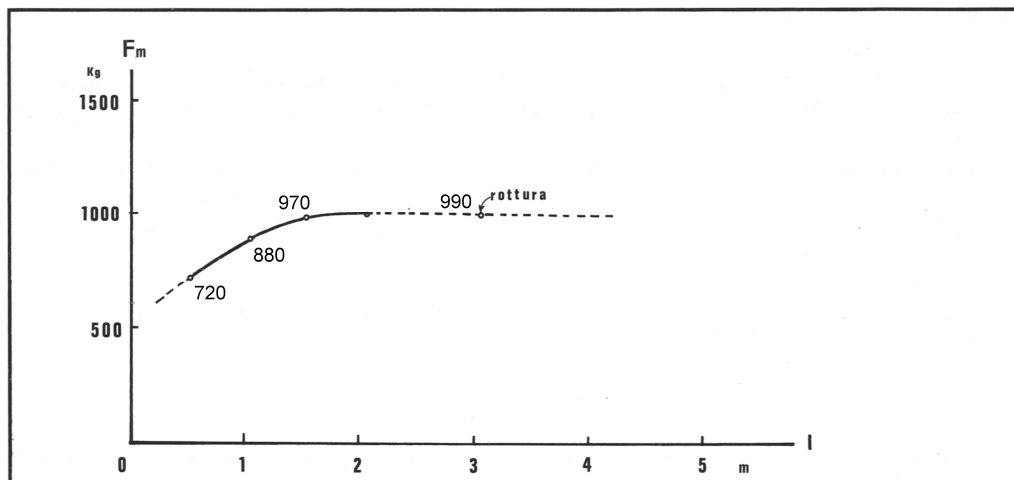
[fig. 32a]



[fig. 32b]

Dalle e [fig. 32a] e [fig 32b] si evince chiaramente che all'aumentare della lunghezza del campione, l'elasticità propria dei nodi diviene sempre meno rilevante ed, oltre un certo valore diviene completamente trascurabile.

Un caso interessante è la prova eseguite sulla corda **Edelrid ss $\varnothing = 8$ mm** durante la quale, nelle stesse **condizioni sperimentali**, si sono registrati i seguenti risultati.



Con una lunghezza del campione di 3 m si è verificata la **rottura** per: $F_m = 990$ kg (il valore della « F_m » si riferisce, pertanto, alla forza di rottura e non a quella di arresto del peso).

Osservazioni

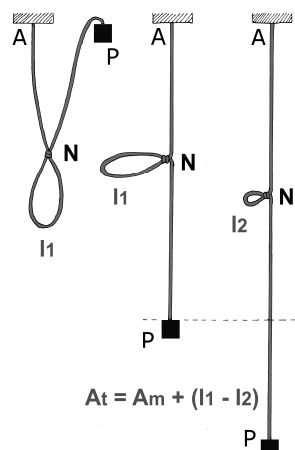
Un campione di soli 0,5 m che potrebbe essere ritenuto meno elastico anche a causa del brevissimo tempo in cui si svolge una sollecitazione dinamica (vedi: *Velocità di allungamento unitario*, pagina 47) ha tenuto, mentre un campione di ben 3 m ha ceduto.

L'andamento orizzontale della curva, si ottiene per valori di «l» differenti e per ogni corda e per ogni nodo utilizzando il Guida non *pre-tirato*, si possono considerare i seguenti valori, in cui si raggiunge l'andamento orizzontale dalla curva **$F_{ms} = f(l)$** .

Edelrid ss $\varnothing = 10$ mm	$l = 4$ m
Edelrid ss $\varnothing = 9$ mm	$l = 3$ m
Edelrid ss $\varnothing = 8$ mm	$l = 2$ m
Beal Antipodes s $\varnothing = 10,2$	$l = 4$ m
Beal Antipodes s $\varnothing = 9$	$l = 3$ m

Dissipatori d'energia

I dissipatori d'energia sono degli attrezzi capaci di permettere lo scorrimento della corda, al loro interno, quando la forza massima «Fm», che si genera a causa di una sollecitazione dinamica, supera un certo valore limite.



[fig. 33]

Adesso! Ma un tempo si potevano utilizzare soltanto dei semplici nodi, come: il *guida*, il *farfalla*, il *semplice*, che si possono definire **nodi ammortizzanti** quando sono utilizzati per abbassare, anche in modo sensibile, il valore della forza massima di shock «Fm», che si dovesse generare durante una sollecitazione dinamica.

Eseguiamo un'esperienza come indicato in [fig. 33]; una prova di caduta di una massa «P», su una corda di lunghezza «l», interponendo, fra l'ancoraggio «A» e la massa «P», un nodo semplice «N».

Lasciando cadere il peso «P», la corda si metterà prima in tensione (schema centrale) per poi iniziare ad allungarsi sia per effetto dell'elasticità naturale sia per lo scorrimento della gassa, del nodo «N», che riduce la sua lunghezza da «l1» a «l2», con « $\Delta l = l1 - l2$ ».

Al termine dell'esperienza, quando tutta l'energia in gioco, sarà stata assorbita dal sistema, l'allungamento totale «At», della corda, sarà data da:

$$At = Am + \Delta l$$

In cui: At = allungamento totale della corda, espressa in *metri* (m) – Am = allungamento massimo dovuto all'elasticità della corda, espresso in *metri* (m) - Δl = differenza fra la lunghezza iniziale «l1» e la lunghezza finale «l2», della gassa del nodo «N», espressa in *metri* (m).

Se rappresentiamo, l'evolversi dell'esperienza, con un grafico che rappresenti il lavoro di deformazione (vedi: *Quantità di lavoro*, pagina 15) otteniamo la [fig. 34], nella quale ci possiamo chiarire, visivamente, il motivo per cui la forza massima di shock, in presenza del *nodo ammortizzante*, assume valori inferiori di quelli che assumerebbe in assenza del nodo.

Riferendoci all'esperienza eseguita come in [fig. 33], in assenza del *nodo ammortizzante*, la curva di trazione seguirebbe l'andamento ormai noto «0 Y X», fornita dalla funzione: $F_t = f(Au)$, facendo registrare una forza massima «Ft» ed un allungamento massimo unitario «Aut»; la superficie «0 Y X Aut» rappresenterebbe il lavoro svolto.

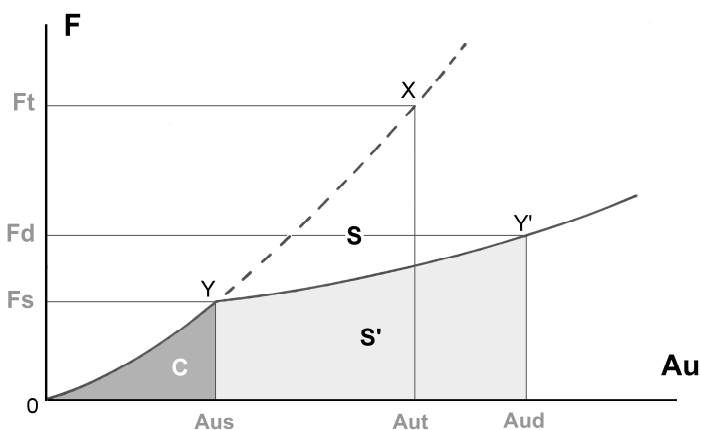
In presenza del *nodo ammortizzante*, per contro, la curva di trazione, fornita dalla funzione $F_d = f(Au)$, seguirebbe, in un primo momento, l'andamento della funzione $F_t = f(Au)$ fino ad arrivare al punto «Y», caratterizzato da una forza massima «Fs» ed un allungamento massimo unitario «Aus» [fig. 34].

A questo punto la forza massima «Fs» è sufficientemente elevata da permettere lo scorrimento della gassa «l1», all'interno del nodo ammortizzante «N», modificando l'andamento della curva, che diviene la «0 Y Y'», fino all'assorbimento di tutta l'energia, facendo registrare una forza massima «Fd», minore di «Ft», ed un allungamento massimo unitario «Aud», maggiore di «Aut»; la superficie «0 Y Y' Aud», uguale alla superficie «0 Y X Aut», rappresenta, anche in questo caso, il lavoro svolto.

Essendo, come detto, la «Fd» minore della «Ft», l'uso del nodo ammortizzante, o l'uso di particolari attrezzi ammortizzanti, è particolarmente utile nelle corde di piccolo diametro come ad esempio le corde di « $\varnothing = 8 \text{ mm}$ » il cui carico di rottura è limitato.

Per contro, si deve porre particolare attenzione all'uso dei nodi ammortizzanti poiché, una volta entrati in funzione, danneggiano irrimediabilmente la corda con la quasi certezza della fusione della calza e parte dei trefoli dell'anima.

Consideriamo un campione di corda **Edelrid ss $\varnothing = 8 \text{ mm}$** , della lunghezza di tre metri, sulla quale è stato eseguito un *nodo guida*, come nodo ammortizzante «Ng», avente una gassa di «lg1 = 34 cm» [fig. 35].

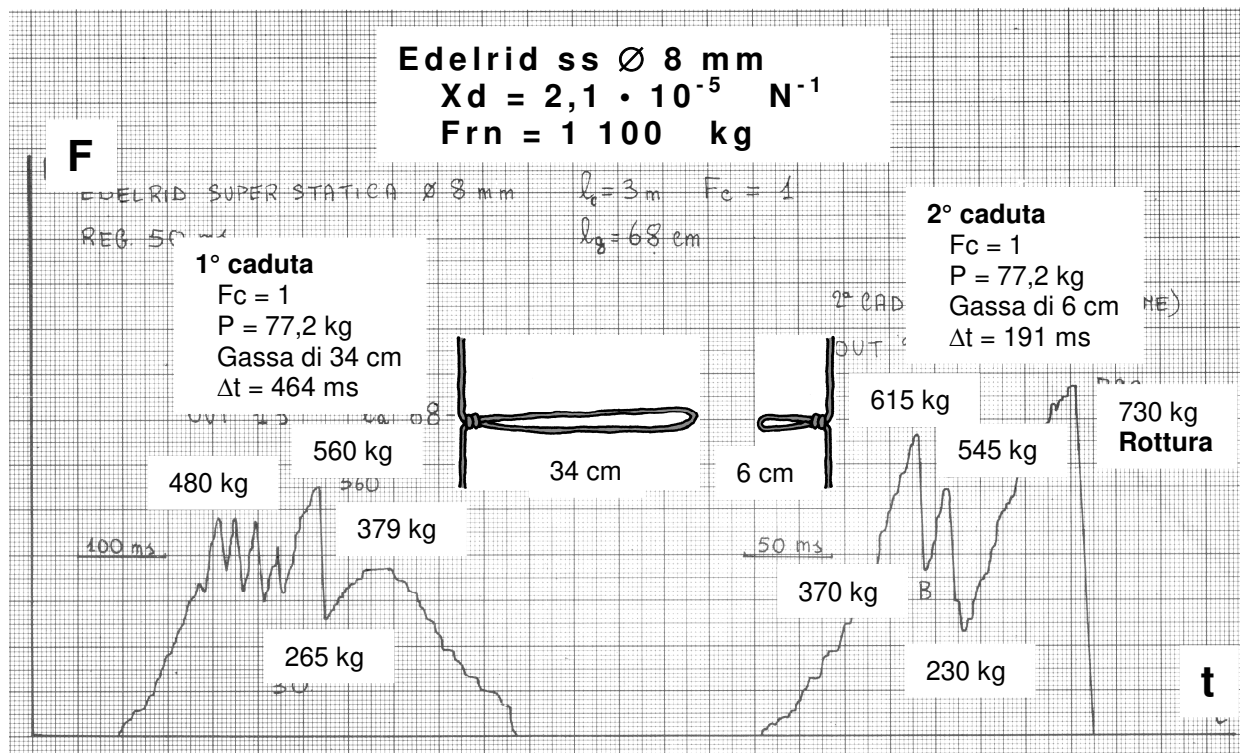


[fig. 34]

Sottoponiamo il campione di corda ad una prima sollecitazione (1° caduta) con fattore di caduta « $F_c = 1$ » ed analizziamo il grafico corrispondente.

La tensione, sulla corda, aumenta fino ad arrivare a circa 480 kg ove si registrano, nel momento in cui la gassa inizia a scorrere all'interno del nodo, dei picchi caratterizzati dal susseguirsi e di cedimenti e di arresti.

Dopo l'ultimo scorrimento, in cui la tensione, sulla corda, scende da 560 kg a 265 kg, il movimento s'arresta; la tensione infine aumenta leggermente, fino ad assorbire tutta la restante energia, per poi cessare.



[fig. 35]

Sottoponiamo il medesimo campione di corda, in cui la lunghezza della gassa si è ora ridotta a « $l_{g2} = 6 \text{ cm}$ », ad una successiva sollecitazione (2° caduta), sempre di fattore di caduta « $F_c = 1$ », ed analizziamo il grafico corrispondente.

La tensione, sulla corda, sale adesso fino a circa 615 kg, punto in cui avviene il primo scorrimento che riduce la tensione a 370 kg; qui, la lunghezza della gassa si riduce in pratica a zero, ed avviene un primo arresto che porta la tensione a 545 kg.

Lo scioglimento del nodo riduce nuovamente la tensione, sulla corda, fino a portarla a 230 kg; la restante energia, che deve essere assorbita dalla corda, porta la tensione fino al valore di 730 kg, punto in cui avviene la rottura della corda e la tensione svanisce.

Non deve sorprendere che la corda si sia rotta con una forza massima di shock di soli « $F_m = 730 \text{ kg}$ »; lo scorrimento della gassa, all'interno del nodo, danneggia irrimediabilmente la corda la quale deve essere immediatamente eliminata, almeno quel tratto interessato.

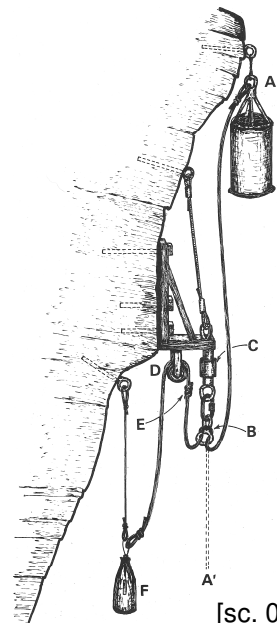
Osservazioni

Anche in questo caso (vedi anche: [fig. 11], pagina 14) la scala grafica dei tempi, è differente nelle due prove; la scala delle forze è, per contro, identica nei due casi.

Assicurazione dinamica

I **dissipatori d'energia**, al pari dei *nodi ammortizzanti*, servono per ridurre la forza massima di shock «Fm» che si genera durante una sollecitazione dinamica, ma, contrariamente a questi ultimi, non rovinano irrimediabilmente la corda e, pertanto, sono utilizzati per eseguire le assicurazioni dinamiche.

Qui sotto è riportato lo schema che riproduce l'apparato utilizzato dal **CNS** nella sua palestra-laboratorio allestita nelle **Gole della Rocchetta**, che sovrastano la città di **Gualdo Tadino**, in provincia di **Perugia** (PG) [sc. 02].



Nello schema si può osservare:

- A grave, peso rigido di 80 kg ($\approx 784,8$ N)
- B attrezzo in prova (in questo caso è un discensore ad otto)
- C dinamometro
- D puleggia di rinvio
- E nodo di arresto
- F zavorra 30 kg ($\approx 294,3$ N)

Le prove di tenuta sono state eseguite nelle seguenti condizioni:

Corda Edelrid Hotline-M $\varnothing = 11$ mm

Il suo coefficiente d'elasticità decresce all'aumentare di «Fc».

$$X = 5,3 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1} \text{ per } F_c = 0,5$$

$$X = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1} \text{ per } F_c = 1,0$$

$$X = 4,1 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1} \text{ per } F_c = 2,0$$

lunghezza del campione di corda: $l_c = 3$ m

lunghezza delle gasse: $l_g = 6$ cm

peso del grave: $P = 80$ kg ($\approx 784,8$ N)

fattore di caduta: $F_c = 0,5 - 1,0 - 2,0$

nodo guida con doppiino sotto

[sc. 02]

In tutti i test si è applicato, alla corda che entra nello strumento, un peso di 30 kg per simulare l'azione dell'operatore alla sosta; eccetto che per e il Kisa e per l'Autobrake.

Per avere un termine di confronto, inoltre, si sono eseguite prove di caduta, nelle medesime condizioni, ma con corda ancorata direttamente alla cella dinamometrica per mezzo di un nodo guida con doppiino sotto [fig. 36a].

I risultati sono stati riportati in [tab. 03] in cui le colonne delle percentuali (%) si riferiscono al rapporto fra le «Fm», ottenute col dissipatore, e le rispettive «Fm» ottenute con l'ancoraggio fisso (Guida doppiino sotto).

La riga dei «valori medi» riporta la media delle percentuali che derivano dalle tre prove ($F_c = 0,5 - F_c = 1,0 - F_c = 2,0$); sono un indice dell'efficienza del sistema, maggiore è il suo valore minore è l'efficienza dell'attrezzo.

F _c	Guida d. sotto	Mezzo barcaiolo		Otto Sul corpo		Otto sul Moschett.		Sticht		Kisa		Autobrake	
	F _m	F _m	%	F _m	%	F _m	%	F _m	%	F _m	%	F _m	%
0,5	480	350	73	280	58	280	58	280	58	280	58	205	42
1,0	655	365	56	320	49	295	45	315	49	450	69	255	39
2,0	980	790	81	730	75	730	75	685	70	450	46	320	33
Valori medi			70		61		59		59		58		38

[tab. 03]

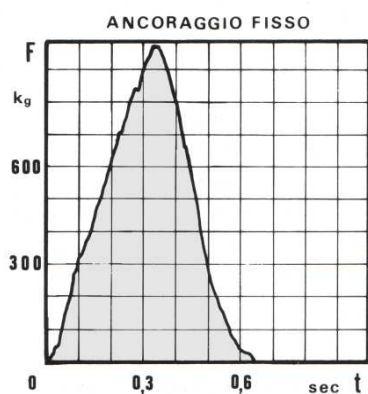
Da questa tabella è evidente come il **nodo mezzo barcaiolo** [fig. 36b] sia il peggiore sistema per eseguire una sicura dinamica.

Il **discensore ad otto** [fig. 36c] e la **piastrina Sticht** hanno comportamenti simili al nodo mezzo barcaiolo, anche se quantitativamente migliori.

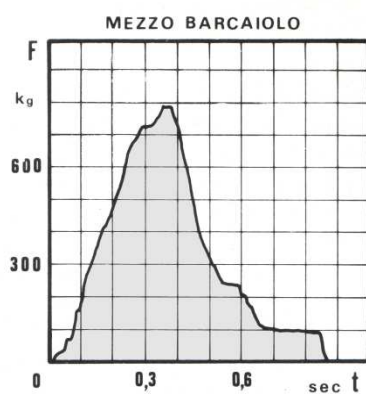
Da notare che l'efficienza dei primi tre dissipatori: il **nodo mezzo barcaiolo**, il **discensore ad otto**, la **piastrina Sticht**, dipende, in modo rilevante, dall'abilità dell'operatore alla sosta.

Il **Kisa** [fig. 36d] è il primo vero dissipatore poiché non richiede alcun intervento dell'operatore, mentre l'**Autobrake** [fig. 36e] è risultato il migliore attrezzo per l'assicurazione dinamica, fra quelli provati.

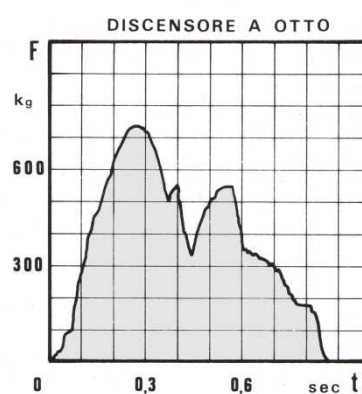
Per meglio evidenziare le differenze di comportamento dei vari sistemi d'assicurazione dinamica, riportiamo i grafici che seguono in cui sono riportate le curve « $F = f(t)$ », dei vari dissipatori esaminati, con « $F_c = 2$ ».

Diagrammi delle curve: $F = f(t)$ 

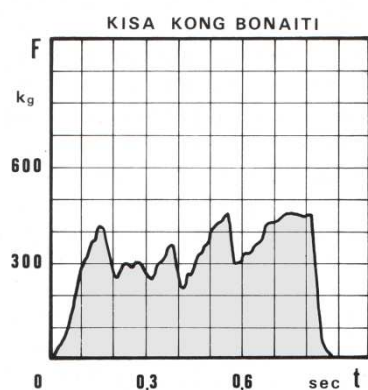
[fig. 36a]



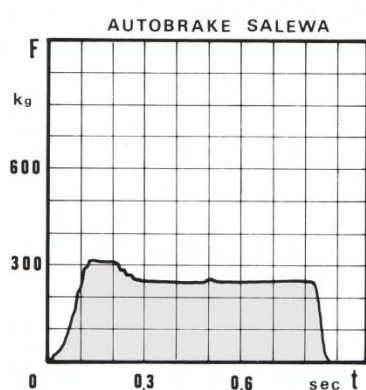
[fig. 36b]



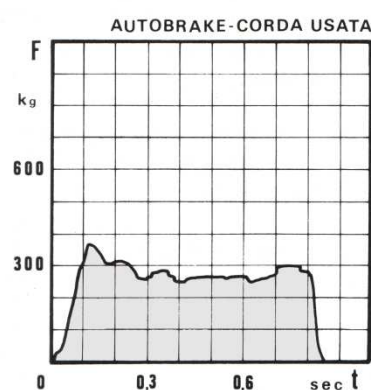
[fig. 36c]



[fig. 36d]



[fig. 36e]



[fig. 36f]

Possiamo far notare, forse ripetendoci parzialmente, il comportamento dei diversi dissipatori desunto dai diagrammi che riportano le curve $F = f(t)$, nelle condizioni sopracitate, ma considerando soltanto « $F_c = 2$ ».

Il *mezzo barcaio* genera un unico elevato picco di forza di « $F_m \approx 800 \text{ kg}$ », molto simile al comportamento dell'*ancoraggio fisso*; assorbe soltanto il «19%» della forza che si genera.

Il *discensore ad otto* si comporta solo leggermente meglio con un picco di poco inferiore a quello del mezzo barcaio, anche se la « F_m » risulta sempre troppo elevata; Il nodo di blocco colpisce l'attrezzo provocando il secondo picco.

Il *Kisa* si comporta decisamente meglio con un picco a « $F_m \approx 450 \text{ kg}$ »; da notare il susseguirsi di arresti e riprese che indicano che le forze d'attrito non restano costanti.

L'*Autobrake* si comporta in modo egregio con un leggero picco a « $F_m \approx 300 \text{ kg}$ » che attiva lo scorrimento della corda; in seguito, la dissipazione d'energia per attrito è così ben autoregolata da mantenere la forza quasi perfettamente costante.

Ripetendo l'esperimento, con la stessa corda utilizzata nella prova che ha prodotto il grafico di [fig. 36e], si registra un picco iniziale, che attiva lo scorrimento della corda, leggermente superiore; in seguito, la dissipazione d'energia per attriti genera forze leggermente variabili, ma l'attrezzo si dimostra, comunque, all'altezza delle aspettative [fig. 36f].

Il *Grigri*, non esaminato in questa serie di prove, più che un *dissipatore* è un *bloccante* e si comporta in modo molto simile al *nodo mezzo barcaio*, a meno che l'operatore, sfruttando la propria esperienza, non intervenga con un'appropriata manovra.

Nella convinzione, sicuramente errata, che non *tutti* conoscano *tutti* i dissipatori menzionati, presentiamo qui sia l'*Autobrake* sia la *Piastrina Sticht* sia il *Kisa*.



Autobrake



Piastrina Sticht



Kisa

Invecchiamento delle corde

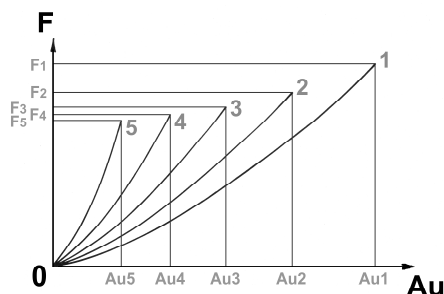
Col termine **invecchiamento delle corde** si vuole indicare il decadimento e delle caratteristiche e delle prestazioni di una corda; in pratica l'**invecchiamento** di una corda è causato dall'usura, dagli effetti prodotti sia dalla progressione con gli attrezzi meccanici e in discesa e in salita, sia dagli sfregamenti sulla roccia sia dall'inclusione di microcristalli che possono provocare la rottura di qualche filamento elementare sia dalle microlesioni provocate dallo/a speleologo/a durante il normale utilizzo in grotta.

Vi sono altresì altri **agenti naturali** che possono provocare il deterioramento delle corde come: gli effetti sia del contatto dell'aria, e dei suoi ossidanti e dei suoi inquinanti, con le fibre elementari sia del calore (nell'ambito delle temperature normalmente raggiungibili) sia dell'umidità dell'aria sia dei raggi «UV» (la pronuncia corretta è: «raggi u vu») i cui effetti, però, sono trascurabili a confronto con altri gli effetti che provocano l'usura della corda.

Vi sono, inoltre, delle sostanze, che chiamiamo **agenti non naturali**, capaci di provocare effetti devastanti e poco prevedibili come: prodotti petroliferi (e benzine e gasolio e combustibili liquidi e . . .), solventi chimici, acidi, soluzioni saline, agenti biologici (e funghi e muffe e . . .), adesivi, colle.

Per quanto riguarda gli agenti non naturali, per contro, è facile, sia con un uso sia con un immagazzinamento corretto, non farli mai entrare in contatto con la corda.

Se eseguiamo una serie di prove ad intervalli regolari di tempo regolari (ad esempio ogni sei mesi) sulla medesima corda, e ricavassimo le curve $F = f(Au)$, dovremmo trovare delle curve come nel diagramma di [fig. 37].



[fig. 37]

Dalla [fig.37] possiamo evincere che, in linea di principio, a causa del fenomeno dell'**invecchiamento** si ha sia una riduzione dell'elasticità sia una riduzione del carico di rottura della corda.

Possiamo renderci conto, inoltre, che la superficie sottesa alle varie curve di carico: «0 1 Au1», «0 2 Au2», «0 3 Au3», «0 4 Au4», «0 5 Au5», si riduce progressivamente.

Parimenti anche la capacità massima di assorbire energia si riduce drasticamente passando dalla curva «1» alla curva «5».

Per contro, è possibile che accada che una corda, durante la sua vita, subisca tante piccole lesioni da diminuire, di fatto, la sua sezione trasversale e, quindi, aumentare, apparentemente, il suo coefficiente d'elasticità «Xd».

Quest'aumento di elasticità, generalmente causato da fenomeni irreversibili, dovuti al cedimento di fili elementari, e, quindi, ad una riduzione della sezione resistente, è però ingannevole ed è inadeguato ad assorbire energia in caso di sollecitazione dinamica.

Il discorso lo possiamo verificare, ad esempio, con una corda, fornita alla **CTM (Commissione Tecniche e Materiali)** dalla **Commissione Grotte Eugenio Boegan** di Trieste, che è rimasta nel P-110 delle **Stufe di San Calogero** per quasi due anni, sollecitata staticamente da un carico «P» di «P ≈ 100 kg» [fig. 38a].

Le ditte **Rivory Joanny** e **Amorini** hanno fornito gratuitamente, inoltre, alla **CTM** della Sezione Speleologica del **CNSA**, seicento metri di corda **Joanny s Ø 10,5 mm**, che è stata divisa in quattordici campioni della lunghezza esatta di trenta metri.

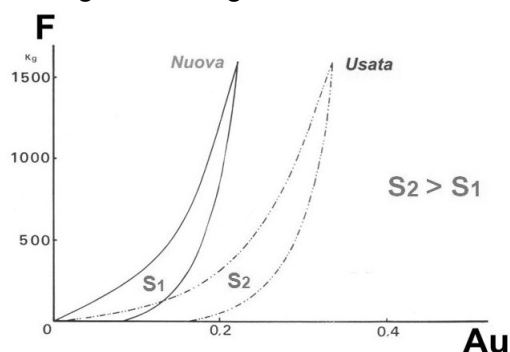
Un campione, il numero uno «1», è stato immediatamente sottoposto alle prove, con le modalità indicate in seguito, al fine di fornire dei valori di riferimento iniziali.

Un campione, il numero due «2», è stato racchiuso in un doppio involucro plastico e disposto in un locale con poca luce con una temperatura abbastanza costante di circa quindici *gradi celsius* «15°».

Un campione, il numero tre «3», è stato lasciato, non ammatassato, sul tetto di una casa della città di Perugia.

Gli altri undici campioni, dal «n°4» al «n°14», sono stati distribuiti fra altrettanti Gruppi grotte i quali li hanno sistemati o in tratti verticali o in cavità o in pareti esterne; per ogni campione è stata, successivamente, stilata una particolareggiata relazione.

Tutte le prove hanno avuto la durata di un anno, e sono iniziate nel periodo aprile-maggio del 1985.



[fig. 38a]

Dopo un anno, tutti e dieci i campioni (vedi: **Osservazioni**, appena qui sotto, nella seguente tabella) sono stati accuratamente rimisurati, ottenendo i seguenti risultati.

N campione	Lunghezza media metri	Variazione %
1 - 2 - 3	30	0
4 ÷ 11	26,1	-13

Osservazioni

I campioni numero «13» e «14» non sono stati misurati perché non restituiti in tempo; i campioni numero «7» e «12» non sono stati misurati a causa della presenza di nodi che sono stati stirati eccessivamente.

Tutti e dodici i campioni, inoltre, sono stati sottoposti ad una serie di prove.

Condizioni di prova:

lunghezza corda $l_c = 3 \text{ m}$
 lunghezza gassa $l_g = 6 \text{ cm}$
 peso del grave $P = 90 \text{ kg}$ ($\approx 882,9 \text{ N}$)
 fattore di caduta $F_c = 1$
 nodo guida doppiino sotto

n° campione	Fr kg	Fr %	Fm kg	Fm %	Xd 10^{-5} N^{-1}	Xd %
1	3 078	0	1 240	0	1,4	0
2	3 072	-0,2	1 240	0	1,4	0
3	2 934	-4,6	1 190	-4	1,5	+7

In pratica il campione numero «2» non ha subito alcuna modificazione delle sue caratteristiche fisiche (la differenza di «6 kg» non ha significato).

Il campione numero «3», a causa soltanto degli *agenti naturali*, ha fatto registrare un carico di rottura leggermente inferiore « $Fr = 2\,934 \text{ kg}$ », ma per effetto della maggiore elasticità « $X_d = 1,5 \text{ N}^{-1} \cdot 10^{-5}$ » la forza massima di shock è risultata inferiore « $F_m = 1\,190 \text{ kg}$ ».

n° campione	Fr kg	Fr %	Fm kg	Fm %	Xd 10^{-5} N^{-1}	Xd %
4 ÷ 12	2 419	-21,4	1 097	-12	1,8	+32

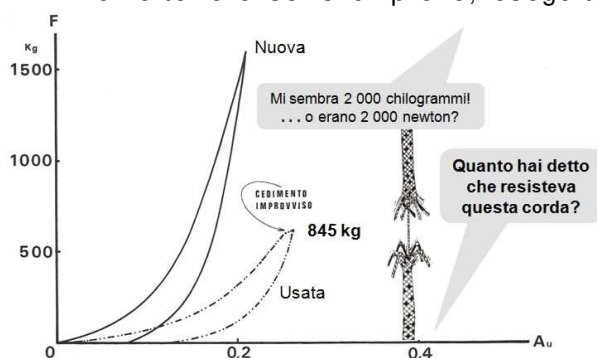
I valori riportati in quest'ultima tabella sono valori medi calcolati su tutti e nove i campioni, con intervalli compresi fra: « $2\,299 \text{ kg} \leq Fr \leq 2\,640 \text{ kg}$ », « $1\,100 \text{ kg} \leq F_m \leq 1\,140 \text{ kg}$ », « $1,7 \text{ N}^{-1} \cdot 10^{-5} \leq X_d \leq 2,2 \text{ N}^{-1} \cdot 10^{-5}$ ».

In ultima analisi, i nove campioni, dal «n°4» al «n°12», hanno fatto registrare sia la riduzione della resistenza « Fr » sia la riduzione della forza di shock « F_m », conseguenza dell'aumento del coefficiente d'elasticità « X_d » dovuto, essenzialmente, alla riduzione della sezione della corda.

In un'ulteriore serie di prove, eseguita su altre diverse corde, quella consegnata alla

Commissione Tecniche e Materiali (CTM) dal **GS CAI di Perugia** [fig. 38b] non si è comportata molto bene; sottolineiamo che è stata sottoposta ad una normale attività speleologica, anche se assidua, dall'agosto del 1979 all'autunno del 1985.

Meditate, pertanto, sull'interesse che potrebbe avere, un gruppo speleologico, nel non cambiare le proprie corde regolarmente, utilizzando per molti, troppi, anni.



[fig. 38b]

Qualche conclusione:

Si può, infine, valutare che, per effetto del decadimento dovuto al *fenomeno dell'invecchiamento*, la riduzione del carico di rottura « Fr » di una corda usata, rispetto alla stessa corda nuova, diminuisca mediamente:

dopo 4 anni d'uso del -57%

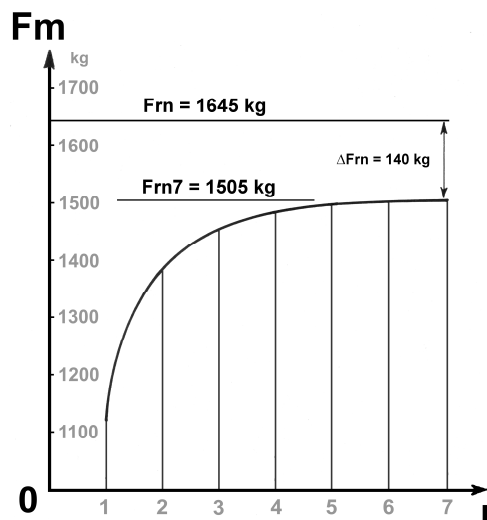
dopo 5 anni d'uso del -47%

dopo 6 anni d'uso del -40%

per la sola esposizione alla luce, dopo 1 anno del -5%

Effetti di shock ripetuti

In tutti i trattati sull'uso delle corde, si è sempre fatto presente, e in ogni corso di speleologia, si è sempre più volte ripetuto, che una corda, la quale ha subito una sollecitazione importante, deve essere assolutamente scartata poiché irrimediabilmente danneggiata.



[fig. 39]

Per mera curiosità, per contro, possiamo analizzare il comportamento di un campione di corda nuova in nylon ($Fr = 2\,350 \text{ kg}$, $X_d = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$) sottoponendola ad una successione di shock ripetuti, di fattore di caduta « $F_c = 1$ », con le seguenti caratteristiche: peso del grave di « $P = 80 \text{ kg}$ », nodi a nove ($Fr_n = 1\,645 \text{ kg}$) [fig. 39].

Esaminando il diagramma di [fig. 39] possiamo constatare che, a parità di tutte le altre condizioni, si ha sia un marcato aumento della forza massima di shock « F_m » sia una lieve riduzione del carico di rottura « Fr_n » che, nella nostra prova, è risultata di « $\Delta Fr_n = 140 \text{ kg}$ ».

Il campione di corda si è rotto alla settima prova, a « $Fr_{n7} = 1\,505 \text{ kg}$ », contro il carico di rottura della corda nuova di « $Fr_n = 1\,645$ ».

Non evidenziato dal grafico di [fig. 39] si registra anche una riduzione del coefficiente d'elasticità « X » che è la responsabile dell'aumento della forza massima di shock « F_m », ad ogni prova successiva, fino alla rottura della corda.

Eseguiamo altri esperimenti sotto le seguenti condizioni:

lunghezza iniziale del campione di corda	l_c	= 3 m
lunghezza delle gasse	l_g	= 6 cm
peso del grave	P	= 90 kg ($\approx 882,9 \text{ N}$)
fattore di caduta	F_c	= 1
nodo guida (nodo semplice) con doppiino sotto		

Osservazioni

La lunghezza della corda di « $l_c = 3 \text{ m}$ » è quella iniziale; negli shock successivi, considerando che il campione resta il medesimo, la sua lunghezza aumenterà sia per la strizione dei nodi sia per l'allungamento residuo che si produce.

L'analisi è stata eseguita sui seguenti campioni di corda:

Le **Edelrid ss** (indicate con «**E**»), le **Beal Antipodes s** (indicate con «**B**»), ed, infine, la **Joanny Class Ø = 11 mm** (indicata con «**J**»)

Nella [tab. 04], si sono indicati con «shock 0» i risultati relativi alla corda nuova, quindi *shoccata* una prima volta; con «shock 1» i risultati relativi alla stessa corda che ha subito già il primo shock, con «shock 2» i risultati relativi alla stessa corda che ha subito già i due primi shock, e così via.

Sempre nella [tab. 04], la forza massima di shock « F_m » è espressa in *chilogrammi* «kg», il coefficiente d'elasticità dinamico « X_d » è espresso in *newton alla meno uno per dieci alla meno cinque* « $\text{N}^{-1} \cdot 10^{-5}$ » (o, il che è lo stesso, in « $\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot 10^{-5}$ »).

Tipo di corda statica	Shock 0		Shock 1		Shock 2		Shock 3		Shock 4	
	F_m	X_d	F_m	X_d	F_m	X_d	F_m	X_d	F_m	X_d
E Ø = 10 mm	1 380	1,1	1 590	0,8	1 680	0,7	^a 1 750	0,7	-	-
E Ø = 9 mm	1 250	1,4	^b 1 130	-	-	-	-	-	-	-
E Ø = 8 mm	^b 970	-	-	-	-	-	-	-	-	-
B Ø = 10.2 mm	1 320	1,2	^b 1 520	-	-	-	-	-	-	-
B Ø = 9 mm	1 280	1,3	^b 1 050	-	-	-	-	-	-	-

Tipo di corda dinamica	Shock 0		Shock 1		Shock 2		Shock 3		Shock 4	
	F_m	X_d	F_m	X_d	F_m	X_d	F_m	X_d	F_m	X_d
J Ø = 11 mm	850	3,2	1 063	1,9	1 145	1,7	1 200	1,5	1 240	1,4

[tab. 04]

Annotazioni

- a) i valori sono relativi sia ad una serie di shock che non hanno prodotto la rottura, alla 4° prova, sia ad un'altra serie di shock che, per contro, alla 4° prova hanno prodotto la rottura del campione; in entrambi i casi si è ottenuto il medesimo valore di «Fm = 1 750 kg».
- b) i valori sono relativi a prove che hanno prodotto la rottura del campione e, pertanto, non indicano, in verità, la forza massima di shock «Fm», ma la forza alla quale è avvenuta la rottura della corda.

Ricordiamo le principali caratteristiche delle corde utilizzate nelle prove:

Edelrid ss Ø = 10 mm

Coefficiente d'elasticità dinamico

$$X_d = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

Carico di rottura senza nodi

$$F_r = 2\,715 \text{ kg} (\approx 26\,634,15 \text{ N})$$

Edelrid ss Ø = 9 mm

Coefficiente d'elasticità dinamico

$$X_d = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

Carico di rottura senza nodi

$$F_r = 2\,400 \text{ kg} (\approx 23\,544 \text{ N})$$

Edelrid ss Ø = 8 mm

Coefficiente d'elasticità dinamico

$$X_d = 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

Il campione si è sempre rotto al primo shock, per cui questo valore è stato stimato con differenti prove.

Carico di rottura senza nodi

$$F_r = 1\,673 \text{ kg} (\approx 16\,412,13 \text{ N})$$

Beal antipodes s Ø 10.2 mm

Coefficiente d'elasticità dinamico

$$X_d = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

Carico di rottura senza nodi

$$F_r = 2\,655 \text{ kg} (\approx 26\,045,55 \text{ N})$$

Beal antipodes s Ø 9 mm

Coefficiente d'elasticità dinamico

$$X_d = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

Carico di rottura senza nodi

$$F_r = 1\,857 \text{ kg} (\approx 18\,217,17 \text{ N})$$

Joanny Class Ø = 11 mm

Coefficiente d'elasticità dinamico

$$X_d = 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

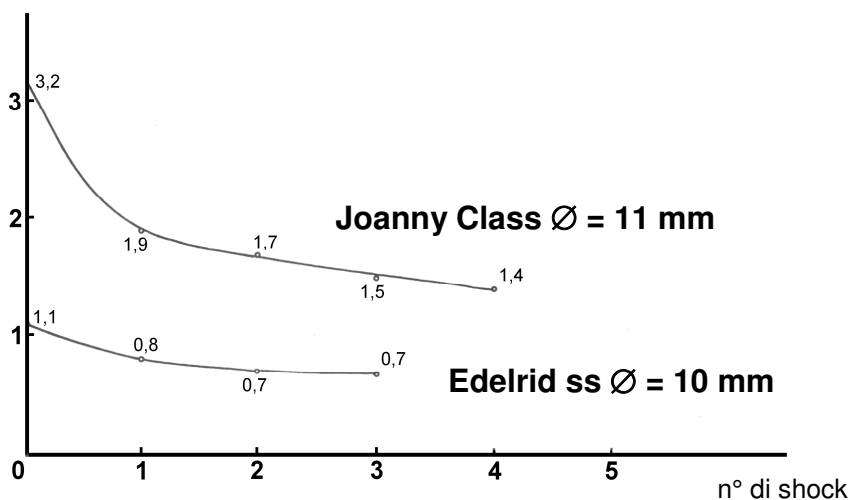
Carico di rottura senza nodi

$$F_r = 3\,000 \text{ kg} (\approx 29\,430 \text{ N})$$

Variazione dell'elasticità

In [fig. 40] è riportata la variazione del coefficiente d'elasticità dinamico «X_d», per due delle sei corde in elenco, al seguire del numero delle sollecitazioni.

$$X_d \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$



[fig. 40]

Alcune considerazioni

Si può notare che il coefficiente di elasticità dinamico «X_d» diminuisce, in ambedue le corde, certificando un aumento della rigidità dei campioni.

Nel diagramma si nota che la **Joanny Class** perde, già a causa del primo (1°) shock, il 45% del suo coefficiente d'elasticità dinamico, mentre la **Edelrid ss** perde solo il 42%.

Nelle corde dinamiche, infatti, si riscontra, a causa di shock ripetuti, una maggiore riduzione del coefficiente d'elasticità.

Osservazioni

Il numero di shock che una corda può sopportare, prima di rompersi, dipende da:

Intensità degli shock sostenuti.

Valore iniziale di «X_d» e sua legge di variazione (diminuzione) al succedersi delle cadute.

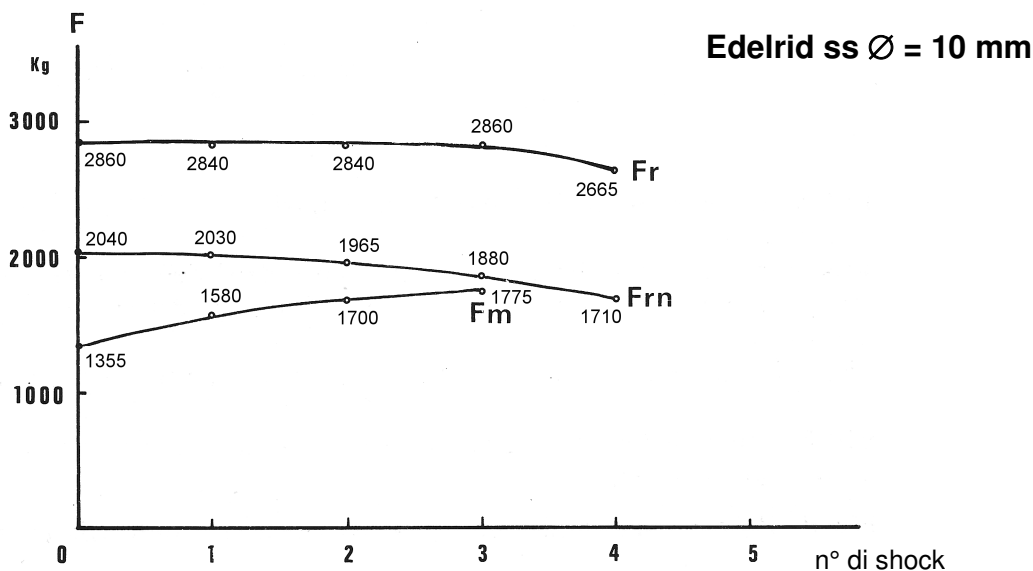
Valori iniziali e di «F_r» e di «F_{rn}» e loro legge di variazione (diminuzione) al succedersi delle

Cadute (vedi: [fig. 37] [fig. 38a], pagina 37).

Variazione di altri parametri

In [fig. 41a] e in [fig. 41b] sono riportate le variazioni e del carico di rottura senza nodi «Fr» e del carico di rottura in presenza dei nodi «Frn» e della forza massima di shock «Fm», sia per la corda **Edelrid ss Ø = 10 mm** sia per la corda **Joanny Class Ø 11 mm**.

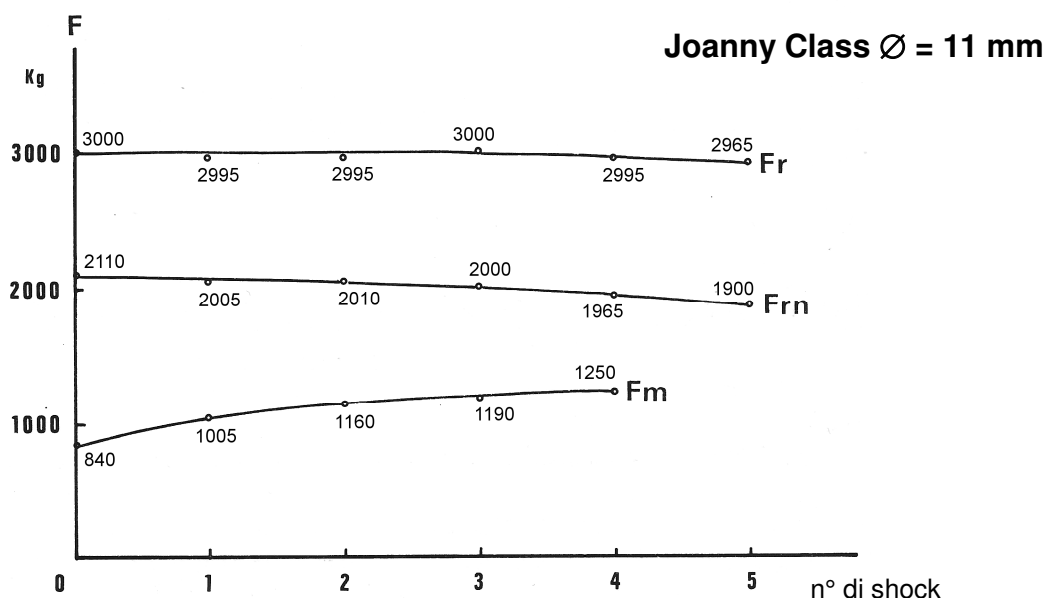
Nel diagramma della **Edelrid ss** [fig. 41a], si nota la variazione e della «Frn» e della «Fm»; si evidenzia, inoltre, che le due curve tendono a convergere ed a raggiungere un valore molto simile già dopo il terzo (3°) shock per cui al quarto (4°) shock diviene molto probabile, anche se non certa, la rottura della corda.



[fig. 41a]

Nel diagramma della **Joanny Class** [fig. 41b], si nota che la «Fm» parte da valori molto bassi per cui resta significativamente al di sotto della «Frn» anche al quarto (4°) shock.

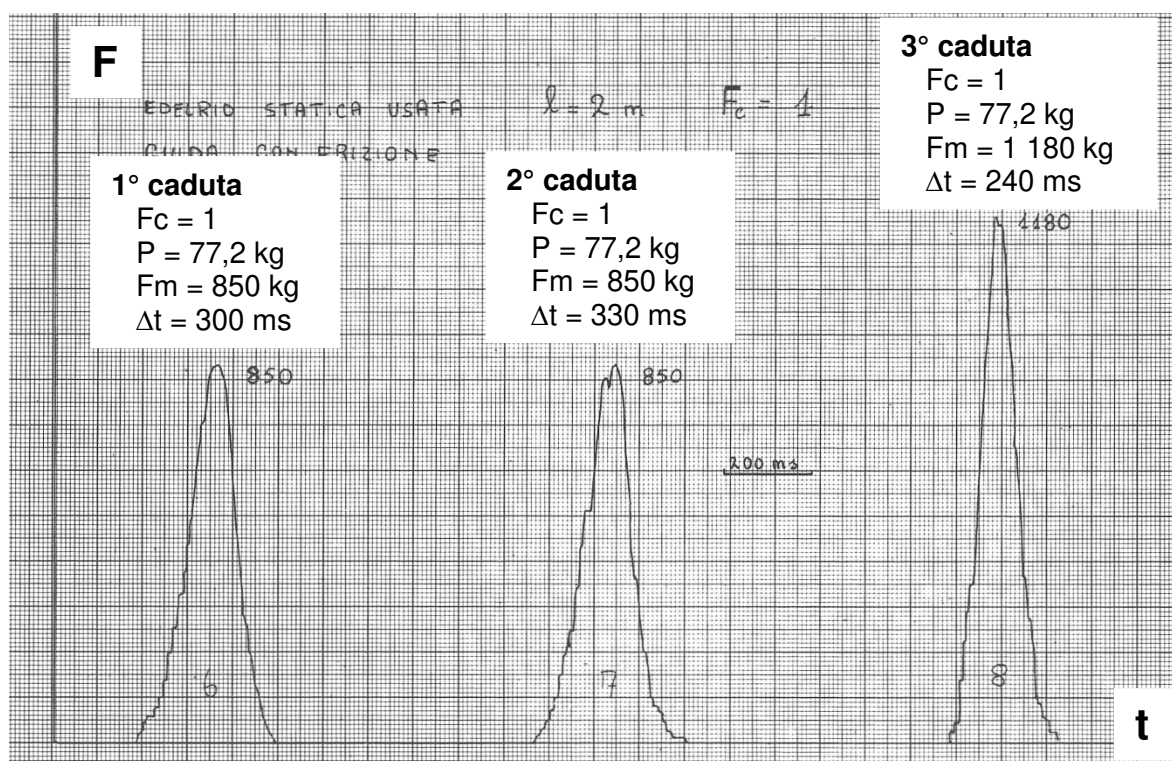
La diminuzione della «Fr» è molto limitata anche dopo il quinto (5°) shock, per cui si può affermare, con una certa sicurezza, che non è questa la causa che può portare ad un eventuale cedimento della corda.



[fig. 41b]

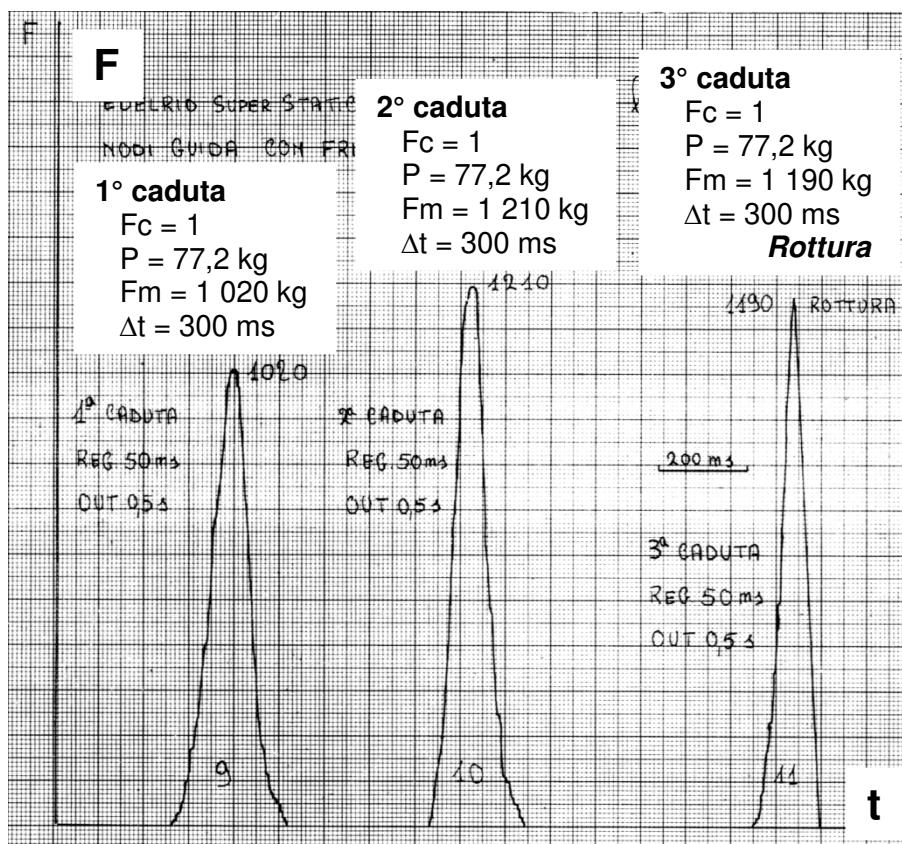
Rileviamo, per completezza, che, per quanto riguarda le corde speleologiche o di diametro Ø = 9 mm o di diametro Ø = 8 mm, riescono a superare, a stento, i primi shock; ovviamente le seconde rivelano una resistenza inferiore alle prime.

Consideriamo un campione di corda statica **Edelrid ss Ø = 10 mm** usata, di due metri di lunghezza, ancorata con nodi guida con frizione; i grafici rappresentano gli impulsi totali ottenuti da prove di shock ripetute più volte sullo stesso campione [fig. 42a]



[fig. 42a]

Consideriamo, adesso, un campione di corda statica **Edelrid ss $\varnothing = 8 \text{ mm}$** usata, di due metri di lunghezza, ancorata con nodi guida con frizione; i grafici rappresentano gli impulsi totali ottenuti da prove di shock ripetute più volte sullo stesso campione [fig. 42b]



[fig. 42b]

Degrado per fatica

La **fatica** è un fenomeno meccanico per cui, un materiale sottoposto a carichi variabili, nel tempo (in maniera regolare o casuale: *prova ciclica*), si danneggia fino a rottura, nonostante l'intensità massima dei carichi in questione sia sensibilmente inferiore a quella di rottura o di snervamento statico del materiale stesso.

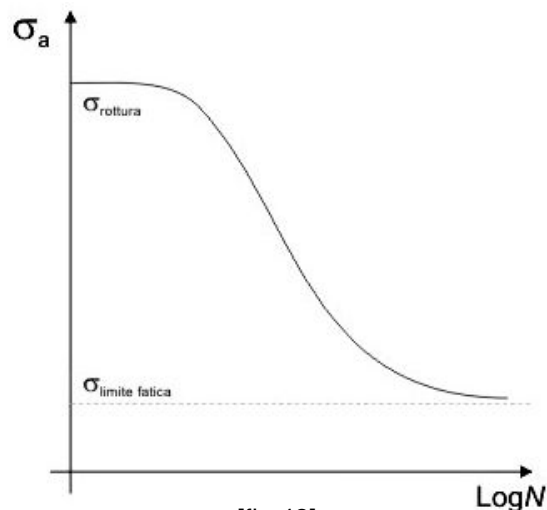
La rottura per fatica, nei metalli sottoposti a cicli ripetuti, è dovuta all'insorgere di *cricche* (fratture microscopiche) localizzate che, generatesi in punti particolari (imperfezioni, discontinuità), si estendono, coinvolgendo una parte significativa del provino, riducendo progressivamente la superficie resistente e portandolo al collasso (rottura di schianto) anche per carichi notevolmente inferiori al loro carico di rottura.

La [fig. 43] rappresenta il diagramma (o curva) di Wöhler, dal nome del suo ideatore, l'ingegnere tedesco **August Wöhler** (1819 - 1914), ottenuto esaminando provini in lega leggera.

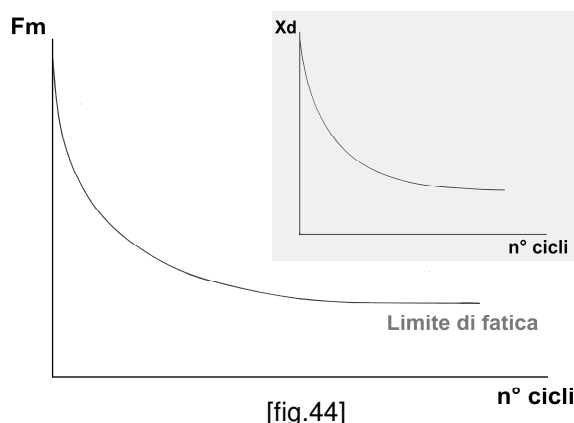
In ascisse sono riportati i logaritmi decimali (o di Briggs) del numero « N » di cicli, in ordinate sono riportate le tensioni « σ_a » applicate al provino.

Per i materiali polimerici il fenomeno della fatica è complicato dalla loro natura *visco-elastica*; si può comunque affermare che, anche in questo caso, sia la resistenza a rottura « F_m » (la forza massima che provoca la rottura) sia il coefficiente d'elasticità « X » diminuiscono, sottoponendo la corda a svariati cicli di *carico-scarico*.

La [fig. 44] rappresenta l'andamento qualitativo della resistenza a rottura « F_m », di una corda speleo-alpinistica, in relazione col numero di cicli al quale è sottoposta.



[fig.43]



[fig.44]

Dal diagramma « F_m cicli» si evince che la resistenza a rottura « F_m », di una corda sottoposta ad una serie di cicli con sollecitazioni anche di limitata intensità, si riduce progressivamente fino a raggiungere asintoticamente un valore limite, che si mantiene poi praticamente costante, il quale rappresenta il carico al di sotto del quale il campione sopporta un numero infinito di cicli.

La corda risulta, pertanto, come affaticata (indebolita) perdendo la possibilità di reggere carichi elevati.

Da notare, però, che non si possono trarre conclusioni sicure, da queste analisi, in quanto tali prove sono state interrotte dopo solo qual-

che centinaio di cicli, mentre per le corde si dovrebbe protrarre la prova per migliaia di cicli, durante una vita media di cinque anni; per gli organi meccanici si parla di alcune centinaia di migliaia di cicli.

Curiosità

Le prime indagini, relative a cedimenti per fatica, furono condotte a partire dalla metà del 1800 su assali ferroviari che, nonostante fossero stati dimensionati correttamente, dal punto vista statico, presentavano rotture più o meno repentine dopo l'entrata in servizio.

Il primo articolo scientifico sulla rottura per fatica, stabilendo una correlazione fra i carichi applicati e la durata di catene per impiego minerario, fu pubblicato, nel 1837, dall'ingegnere tedesco **Wilhelm August Julius Albert** (1787 - 1846).

Sempre in [fig. 44], ma nel riquadro piccolo in grigio, è rappresentato l'andamento del coefficiente d'elasticità dinamico « X_d », sempre in relazione col numero di cicli al quale, la corda, è sottoposta; come si può notare i due diagrammi, e quello relativo a « F cicli» e quello relativo a « X_d cicli», sono molto simili.

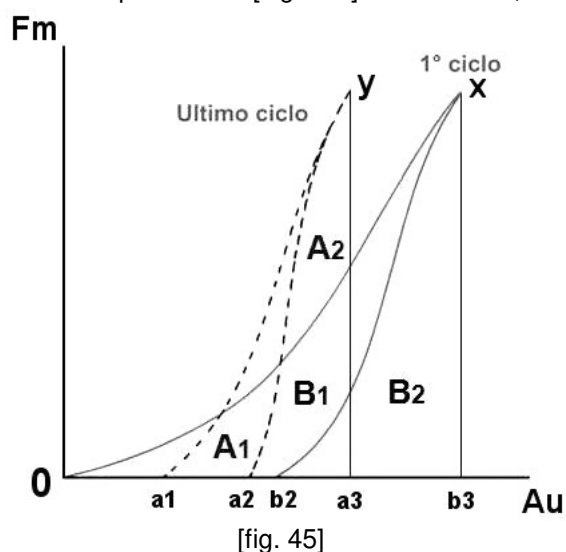
Il coefficiente d'elasticità dinamico « X_d » diminuisce col progredire della «fatica» e questo comportamento lo si può rilevare sottoponendo la corda ad un certo numero di cicli, e di *carico* e di *scarico*, per poter ricavare, poi, la curva «carichi allungamenti» sia riferita al primo ciclo sia riferita all'ennesimo ciclo.

In verità, costruendo la curva dei *carichi-allungamenti*, relativo ad una corda, subito dopo aver eseguito l'ultimo ciclo, si può evidenziare un ingannevole aumento di elasticità im-

putabile agli stiramenti derivanti dall'aver raggiunto, o superato, il limite di deformazione, se non addirittura quello di snervamento.

Per contro, costruendo la curva dei *carichi-allungamenti* «Fm Au» dopo un certo lasso di tempo, per dare alla corda la possibilità e di riposarsi e permettere un certo accorciamento, si otterrebbe il risultato di [fig. 45] nella quale è evidente una riduzione del coefficiente d'elasticità «Xd»; la curva «a1 y» presenta una *ripidità* (pendenza) maggiore della curva «0 x».

Sempre dalla [fig. 45] si desume, inoltre, come dopo l'ultimo ciclo, sia manifesta una ridotta capacità della corda ad assorbire energia (l'area «A₁ + A₂ = a1 y a3» è, infatti, inferiore all'area «B₁ + B₂ = 0 x b3»).



[fig. 45]

Effetti della presenza del corpo umano

Tutti i discorsi fatti fino ad ora e tutti i risultati ottenuti concernono la sollecitazione impressa, ad una corda, da un **peso rigido** che cade da una certa altezza «h»; generalmente, per contro, il grave è un **corpo umano** che possiede anche un'elasticità propria.

Analizziamo, a seguito di prove sperimentali, l'incidenza della presenza del corpo umano al posto di un corpo rigido.

Condizioni sperimentali

Peso rigido	P = 70 kg (≈ 686.7 N)
Corpo umano	Pu = 70 kg (≈ 686.7 N)
Lunghezza corda	lc = 3 m
Lunghezza gasse	lg = 6 cm
Nodi	guida con frizione (ad otto)

Corda: Edelrid ss $\varnothing = 10$ mm (statica)

Fc	Peso rigido			Corpo umano			Variazioni		
	Fm kg	t ms	Xd $10^{-5} \cdot N^{-1}$	Fm kg	t ms	Xd $10^{-5} \cdot N^{-1}$	Fm %	t %	Xd %
0,2	410	270	2,5	320	380	4,9	-78	+141	+196
0,4	615	270	1,9	475	370	3,5	-77	+137	+184
0,6	790	240	1,7	600	360	3,1	-76	+150	+182
0,8	910	230	1,6	680	330	3,1	-75	+143	+194
1,0	1 110	220	1,3	820	300	2,6	-74	+136	+200

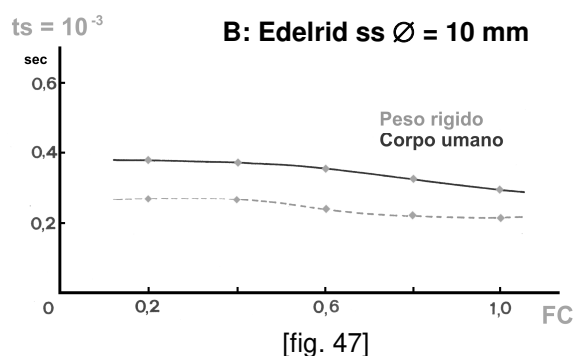
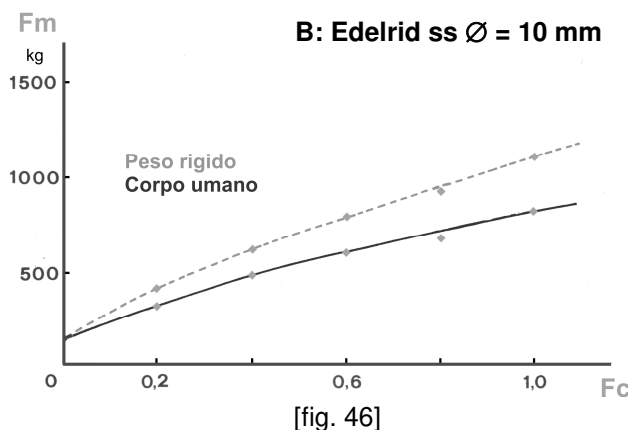
In cui: Fc = fattore di caduta, grandezza adimensionale – Fm = forza massima, espressa in chilogrammi (kg) – t = durata della sollecitazione, espressa in millisecondi (ms) – Xd = coefficiente dinamico d'elasticità, espressa in newton alla meno uno per dieci alla meno cinque ($N^{-1} \cdot 10^{-5}$).

Corda: Joanny Class $\varnothing = 11$ mm (dinamica)

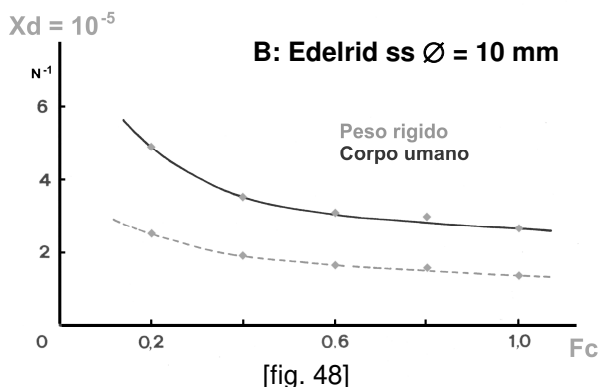
Fc	Peso rigido			Corpo umano			Variazioni		
	Fm kg	t ms	Xd $10^{-5} \cdot N^{-1}$	Fm kg	t ms	Xd $10^{-5} \cdot N^{-1}$	Fm %	t %	Xd %
0,2	360	410	3,6	280	510	7,3	-78	+124	+202
0,4	455	400	3,9	360	510	7,2	-79	+127	+185
0,6	550	390	3,8	445	510	6,3	-81	+131	+166
0,8	610	380	3,9	495	500	6,5	-81	+132	+166
1,0	705	360	3,6	575	450	5,7	-82	+125	+158

In cui: Fc = fattore di caduta, grandezza adimensionale – Fm = forza massima, espressa in chilogrammi (kg) – t = durata della sollecitazione, espressa in millisecondi (ms) – Xd = Coefficiente dinamico d'elasticità, espressa in newton alla meno uno per dieci alla meno cinque ($N^{-1} \cdot 10^{-5}$).

Nella [fig. 46] è evidenziato l'aumento della forza massima «Fm», all'aumentare del fattore di caduta «Fc», sia utilizzando un corpo rigido (curva tratteggiata) sia utilizzando un kamikaze umano (curva continua); si ricorda che per «Fc = 0» la «Fm» è il doppio del peso, nel nostro caso: Fm = 140 kg.



Nella [fig. 47] è evidenziata la riduzione della durata della sollecitazione «ts», sia utilizzando un corpo rigido (curva tratteggiata) sia utilizzando un *kamikaze* umano (curva continua); nella [fig. 48] è evidenziata la riduzione del coefficiente d'elasticità dinamico «Xd», sia utilizzando un corpo rigido (curva tratteggiata) sia utilizzando un *kamikaze* umano (curva continua).

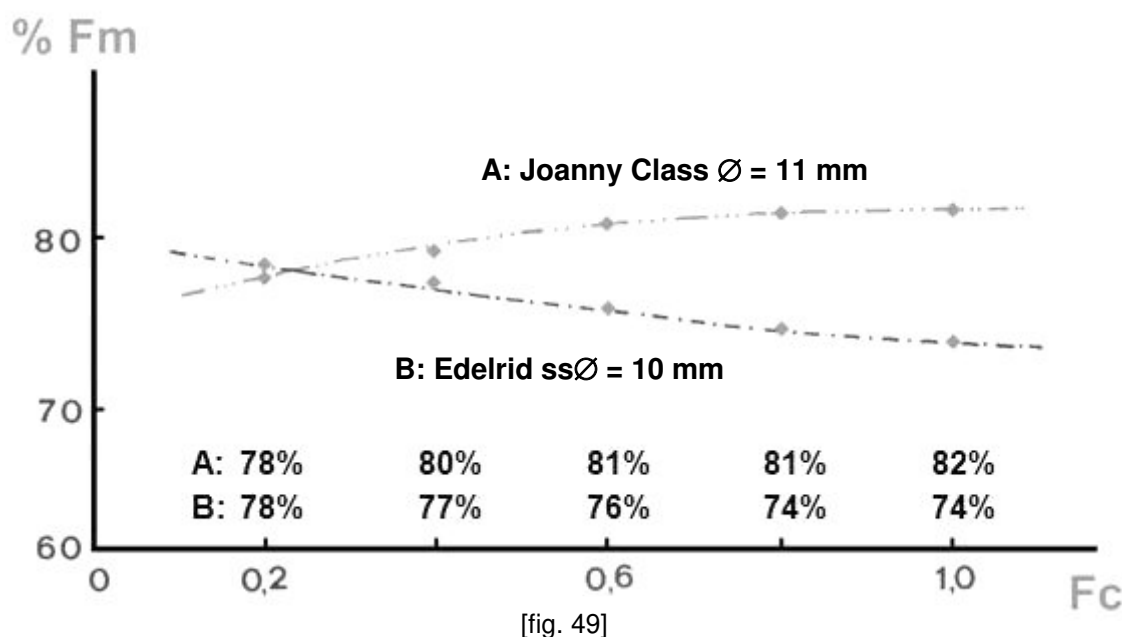


Precisazioni

Ho definito *kamikaze umano* quello che fino ad ora ho chiamato *corpo umano*, non certo per irriverenza, ma per omaggio.

La difficoltà maggiore, per eseguire queste prove, consisteva, infatti, nel trovare uno/una speleologo/a che si prestasse ad eseguire dei voli anche di una certa importanza; **Felice La Rocca** del G.S. CAI PG si è reso disponibile a fare la *cavia umana*.

In [fig. 49] sono evidenziate le variazioni percentuali della forza massima «Fm» registrata col corpo umano rispetto alla corrispondente «Fm» registrata col corpo rigido, per diversi valori del fattore di caduta «Fc».



Da quanto detto, si evince che l'energia assorbita dall'elasticità del corpo umano, riduce la forza massima «Fm», mediamente del «22%», rispetto ad una caduta con corpo rigido; tale valore varia di poco al variare sia del fattore di caduta «Fc» sia del tipo di corda.

Alcune considerazioni

Dalla curva «A», relativa alla **Joanny Class Ø = 11 mm**, si evince che la riduzione della forza massima di shock «Fm» aumenta all'aumentare del valore di «Fc».

Dalla curva «B», relativa alla **Edelrid ss Ø = 10 mm**, si evince che la riduzione della forza massima di shock «Fm» diminuisce all'aumentare del valore di «Fc».

L'assorbimento d'energia da parte del corpo umano è, pertanto, più rilevante per le *corde statiche* che non per le *corde dinamiche*.

Velocità d'allungamento unitario

La **velocità d'allungamento unitario**, da non confondere con la **velocità finale** di caduta del grave, è funzione sia dell'altezza di caduta «h» sia dalla lunghezza della corda «lc».

La velocità finale di caduta del grave «Vf», nel momento in cui la corda inizia a tendersi, è data dall'equazione:

$$V_f = \frac{dA}{dt} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

In cui: Vf = velocità finale del grave, espressa in *metri al secondo* ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) – A = allungamento della corda, espressa in *metri* (m) – t = tempo in cui avviene la sollecitazione, espresso in *secondi* (s) – g = accelerazione di gravità, espressa in *metri al secondo al quadrato* ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$) – h = altezza di caduta, espressa in *metri* (m).

Osservazioni

Qualcuno potrebbe far notare che l'equazione appena presentata è valida soltanto nel vuoto; la differenza fra il risultato fornito da questa e la molto più complessa equazione che fornisce il risultato corretto, per contro, è così insignificante da rendere, i due valori, praticamente equivalenti (vedi dispensa, dello stesso Autore: *Un antico metodo per la stima della profondità* nel sito «<http://www.csispecus.it>»; vedi in «**Didattica**»).

La velocità d'allungamento unitario «V_{Au}», invece, è data, utilizzando ancora una volta l'equazione semplificata [10] (pagina 18), da:

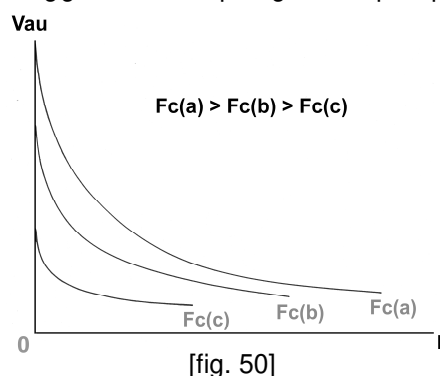
$$V_{Au} = \frac{dA}{dt \cdot lc} = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h}}{lc} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{lc^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot g}{lc} \cdot \frac{h}{lc}} = \sqrt{\frac{2 \cdot g}{lc} \cdot Fc} \quad [\text{s}^{-1}]$$

In cui: V_{Au} = velocità d'allungamento unitario, espressa in *secondi alla meno uno* (s^{-1}) – lc = lunghezza della corda, espressa in *metri* (m) – Fc = fattore di caduta, *grandezza adimensionale* – noto il significato degli altri termini.

Consideriamo, in particolare, l'equazione:

$$V_{Au} = \sqrt{\frac{2 \cdot g}{lc} \cdot Fc} \quad [\text{s}^{-1}] \quad [19]$$

Dalla [19] si deduce che la velocità d'allungamento unitario «V_{Au}» è più piccola per grandi cadute, in cui la lunghezza della corda «lc», a parità di fattore di caduta «Fc», è maggiore, ed è più grande per piccole cadute, in cui la lunghezza della corda «lc» è minore.



Nella [fig. 50] è riportato l'andamento della velocità d'allungamento unitario «V_{Au}» in funzione della lunghezza della corda «lc», per alcuni valori del fattore di caduta «Fc»; il grafico ha solo valore qualitativo.

Da quanto detto, si evince, inoltre, che *volare* da grande altezza, a parità di fattore di caduta, significa anche, a fronte di una minore velocità d'allungamento unitario, estendere la durata del fenomeno.

In [fig. 51] sono riportati, sempre qualitativamente, sia il diagramma relativo ad un volo di minore altezza, area «S1», sia un volo di maggiore altezza, area «S2».

Si ha parimenti che l'area «S2», sottesa dalla curva corrispondente all'ordinata «F2», è maggiore dell'area

«S1» sottesa dalla curva corrispondente all'ordinata «F1».

Sia l'area «S1» sia l'area «S2» rappresentano, infatti, l'impulso totale che aumenta all'aumentare dell'altezza di caduta del grave:

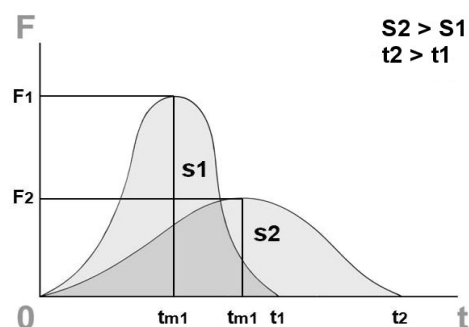
$$\int_0^{F_m} F_m dt$$

In questo modo, inoltre, l'elasticità strutturale ha più tempo per esprimersi completamente, mentre ciò non è sempre vero per fenomeni di percussione che si concludono in tempi brevissimi.

Quanto detto significa che, a parità del fattore di caduta «Fc», *volare* su poca corda può generare forze massime «F_m» maggiori di quelle che si generano *volando* su più corda.

Osservazioni

Se *volare* da grandi altezze può essere un vantaggio per la corda, per contro, non lo è, praticamente mai, per lo/la speleologo/a che dovesse trovarsi a grattugiarsi su un'inopportuna parete con cui dovesse, eventualmente, venire a contatto.



Il tempo in una sollecitazione impulsiva

Il **tempo in cui si svolge il fenomeno di una sollecitazione dinamica** «tm», di un grave che cade su una corda, tenendo presente la [04] e considerando costante il coefficiente d'elasticità dinamico «Xd», si può ricavare impostando il sistema:

$$\begin{cases} F = \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l_c}} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + P \\ \sin \varphi = - \frac{P}{\sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l_c}}} \end{cases}$$

In cui: F = forza che si genera sull'elemento elastico (corda) al tempo «t», espressa in newton (N) - P = peso del grave, espresso in newton (N); per cui «P = m • g = m • 9,81» - h = altezza di caduta, espressa in metri (m) - lc = lunghezza della corda, espressa in metri (m) - g = accelerazione di gravità, espressa in metri al secondo al quadrato (m • s⁻²) - m = massa del grave, espressa in chilogrammi (kg) - ω = pulsazione, espressa in secondi alla meno uno (s⁻¹) - t = tempo trascorso dall'inizio della pulsazione, espresso in secondi (s) - φ = fase, espresso in radianti «rad», valore *adimensionale*.

Sapendo che la **forza massima di shock** «Fm» si raggiunge quando:

$$\sin(\omega \cdot t_m + \varphi) = 1$$

Quindi possiamo scrivere:

$$\omega \cdot t_m + \varphi = \frac{\pi}{2}$$

da cui si ottiene:

$$t_m = \frac{1}{\omega} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right)$$

Considerando, inoltre, che la pulsazione è:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{X_d \cdot l_c \cdot m}} \quad [\text{s}^{-1}]$$

in cui: m = massa del grave espressa in chilogrammi (kg) - noto il significato degli altri simboli.

Si ottiene infine:

$$t_m = \sqrt{X_d \cdot l_c \cdot m} \cdot \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin \left(\frac{P}{\sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l_c}}} \right) \right] \quad [\text{s}]$$

Dalla quale possiamo ricavare i valori del tempo «tm» in cui si svolge il fenomeno impulsivo (vedi fig. 52, pagina 49) sia per differenti *coefficienti di elasticità dinamica* «Xd» sia per differenti *altezze di caduta* «h» sia per differenti *lunghezze di corda* «lc», e pertanto anche per differenti *fattori di caduta* «Fc».

Con una corda statica **Edelrid ss Ø = 10 mm**, ed alle seguenti condizioni al contorno:

coefficiente d'elasticità dinamico della corda

$$X_d = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

massa del grave

$$m = 77,2 \text{ kg } (\approx 757,3 \text{ N})$$

altezza di caduta

$$h = 1,5 \text{ m}$$

lunghezza della corda

$$l_c = 1,5 \text{ m}$$

fattore di caduta

$$F_c = 1$$

Si avrebbe:

$$t_m = \sqrt{1,1 \cdot 10^{-5} \cdot 1,5 \cdot 77,2} \cdot \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin \left(\frac{757,3}{\sqrt{757,3^2 + \frac{2 \cdot 757,3 \cdot 1,5}{1,1 \cdot 10^{-5} \cdot 1,5}}} \right) \right] \quad [\text{s}]$$

$$t_m = 0,0357 \cdot \left[1,5707 + \arcsin \left(\frac{757,332}{11758,6} \right) \right] = 0,0412 \cdot (1,5707 + \arcsin 0,0644) \quad [\text{s}]$$

$$t_m = 0,0357 \cdot (1,5707 + 0,0644) = 0,0357 \cdot 1,6351 = 0,0584 \text{ s}$$

Oppure, in ché è lo stesso: $t_m = 58 \text{ ms}$ (millisecondi).

Allo stesso modo, si avrebbe:

lc [m]	tm [ms]
10	151
5	106
2	67
1	48
0,35	28

Da tener presente che i valori del tempo «tm» così ottenuti (arco di tempo compreso fra il momento in cui la corda ideale inizia a tendersi ed il momento in cui si raggiunge la forza massima ideale di shock «Fm»), sono valori teorici, derivati basandosi su sviluppi analitici che contemplano corde ideali che seguono fenomeni ideali sulla percussione di un corpo elastico che produce moti armonici semplici anch'essi ideali [fig. 52].

In realtà, le oscillazioni indotte dalla caduta di un grave su di un corpo elastico reale (corda *speleo-alpinistica*) sono alquanto differenti; è, pertanto, differente il tempo «tmr» (arco di tempo compreso fra il momento in cui la corda reale inizia a tendersi ed il momento in cui si raggiunge la forza massima reale di shock «Fmr») come sono parimenti differenti le forze massime reali di shock «Fmr».

La durata dell'impulso reale deve essere ricavata, pertanto, sperimentalmente poiché dipende, non solo e dalla massa del grave «m» e dal coefficiente d'elasticità dinamico «Xd» della corda, ma anche da altre caratteristiche della corda quali, ad esempio: diametro, tipo di fibra utilizzato, tipo di orditura sia dell'anima sia della calza, morbidezza, tipi di nodi adoperati, ed altre; da considerare, inoltre, che il coefficiente d'elasticità «X» varia a seconda e della forza che si genera, sulla corda, e della velocità con cui questa forza si genera.

A tal uopo, potete andare a rivedervi quanto già esposto in precedenza (vedi: *Sollecitazioni dinamiche su corde speleo-alpinistiche*, pagina 10).

Nella [fig. 15], di pagina 16, possiamo analizzare il grafico reale prodotto dalla caduta di una massa rigida da 77,2 chilogrammi su di una corda **Edelrid Ø 10 mm**, di due metri di lunghezza, in cui, fra gli altri aspetti, risulta un «tmr = 130 ms» a fronte di un «tm = 67 ms».

Con una corda dinamica usata **Ø = 9 mm**, non meglio precisata, ed alle seguenti condizioni al contorno:

coefficiente d'elasticità dinamico della corda

$$X_d = 9,0 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$$

massa del grave

$$m = 80 \text{ kg } (\approx 784.8 \text{ N})$$

fattore di caduta

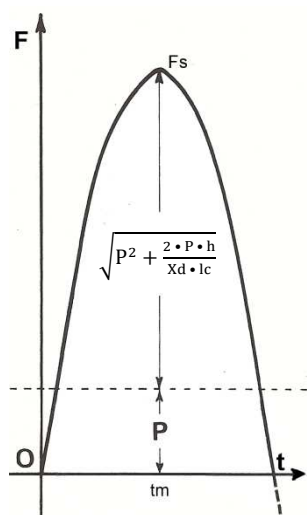
$$F_c = 1$$

si avrebbe:

lc [m]	tm [ms]
10	471
5	333
2	211
1	149
0,35	88

Anche se si tratta di valori teorici e non reali, dalle due tabelle si evidenzia chiaramente come «volare» su più corda, fermo restando il fattore di caduta «Fc», significa aumentare il tempo che la corda impiega a raggiungere la sua massima estensione «Am», o la forza massima di shock «Fm», in corrispondenza del punto «Fs», della semionda positiva, indicato nel grafico qui a sinistra.

Si può evincere, pertanto, che con lunghezze di corda particolarmente corte, come nel caso, ad esempio, dei cordini di sicura, la brevità del tempo in cui si svolge la sollecitazione impulsiva, non permette all'elasticità strutturale di esprimersi completamente per cui la corda risulta, in pratica, meno elastica; è come se possedesse un coefficiente d'elasticità dinamico «Xd» inferiore.



[fig. 52]

**Prima di continuare . . .
una doverosa precisazione**

[Italiano] Chiarimenti

Molti lettori saranno rimasti e meravigliati e increduli e, spero pochi, infastiditi da questo mio rimarcare continuamente «speleologo/a», ma tenete presente che tutto ciò è stato fatto in ottemperanza alla legge **120/2011 Golfo-Mosca** sulle ***quote rosa***, approvata grazie all'impegno delle Onorevoli: **Lella Golfo** (1941 - ?), **Alessia Mosca** (1975 - ?).

Prestando attenzione, però, a tutte quelle persone che, come me, hanno simpatia per sa *limba sarda*, è uopo rivolgermi a loro in termini più appropriati:

[Durgalesu] Crarimentos

Medas letores an a essere arrumbaos meravillaos e dubiosos e, ispero pacos, irfadaos dae custa manera mia de m'apillare sempere a paraulas comente «speleologo/a», ma tenie contu chi totu custu este istau fatu tenende contu de sa leze **120/2011 Golfo-Mosca** ari-guardu de su ***numeru de feminas***, aprovà grassias a s'impinnu de sas onorevoles **Lella Golfo** (1941 - ?) e **Alessia Mosca** (1975 - ?).

(traduzione di **Gonario Carta Brocca**)

Per chi, purtroppo, preferisce e la concisa e la scarna *english language*, posso accontentarlo ugualmente, rivolgendomi a lui con le “*emaciate*” parole:

[English] Clarifications

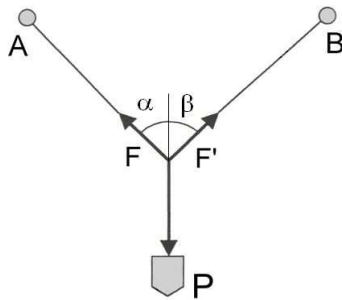
Many readers will have been surprised and incredulous and, hopefully few, annoyed by my remark continually «speleologo/a», but keep in mind that everything has been done in accordance with the law **120/2011 Golfo-Mosca** on ***shares rose***, thanks to the efforts of Onorevoli: **Lella Golfo** (1941 - ?), **Alessia Mosca** (1975 - ?).

(traduzione dell'**Autore**)

*Le sollecitazioni
sugli ancoraggi*

Gli armi in parallelo

Troppo spesso, quando ci si riferisce ad un arma in parallelo, s'ipotizza che su ogni ancoraggio gravi la metà del carico; questo però implicherebbe che i due rami del nodo siano paralleli fra loro.



[fig. 53]

Nelle condizioni normali, per contro, l'angolo formato dai due rami del nodo che costituisce l'arma in parallelo è, sempre, un poco lontano dalla situazione ottimale.

Nella maggior parte dei manuali di speleologia troverete l'avvertimento che l'angolo « $\alpha + \beta$ » non deve superare i « 90° »; l'Autore consiglia, comunque, di non superare i « 60° ».

Il consiglio si fonda sulla constatazione che all'aumentare dell'angolo « $\alpha + \beta$ » aumenta, non linearmente, anche il carico che va a gravare sugli ancoraggi sia «A» sia «B», per il medesimo peso «P» [fig. 53].

In questo particolare caso, la forza « $F = F'$ » che è applicata ad ogni ancoraggio è data dall'equazione:

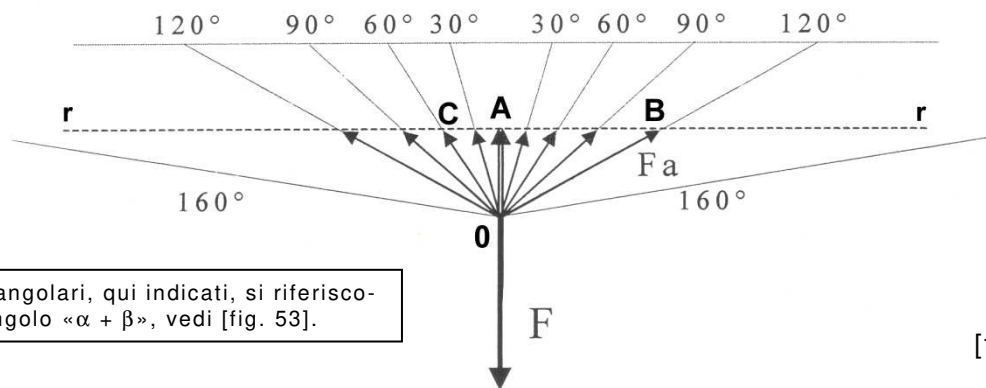
$$F = \frac{P}{2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}} \quad [\text{N}] \text{ o } [\text{kg}]$$

In cui: F = forza che si genera su ogni ramo dell'arma (ogni gassa del nodo), espressa od in *newton* (N) od in chilogrammi (kg) – P = peso del grave, espresso od in *newton* (N) od in chilogrammi (kg) [sia «F» sia «P» devono essere espressi nella stessa unità di misura] – α = angolo fra la direzione del ramo «A» e la verticale, espressa in *gradi sessadecimali* ($^\circ$) – β = angolo fra la direzione del ramo «B» e la verticale, espressa in *gradi sessadecimali* ($^\circ$).

Osservazioni

Questa formula vale soltanto nel caso che i due angoli « α » e « β » siano uguali; nel caso, per contro, sia « $\alpha \neq \beta$ », devi passare al prossimo paragrafo (vedi un poco oltre: *Particolari armi in parallelo*, pagina 55).

Volendo osservare, *visivamente*, l'aumento della forza sia «F» sia «F'» [fig. 53], all'aumentare dell'angolo « $\alpha + \beta$ », possiamo ricorrere alla [fig. 54], tenendo presente la relazione: $F_a = F = F'$; parimenti abbiamo che $P = F$.



I valori angolari, qui indicati, si riferiscono all'angolo « $\alpha + \beta$ », vedi [fig. 53].

[fig. 54]

Osservate l'aumento *vertiginoso* della forza «Fa» all'aumentare dell'angolo compreso fra i due rami del nodo « $\alpha + \beta$ »; al limite, per « $\alpha + \beta = 180^\circ$ », la «Fa» diverrebbe infinita.

P = F = 100 kg		
$\alpha + \beta = 0^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 50 kg
$\alpha + \beta = 30^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 52 kg
$\alpha + \beta = 60^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 58 kg
$\alpha + \beta = 90^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 71 kg
$\alpha + \beta = 120^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 100 kg
$\alpha + \beta = 160^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 288 kg
$\alpha + \beta = 170^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 574 kg
$\alpha + \beta = 175^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 1 146 kg
$\alpha + \beta = 180^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = ∞ kg

P = F = 1 300 kg		
$\alpha + \beta = 0^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 650 kg
$\alpha + \beta = 30^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 672 kg
$\alpha + \beta = 60^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 750 kg
$\alpha + \beta = 90^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 919 kg
$\alpha + \beta = 120^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 1 300 kg
$\alpha + \beta = 160^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 3 743 kg
$\alpha + \beta = 170^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 8 610 kg
$\alpha + \beta = 175^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = 7 458 kg
$\alpha + \beta = 180^\circ$	$\Rightarrow$	Fa = ∞ kg

Un procedimento grafico

Il procedimento appena descritto è completamente analitico; possiamo, per contro, utilizzare un metodo che si avvale di una matematica più semplice, anche se dobbiamo ese-

guire alcune misurazioni direttamente su un disegno che deve essere realizzato e in scala appropriata e con precisione.

Da un punto «0» tracciamo un segmento verticale (vettore) «F» che rappresenti il peso «P»; nel nostro esempio potrebbe essere: «lunghezza di $F = 6 \text{ cm}$ », « $P = 100 \text{ kg}$ ».

Questo significa che:

6 cm sono equivalenti a 100 kg

Se le due gasse del nodo fossero e verticali e parallele (il valore di « $\alpha + \beta$ » fosse zero), la forza «P» (il peso) si ripartirebbe esattamente a metà, fra le due gasse, che dovrebbero sostenere, ciascuna, un carico che sarebbe la metà di «P»; il carico (i due vettori coincidenti «0 A»), su ognuna delle gasse, sarebbe:

$$\text{vettori «0 A», ciascuno} = \frac{P}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ kg}$$

Tracciamo, pertanto, una porzione di retta orizzontale «r», alla distanza «0 A», da «0», equivalente al peso di «50 kg», quindi alla distanza di «0 A = 3 cm».

Se adesso, dal punto «0», tracciamo una semiretta che forma con la direzione «0 A» un certo angolo, questa incontrerà la retta «r» in un certo punto.

Prendiamo come esempio il segmento (vettore) «Fa» che forma con la direzione «0 A» un angolo « $\alpha = \beta = 60^\circ$ », indicato in [fig. 54] pari a « $\alpha + \beta = 120^\circ$ » e che incontra la retta «r» nel punto «B».

Se misuriamo la lunghezza del segmento (vettore) «Fa = 0 B», troviamo, nel nostro esempio, «0 B = 6 cm», per cui si ha:

$$6 : 100 = 6 : Fa \quad \text{da cui} \quad Fa = \frac{100 \cdot 6}{6} = 100 \text{ kg}$$

Se misuriamo, ora, la lunghezza del segmento (vettore) «0 C», che forma con la direzione «0 A» un angolo « $\alpha = \beta = 30^\circ$ », anch'esso indicato in [fig. 54] pari a « $\alpha + \beta = 60^\circ$ » e che incontra la retta «r» nel punto «C», troviamo, sempre nel nostro esempio, «0 C = 3,48 cm», per cui si ha:

$$6 : 100 = 3,48 : Fa \quad \text{da cui} \quad Fa = \frac{100 \cdot 3,48}{6} = 58 \text{ kg} (\approx 568,98 \text{ N})$$

Con risultati praticamente identici a quelli che si ottengono utilizzando il procedimento esclusivamente analitico.

Un aspetto particolare

Il medesimo ragionamento, considerando comunque le differenze dovute alle loro peculiari caratteristiche, si applica sia ai *traversi* sia ai *corrimano*, nel caso o ci si carichi o si voli su questi ultimi, sia alle *tirolese* (vedi: *Le tirolese*, pagina 63); questa è la ragione per cui gli armi approntati per allestire e i *traversi* e i *corrimano* e le *tirolese*, devono essere sempre predisposti per sopportare alti carichi.

Particolari armi in parallelo

Abbiamo appena parlato delle forze che si generano sugli ancoraggi, ma al lettore attento non sarà sfuggito che il discorso valeva solo nel caso i due angoli, e « α » e « β » siano uguali [fig. 53].

In realtà, in grotta, è più frequente dover allestire degli armi in parallelo in cui gli angoli e « α » e « β » sono diversi; in quest'ultimo caso il procedimento per ricavare l'intensità delle due forze e « F_1 » e « F_2 » è differente ed è un poco più complesso [fig. 55].

Partiamo da un'osservazione: *il nodo è fermo quindi è in equilibrio e, pertanto, la risultante di tutte le forze agenti sul nodo deve essere nulla*; se, per ipotesi, questa condizione non fosse verificata, il nodo si sposterebbe, lungo la risultante, fino a raggiungere l'equilibrio, verificando così l'affermazione.

Se, come abbiamo appena appurato, la risultante di tutte le forze, sul nodo, è nulla, significa che due forze (vettori) applicate al nodo (punto «0») ed aventi verso contrario, devono essere uguali (il loro modulo deve essere uguale), per cui, prendendo due forze e uguali e opposte e orizzontali come e « s_1 » e « s_2 », di modulo qualsiasi, possiamo scrivere:

$$s_1 = s_2$$

Il valore e di « s_1 » e di « s_2 », è dato dalle espressioni:

$$s_1 = F_1 \cdot \sin \alpha \quad s_2 = F_2 \cdot \sin \beta$$

Da cui:

$$F_1 \cdot \sin \alpha = F_2 \cdot \sin \beta \quad F_1 = \frac{F_2 \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

La componente verticale di « F_1 » più la componente verticale di « F_2 » è, ovviamente, uguale al peso « P », quindi:

$$h_1 + h_2 = P = 100 \text{ kg}$$

Il valore di « h_1 » e di « h_2 », è dato dalle espressioni:

$$h_1 = F_1 \cdot \cos \alpha \quad h_2 = F_2 \cdot \cos \beta$$

Da cui:

$$F_1 \cdot \cos \alpha + F_2 \cdot \cos \beta = P$$

Possiamo, pertanto, scrivere:

$$F_2 \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha + F_2 \cdot \cos \beta = P$$

Da cui, otteniamo:

$$F_2 = \frac{P}{\frac{\sin \beta \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} + \cos \beta}$$

Ed infine:

$$F_1 = \frac{P}{\frac{\sin \beta \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} + \cos \beta} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = F_2 \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

Facciamo un esempio.

Consideriamo i seguenti valori:

$$\alpha = 55^\circ (\approx 0,96 \text{ rad}) \quad \beta = 15^\circ (\approx 0,262 \text{ rad}) \quad P = 100 (\approx 981 \text{ N})$$

Si ha:

$$s_1 = F_1 \cdot \sin 55^\circ = F_1 \cdot 0,819$$

$$s_2 = F_2 \cdot \sin 15^\circ = F_2 \cdot 0,259$$

$$F_1 \cdot 0,819 = F_2 \cdot 0,259 \quad F_1 = F_2 \cdot \frac{0,259}{0,819} = F_2 \cdot 0,316$$

$$F_1 \cdot \cos 55^\circ + F_2 \cdot \cos 15^\circ = F_1 \cdot 0,574 + F_2 \cdot 0,966 = 100$$

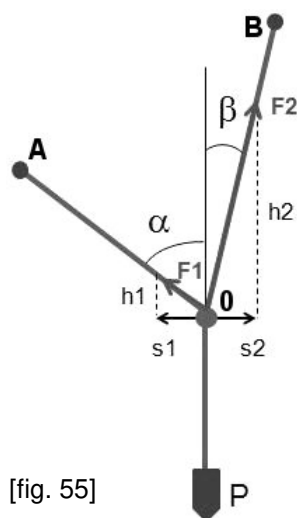
$$F_2 \cdot 0,316 \cdot 0,574 + F_2 \cdot 0,966 = 100$$

$$F_2 \cdot (0,316 \cdot 0,574) + F_2 \cdot 0,966 = F_2 \cdot (0,181 + 0,966) = 100$$

$$F_2 = \frac{100}{1,147} = 87,184 \Rightarrow \mathbf{87,2 \text{ kg} (\approx 855,43 \text{ N})}$$

$$F_1 = 87,184 \cdot 0,316 = 27,550 \Rightarrow \mathbf{27,6 \text{ kg} (\approx 270,76 \text{ N})}$$

Come possiamo notare, in questo caso le due forze e « F_1 » e « F_2 » sono disuguali e la maggiore è sempre quella che sottende l'angolo minore con la verticale.



[fig. 55]

Un procedimento grafico

Il procedimento appena descritto è completamente analitico; possiamo, per contro, utilizzare un metodo che avvale di una matematica più semplice, anche se dobbiamo eseguire alcune misurazioni direttamente su un disegno che deve essere realizzato e in scala appropriata e con precisione.

Disegniamo lo schema che ci interessa, come in [fig. 55], nel quale gli angoli e « α » e « β » sono effettivamente dell'ampiezza voluta: « $\alpha = 55^\circ$ », « $\beta = 15^\circ$ ».

Tracciamo i segmenti (i vettori) e «s1» e «s2» di lunghezza a piacere, ma determinata; ipotizziamo di aver voluto usare «s1 = s2 = 3 cm».

Dagli estremi dei vettori e «s1» e «s2» tracciamo le verticali e «h1» e «h2» fino ad incontrare rispettivamente i segmenti e «0 A» e «0 B» che rappresentano la posizione delle gasse del nodo; l'intersezione dell'altezza «h1» con il segmento «0 A» determina la forza «F1», l'intersezione dell'altezza «h2» con il segmento «0 B» determina la forza «F2» che sono, in proporzione, le forze che si generano su ogni gassa del nodo.

La componente verticale di «F1», che è l'altezza «h1», più la componente verticale di «F2», che è l'altezza «h2», sono, ovviamente, uguali al peso «P», quindi:

$$h1 + h2 = P = 100 \text{ kg}$$

Misuriamo, sul disegno, le lunghezze e di «h1» e di «h2» trovando nel nostro esempio, i valori di:

$$h1 = 2,10 \text{ cm}$$

$$h2 = 11,20 \text{ cm}$$

Per cui si ha che:

$$2,10 + 11,20 = 13,30 \text{ cm sono equivalenti a } 100 \text{ kg}$$

Misuriamo ora, sempre sul disegno, la lunghezza dei due vettori e «F1» e «F2», trovando nel nostro esempio:

$$F1 = 3,66 \text{ cm}$$

$$F2 = 11,59 \text{ cm}$$

Possiamo, pertanto, ottenere:

$$13,30 : 100 = 3,66 : F1 \quad F1 = \frac{100 \cdot 3,66}{13,3} = 27,52 \Rightarrow \mathbf{27,5 \text{ kg } (\approx 270,17 \text{ N})}$$

$$13,30 : 100 = 11,59 : F2 \quad F2 = \frac{100 \cdot 11,59}{13,3} = 87,15 \Rightarrow \mathbf{87,2 \text{ kg } (\approx 855,43 \text{ N})}$$

Con risultati molto simili al precedente procedimento che è, ad onor del vero, sicuramente e più pratico e più preciso.

Osservazioni

Nel caso si abbia a disposizione soltanto e un *tassello Fix* e un *tassello Roc* (oppure soltanto e una *placchetta in lega* e una *placchetta in acciaio*, od un *anello*) si dovrà disporre l'elemento più resistente a sostenere la gassa che presenta, fra i due angoli e « α » e « β », quello minore.

Rielaborando le formule appena espone, possiamo altresì scrivere:

$$F1 = \frac{P}{\text{sen } (\alpha) \cdot [\cot (\alpha) + \cot (\beta)]}$$

$$F2 = \frac{P}{\text{sen } (\beta) \cdot [\cot (\beta) + \cot (\alpha)]}$$

Dalle quali, avvalendoci i medesimi valori utilizzati nel precedente esempio, in cui si era assunto « $\alpha = 55^\circ$, $\beta = 15^\circ$ », si ha:

$$F1 = \frac{P}{\text{sen } (55) \cdot [\cot (55) + \cot (15)]} = 27,54 \Rightarrow \mathbf{27,5 \text{ kg } (\approx 270,17 \text{ N})}$$

$$F2 = \frac{P}{\text{sen } (15) \cdot [\cot (15) + \cot (55)]} = 87,17 \Rightarrow \mathbf{87,2 \text{ kg } (\approx 855,43 \text{ N})}$$

Con risultati ugualmente molto simili alle due precedenti procedure.

I frazionamenti

I **frazionamenti** possono essere considerati come *ancoraggi secondari* [fig. 56], in contrapposizione agli *ancoraggi primari* che caratterizzano gli *armi principali*, o di testa.



Osservazioni

In [fig. 56], l'ansa apparentemente troppo lunga, non è un errore, ma si rende necessaria sia per eseguire la chiave completa del discensore, mentre si sta scendendo dal tratto di corda che proviene dall'alto, sia, e soprattutto, per eseguire il superamento del frazionamento (passare l'autobloccante ventrale da una tratta all'altra) in salita.

Nel caso il frazionamento dovesse cedere, lo/la speleologo/a, appeso/a alla corda di progressione, subirebbe, spiacevolmente, oltre gli effetti di una sollecitazione dinamica anche quelli dovuti, forse, al grattugiarsi, per un buon tratto, contro la roccia.

La forza che si genera, a causa del cedimento dell'ancoraggio, dipende sia dal peso «P» dello/la speleologo/a sia dalla lunghezza dell'ansa «la = a b» sia dalla lunghezza della corda che prende parte al fenomeno «lt = W a b» sia dalla posizione dello/della speleologo/a sulla corda di progressione (oltre si è considerato lo/la speleologo/a in «b») sia dal coefficiente d'elasticità dinamico «Xd» della corda [fig. 57].

Analizziamo, nella tabella sottostante, come varia la forza di shock (la forza che si genererebbe a causa di una sollecitazione dinamica dovuta al cedimento dell'ancoraggio in «b») al variare sia della lunghezza dell'ansa di corda «la» sia della lunghezza della corda «lt», che prende parte al fenomeno, tenendo costante sia il peso applicato «P» sia il coefficiente d'elasticità dinamico «Xd».

[fig. 56]

Considerando l'equazione [07] (pag. 8), e sapendo che l'altezza di caduta «h» è uguale alla lunghezza dell'ansa «la», possiamo scrivere:

$$F_m = P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P}{X_d} \cdot \frac{l_a}{l_t}} \quad [N]$$

Considerando il *peso di un grave rigido* di «P = 80 kg» e il *coefficiente di elasticità dinamico* della corda di «Xd = 1,1 · 10⁻⁵ N⁻¹», si ottengono i valori, indicati in **grassetto** nella tabella sottostante, espressi in *chilogrammi* (kg); i valori sono stati calcolati ipotizzando che il peso si trovi in «b» al momento del cedimento.

L'attitudine a deformarsi, propria del corpo umano, fornisce al sistema un'elasticità aggiunta che riduce la forza di shock di circa il «22%», ma noi valutiamo, sia per semplicità sia per porci in una situazione meno vantaggiosa, una riduzione solo del «20%».

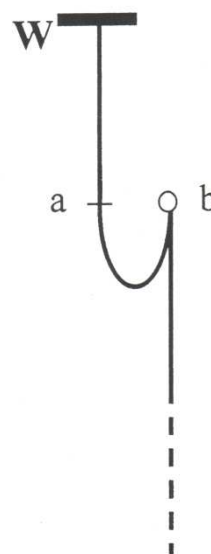
Considerando sempre gli stessi valori, il *peso di uno/a speleologo/a* (grave non rigido, ma dotato di una certa elasticità) di «P = 80 kg» e il *coefficiente di elasticità dinamico* della corda di «Xd = 1,1 · 10⁻⁵ N⁻¹», si ottengono i valori, indicati in *corsivo* nella tabella sottostante, espressi in *chilogrammi* (kg).

la [m]	lt [m]					
	15	10	5	4	3	2
0	160 <i>160</i>	160 <i>160</i>	160 <i>160</i>	160 <i>160</i>	160 <i>160</i>	160 <i>160</i>
0,5	316 <i>253</i>	363 <i>290</i>	473 <i>378</i>	518 <i>414</i>	583 <i>466</i>	694 <i>555</i>
1,0	405 <i>324</i>	473 <i>378</i>	631 <i>505</i>	694 <i>555</i>	787 <i>630</i>	945 <i>756</i>
1,5	473 <i>378</i>	559 <i>447</i>	752 <i>602</i>	830 <i>664</i>	945 <i>756</i>	1138 <i>910</i>
2,0	532 <i>426</i>	631 <i>505</i>	855 <i>684</i>	945 <i>756</i>	1078 <i>862</i>	1301 <i>1040</i>

Osservazioni

La situazione diventa sempre più critica sia al ridursi del tratto «lc = W a» sia all'aumentare della lunghezza dell'ansa «la = a b».

La lunghezza dell'ansa «la» è stata limitata a «2 m» poiché, molto difficilmente, la lunghezza delle anse dei frazionamenti, è o minore di «la = 0,5» o maggiore di «la = 1,5».



La lunghezza «lt» è stata limitata a «15 m» poiché lunghezze maggiori, riducendo ulteriormente il valore della forza massima di shock «Fm», porterebbero a situazioni in cui si avrebbe una sicurezza ancora maggiore e, pertanto, ampiamente nei limiti da non superare.

Nel caso lo/la speleologo/a, nel momento in cui cede l'ancoraggio «b» (il frazionamento), si dovesse trovare più in basso (non fosse ancora arrivato in «b», la sollecitazione dinamica sarebbe inferiore poiché sarebbe inferiore il fattore di caduta «Fc».

Alcune considerazioni

Si è qui, per semplicità di calcolo, trascurato e, forse, non era lecito farlo, l'**effetto longe** (vedi: *La presenza dei nodi*, pagina 30).

Osservazioni

Ricordiamo che per **effetto longe** intendiamo l'apporto di elasticità aggiuntiva da parte della strizione dei nodi, quando a fronte della limitata lunghezza del campione di corda, l'effetto della presenza dei nodi diviene significativa.

Per fornire un ordine di grandezza sull'effetto della strizione dei nodi, possiamo sottolineare che, per «la = 2 m», i valori della forza massima di shock «Fm», dovrebbero essere modificati, riducendoli dell'11%, in corrispondenza di «lt = 2 m», e del 14%, in corrispondenza di «lt = 3 m».

Già ad una distanza «lt = 4 m» dal frazionamento, anche con un'ansa di «la = 2 m» (molto abbondante) siamo ampiamente entro i limiti di sicurezza.

Non è, pertanto, il caso di accanirsi nell'eseguire anse cortissime, difficili da superare (in speleologia, e la comodità e la semplicità sono indice e di affidabilità e di sicurezza); non è neanche il caso, per contro, allestire anse esageratamente lunghe, poiché inutili.

Sollecitazioni continuate

Gli elementi in lega, quali e placchette e moschettoni, sono soggetti alla rottura per fatica; la forza trasmessa all'armo, durante o una risalita o una discesa su corda, varia a seconda della distanza dall'armo (per l'energia assorbita dall'elasticità della corda), e, soprattutto, dal modo di procedere.

Muoversi con uniformità e dolcezza, sollecita meno l'armo che non andare a strattoni o fare brusche frenate.

Consideriamo uno/a speleologo/a che o scenda o risalga lungo una corda fissata ad un ancoraggio; stimiamo il carico, che si genera sull'ancoraggio, in base sia al peso dello/a speleologo/a assunto di «P = 80 daN» sia alla distanza, dello speleologo/a, dall'ancoraggio.

Movimento	a 20 metri dall'armo	a 2 metri dall'armo	a 0,5 metri dall'armo
risalita brusca	80 daN	180 daN	200 daN
risalita dolce	80 daN	100 daN	110 daN
discesa brusca	80 daN	150 daN	-
discesa dolce	80 daN	80 daN	-

Osservazioni

Nell'indicare i valori riportati in tabella, si è considerata una generica corda speleo semistatica con un coefficiente d'elasticità dinamico compreso fra « $1,1 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$ + $1,3 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$ ».

Oltre i «20 m» lo/la speleologo/a grava sulla corda col solo suo peso e la sollecitazione che gli imprime con la manovra, più o meno corretta, aumenta il carico, ma non di molto; il coefficiente d'elasticità da considerare è, pertanto, maggiore di quello considerato (rileggiamoci quanto esposto in: «*Il coefficiente d'elasticità - Coefficienti d'elasticità «X» ed allungamenti percentuali «A%»*», pagina 5 ed, un poco oltre, alla fine della pagina».

Precisazioni

Ricordiamo che un *decanewton* è equivalente a circa un *chilogrammo*; in verità si ha, più precisamente: 1 daN = 0,981 kg o, parimenti, 1 kg = 1,019 daN.

In pratica, come già detto, possiamo considerare: 1 daN = 1 kg.

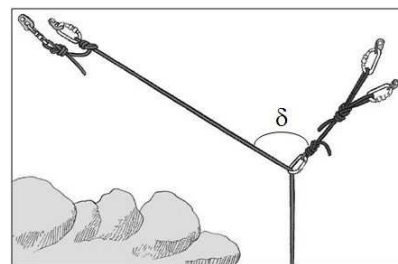
Ripensiamo alla rottura per fatica (vedi: *Degrado per fatica*, pagina 43) e rendiamoci conto che sia ogni pedalata, *troppo* vigorosa, sia ogni sollecitazione, che noi provochiamo quando scendiamo in modo scorretto, imprimono, all'ancoraggio, delle sollecitazioni cicliche che è meglio evitare.

Consideriamo, inoltre, un aspetto importante: la situazione più sfavorevole si verifica quando lo/la speleologo/a si trova a breve distanza dall'armo, diciamo dai *due metri* (più ci si avvicina all'armo più la situazione diviene critica); a *trenta metri* dall'armo, o dal frazionamento, potreste fare tranquillamente gli *scemi*, pestando violentemente sul pedale di maniglia, ma fatelo soltanto se lo siete veramente.

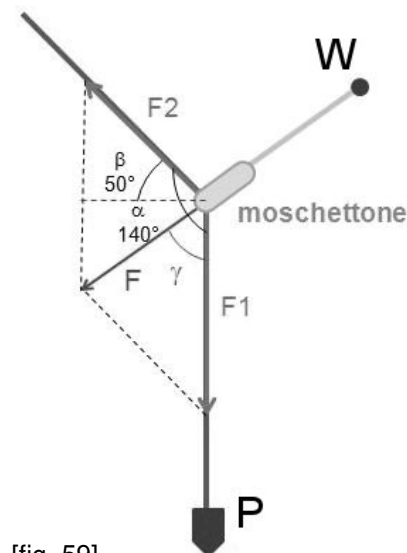
I deviatori

I **Deviatori** si usano, a volte, al posto dei frazionamenti, affinché la corda o non tocchi la parete o si sistemi in una posizione reputata migliore; sono costituiti da un moschettone collegato o ad una fettuccia o ad un cordino, opportunamente ancorato, e di lunghezza tale che la corda di progressione, passando per il moschettone, sia deviata dalla verticale e quindi dal punto o pericoloso o scomodo [fig. 58].

Con riferimento alla [fig. 59] possiamo costatare che maggiore è l'angolo « β », minore è la forza « F » che, a parità di peso « P », si genera sull'ancoraggio « W » del rinvio.



[fig. 58]



[fig. 59]

Considerando.

$$F1 = P = 100 \text{ kg } (\approx 981 \text{ N})$$

$$\beta = 50^\circ (\approx 0,873 \text{ rad}) \quad \alpha = 140^\circ (\approx 2,443 \text{ rad})$$

$$\mu = 1,35$$

Essendo « μ » il coefficiente d'attrito fra corda e moschettone; per una migliore comprensione del parametro « μ », consultare la dispensa dello stesso Autore «**Carrucole, Paranchi e Rinvii di sicurezza**» nel sito «<http://www.csispecus.it>».

Si ha:

$$F2 = \frac{P}{\mu} = \frac{100}{1,35} = 74,074 \Rightarrow \mathbf{74,0 \text{ kg } (\approx 725,94 \text{ N})}$$

$$F = \sqrt{(F2 \cdot \cos \beta)^2 + (F1 - F2 \cdot \sin \beta)^2}$$

$$F = \sqrt{(74,074 \cdot \cos 50)^2 + (100 - 74,074 \cdot \sin 50)^2}$$

$$F = \sqrt{(74,074 \cdot 0,643)^2 + (100 - 74,074 \cdot 0,766)^2}$$

$$F = \sqrt{2\,268,577 + 1\,871,368} = 64,342 \Rightarrow \mathbf{64,3 \text{ kg } (\approx 630,78 \text{ N})}$$

$$\gamma = \arctg \frac{F2 \cdot \cos \alpha}{F1 - F2 \cdot \sin \alpha}$$

$$\gamma = \arctg \frac{74,074 \cdot 0,766}{100 - 74,074 \cdot 0,643} = \arctg \frac{56,741}{52,730} = \arctg 1,076 = 47,096 \Rightarrow \mathbf{47,1^\circ (\approx 0,822 \text{ rad})}$$

Minore sarà l'angolo « β », minore sarà l'angolo « α », minore sarà l'angolo « γ », maggiore sarà la forza « F », per il medesimo peso « P ».

Oppure, applicando il *teorema di Pitagora generalizzato*, dopo aver ricavato il valore di « $F2$ », possiamo procedere in altro modo:

$$F = \sqrt{F1^2 + F2^2 + 2 \cdot F1 \cdot F2 \cdot \cos 140}$$

$$F = \sqrt{10\,000 + 5\,486,957 + 2 \cdot 100 \cdot 74,074 \cdot -0,766}$$

$$F = \sqrt{4\,138,8202} = 64,334 \Rightarrow \mathbf{64,3 \text{ kg } (\approx 630,78 \text{ N})}$$

$$\gamma = \arcsen \left(\frac{F2}{F} \cdot \sin 140 \right)$$

$$\gamma = \arcsen \left(\frac{74,074}{64,3} \cdot 0,643 \right)$$

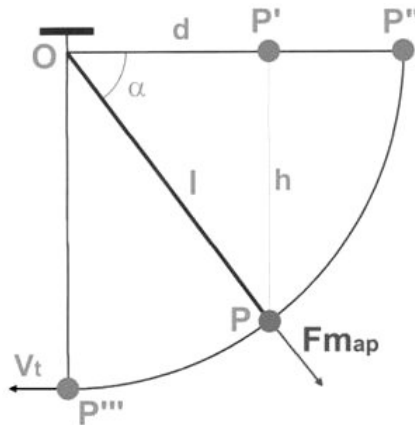
$$\gamma = \arcsen 0,740 = 47,731 \Rightarrow \mathbf{47,7^\circ (\approx 0,832 \text{ rad})}$$

Le leggere differenze, nei valori dei risultati finali, sono da imputarsi sia alle approssimazioni nei risultati parziali sia alle diverse funzioni trigonometriche utilizzate.

La forza « F », che si genera sull'ancoraggio « W », può raggiungere al massimo (teoricamente) il doppio della forza « $F1$ » o, parimenti, il doppio del peso « P »; in pratica risulta sempre, a causa dell'attrito sul moschettone, « $F < 2 \cdot F1$ o $F < 2 \cdot P$ ».

I pendoli

Nell'allestire un traverso, spesso, chi attrezza, è costretto a spostarsi, allontanandosi orizzontalmente, rispetto all'ancoraggio, per cui, nel caso sfortunato dovesse *volare* si troverebbe a cadere lungo una traiettoria a pendolo.



[fig. 60]

Analizziamo una caduta a pendolo [fig. 60].

Prendiamo prima, in esame, la caduta verticale, di un grave di peso «P», direttamente dal punto «O», per la quale « $\alpha = 90^\circ$ », su una corda e di lunghezza «l» e di coefficiente d'elasticità dinamica di «Xd»; in questa situazione, sulla corda, si genererà una forza pari a «Fma» data dall'ormai nota equazione [07] (pag. 8).

Prendiamo poi, in esame, la caduta, del grave, dalla posizione del punto «P'», per la quale « $\alpha = 0^\circ$ », su una corda di lunghezza «l»; in questa situazione sulla corda si genererà una forza pari a «Fmp»; il valore massimo della «Fmp» si registrerà nel punto «P'''».

L'energia tangenziale che il corpo possiede quando raggiunge il punto più basso «P'''» è data dalla somma dell'energia cinetica «Ec1», che si scarica lungo l'arco di circonferenza «P' P'''», e la quantità di energia pari alla perdita di energia potenziale «Ec2».

Dalla costatazione che:

$$Ec1 = P \cdot h \cdot \cos^2 \alpha \quad [20]$$

$$Ec2 = P \cdot (lc - h) \quad [21]$$

In cui: P = peso del grave, espresso in *newton* (N) – h = eventuale caduta verticale, espressa in *metri* (m) – lc = lunghezza della corda, espressa in *metri* (m).

Da cui abbiamo:

$$Ect = P \cdot h \cdot \cos^2 \alpha + P \cdot (lc - h) \quad [22]$$

Si ha anche, però:

$$Ect = \frac{1}{2} \cdot m \cdot Vt^2 \quad [23]$$

In cui: m = massa del grave, espressa in *chilogrammi* (kg) – Vt = velocità finale del grave, nel punto «P'''», espressa in *metri al secondo* (m · s⁻¹).

Per cui possiamo scrivere:

$$P \cdot h \cdot \cos^2 \alpha + P \cdot (lc - h) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot Vt^2 \quad [24]$$

Pertanto:

$$Vt^2 = 2 \cdot g \cdot [h \cdot \cos^2 \alpha + (lc - h)] \quad [25]$$

La forza massima «Fmp», come già detto, si manifesta nel punto «P'''», ove è massima la velocità tangenziale «Vt», ma possiamo scrivere anche:

$$Fmp = \frac{m \cdot Vt^2}{lc} \quad [26]$$

Sostituendo la [25] nella [26], si ha:

$$Fmp = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot [h \cdot \cos^2 \alpha + (lc - h)]}{lc} \quad [27]$$

Semplificando la [27], si ottiene, infine:

$$Fmp = 2 \cdot (1 - \sin^3 \alpha) \cdot P \quad [28]$$

Nella tabella sottostante, sono indicate le formule, che ci forniscono i valori dei dati da noi cercati, per le due posizioni di partenza del grave: il punto «O», «P'», riconsiderando l'equazione [07] (pag. 8).

α	Fma	Fmp	Fmap
0°	0	2 · P	2 · P
90°	$P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{Xd \cdot l}}$	0	$P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{Xd \cdot l}}$

Nel caso sia $\alpha = 0^\circ$ ($\sin \alpha = 0$) si ha una traiettoria di caduta, con corda sempre tesa, lungo l'arco di circonferenza «P'' P'''».

Se $\alpha = 90^\circ$ ($\sin \alpha = 1$) si ha una traiettoria di caduta lungo la verticale «O P'''».

Si dovrebbe, infine, prendere in esame la possibilità di una traiettoria mista $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ($0 < \sin \alpha < 1$), prima verticale, poi lungo l'arco di circonferenza, come avverrebbe se il grave cadesse, ad esempio, dalla posizione «P'».

L'analisi di una simile situazione è, tuttavia, estremamente complessa, risultando da un *accoppiamento* di effetti che si manifestano in un ampio intervallo; si è pertanto seguito il procedimento di sommare semplicemente gli effetti dovuti sia alla caduta verticale sia al moto pendolare.

Da notare, comunque, che sommando i due effetti, calcolati separatamente, ci poniamo nell'ipotesi peggiore, nel senso che otteniamo una «Fmap» che è sempre maggiore di quella reale, che si sarebbe ottenuta con un'analisi più complessa.

Considerando e «P = 80 kg ($\approx 784,8$ N)» e «Xd = $1,1 \cdot 10^{-5}$ » si avrebbe:

$$F_{ma} = \sin \alpha \left(P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot l_c}} \right)$$

$$F_{mp} = 2 \cdot (1 - \sin^3 \alpha) \cdot P$$

$$F_{map} = F_{ma} + F_{mp}$$

α°	Fma	Fmp	Fmap
0°	0	160	160
30°	472	140	612
45°	782	103	885
60°	1 053	56	1 109
90°	1 300	0	1 300

Osserviamo che nella caduta di un grave, secondo un pendolo puro (lungo la traiettoria circolare di raggio «l»), la «Fmp» è indipendente sia dalla lunghezza «l» sia dal coefficiente d'elasticità dinamico «Xd» della corda e, al massimo, raggiunge una tensione pari a due volte il peso del grave.

Questa è una situazione simile a quella di un grave appeso staticamente, non trattenuto, ad una corda, (vedi: *Alcune riflessioni*, **Seconda prova**, pagina 17).

La velocità posseduta dal grave nel punto «P'''», è data dall'equazione generale:

$$V_t = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h \cdot \cos^2 \alpha + l_c - h)}$$

Nel caso più semplice che lo/la speleologo/a si trovi, all'inizio della caduta, nella posizione «P''», si ha:

$$V_t = \sqrt{2 \cdot g \cdot l_c} \quad [m \cdot s^{-1}]$$

Sempre se lo/la speleologo/a si trova, all'inizio della caduta, nella posizione «P''», il tempo, trascorso prima di impattare su un'eventuale roccia posta in «P'''», è dato dall'equazione:

$$t = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{l_c}{g}} \quad [s]$$

Nella tabella sottostante, sono indicate sia le velocità, espresse e in *metri al secondo* ($m \cdot s^{-1}$) e in *chilometri all'ora* ($km \cdot h^{-1}$), che il grave acquisterebbe sia i tempi che impiegherebbe, partendo dal punto «P''», a giungere al punto «P'''».

lc m	Vt $m \cdot s^{-1}$	Vt $km \cdot h^{-1}$	t s
0,5	3,13	11,27	0,18
1	4,43	15,95	0,25
3	7,67	27,61	0,87
5	9,90	35,64	1,12
10	14,01	50,44	1,58

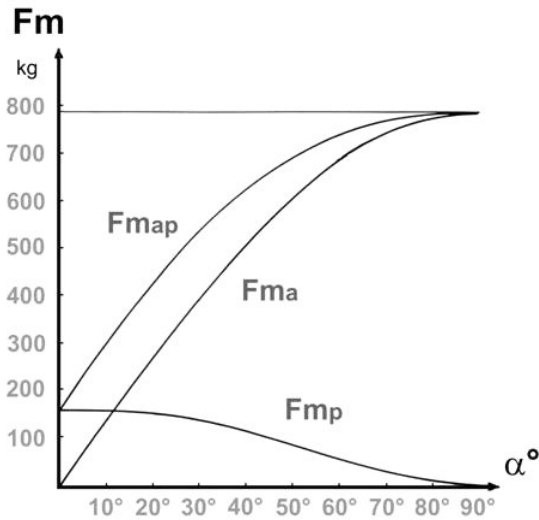
[tab. 05]

Da quanto detto e dalla [tab. 05] si evince che i pericoli maggiori, in una caduta a pendolo, non derivano dalla sollecitazione sulla corda, ma sia dalla possibilità di grattugiarsi, sulla roccia, per tutto l'arco di traiettoria sia di impattare su un'eventuale roccia che dovesse trovarsi al termine del volo, ad esempio nel punto «P'''» (*come nella vignetta che avete appena visto, poco più sopra*).

In tutta la discussione, si è trascurato l'allungamento, della corda, dovuto alla tensione generata dalla forza centrifuga del moto circolare, lungo l'arco di circonferenza, poiché la correzione sarebbe così piccola da rientrare nelle approssimazioni già considerate.



Nel seguente diagramma possiamo esaminare l'andamento sia della forza massima che si registra per effetto della sola caduta verticale «Fma» sia della forza massima che si registra per effetto della sola accelerazione centripeta «Fmp» sia della forza massima somma delle prima due: $F_{map} = F_{ma} + F_{mp}$ in una prova eseguita con corda semistatica $\varnothing = 10$ mm.



Essendo:

$$P = 80 \text{ kg (784.8 N)}$$

$$h = 5 \text{ m}$$

$$l = 10 \text{ m}$$

$$X_d = 1.3 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1} (\text{s}^2 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-1})$$

Osservazioni

Teniamo presente che in questo esempio, diversamente da quanto avvenuto in precedenza, si è considerato un coefficiente d'elasticità dinamico di « $X_d = 1.3 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$ ».

Rileviamo, ora, un aspetto interessante, che forse è rimasto celato. Consideriamo le uguaglianze:

$$\sin \alpha = \frac{h}{lc} = F_{cr}$$

Si può definire « F_{cr} » come il *fattore di caduta ridotto*, volendo, con questo termine «*ridotto*», evidenziare la differenza col *fattore di caduta* « F_c » e mettere in evidenza che la forza massima, a parità delle altre condizioni, dipende dal rapporto fra «h» ed «l».

Alla luce di queste considerazioni, si ha che l'equazione:

$$F_{ma} = \sin \alpha \left(P + \sqrt{P^2 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{X_d \cdot lc}} \right)$$

si trasforma nella:

$$F_{ma} = \left(P \cdot F_{cr} + \sqrt{P^2 \cdot F_{cr}^2 + \frac{2 \cdot P}{X_d} \cdot F_{cr}^3} \right) \text{ [N]} \quad [29]$$

L'equazione:

$$F_{mp} = 2 \cdot (1 - \sin^3 \alpha) \cdot P$$

si trasforma nella:

$$F_{mp} = 2 \cdot (1 - F_{cr}^3) \cdot P \text{ [N]} \quad [30]$$

Le Tirolesi

Le **tirolesi**, o **teleferiche**, sono costituite, nel loro schema teorico (semplificato), da una corda, o da un cavo d'acciaio, tesa fra due punti fissi cui è ancorata.

Osservazioni

Qualsiasi manuale sulle tirolesi vi spiegherà dettagliatamente come si allestiscono in pratica, per tener conto di tutti gli aspetti, soprattutto per quanto riguarda la sicurezza.

Qui, per contro, a noi interessa soltanto la fisica associata ad esse.

Nella [fig. 61] è rappresentato lo schema che ci interessa: una corda di lunghezza « l_c », pari alla distanza « $A B$ », è *pre-tirata* con una forza « T », fra due punti fissi (armi), ed « A » e « B », che si trovano ad una differenza di quota di « h »; la corda, pertanto, forma un angolo « α » con l'orizzontale.

Se ora applichiamo un grave (speleologo/a), di peso « F », nel punto « X », alla distanza da « A » di « l_x », pari alla distanza « $A X$ », la corda si inclinerà ulteriormente formando, con l'orizzontale, un angolo pari a « $\alpha + \beta$ ».

Si ha, pertanto:

$A B$ = lunghezza della corda indicata, nelle formule che seguiranno, con « l_c », espressa in metri (m).

$A X$ = distanza del grave (speleologo/a) « X » dall'armo « A » indicata, nelle formule che seguiranno, con « l_x », espressa in metri (m).

α = angolo che la corda forma con l'orizzontale, quando è *pre-tirata*, fra « A » e « B », senza essere caricata dal grave (speleologo/a), espresso in gradi sessadecimali ($^\circ$).

F = peso del grave (speleologo/a), espresso in newton (N).

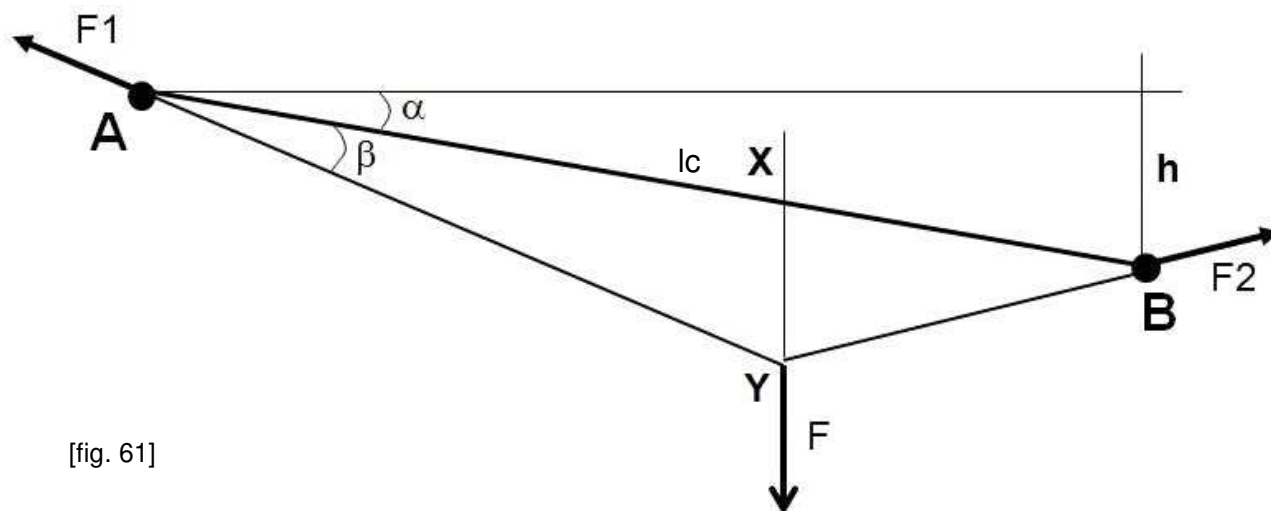
F_1 = forza che si genera sull'armo « A » per effetto combinato del *pretensionamento* « T », applicato alla corda, ed il peso del grave (speleologo/a), espressa in newton (N).

F_2 = forza che si genera sull'armo « B » per effetto combinato del *pretensionamento* « T », applicato alla corda, ed il peso del grave (speleologo/a), espressa in newton (N).

β = angolo che la corda forma con la direzione « $A B$ » quando è caricata dal peso del grave (speleologo/a), espresso in gradi sessadecimali ($^\circ$).

T = forza con cui la corda viene *pre-tirata*, espressa in newton (N).

h = dislivello fra « A » e « B », pari a: $l_c \cdot \sin \alpha$, espresso in metri (m).



[fig. 61]

Le formule che forniscono le forze che si generano sui due punti fissi (armi), ed « A » e « B », sono e la [31] e la [32]; « F_1 » è la forza che si genera sull'armo « A », « F_2 » è la forza che si genera sull'armo « B ».

$$F_1 = \sqrt{T^2 + 2 \cdot T \cdot F \cdot \frac{l_c - l_x}{l_c} \cdot \sin \alpha + F^2 \cdot \left(\frac{l_c - l_x}{l_c}\right)^2} \quad [31]$$

$$F_2 = \sqrt{T^2 - 2 \cdot T \cdot F \cdot \frac{l_x}{l_c} \cdot \sin \alpha + F^2 \cdot \left(\frac{l_x}{l_c}\right)^2} \quad [32]$$

Facciamo qualche esempio in cui non si considera, per semplicità di calcolo, l'aumento dell'angolo « α », del valore dell'angolo « β », a causa del peso del grave (speleologo/a).

Consideriamo la seguente situazione:

lunghezza della corda	$l_c = 50 \text{ m}$
distanza di « X » dall'armo « A »	$l_x = 10 \text{ m} - 40 \text{ m}$
forza di <i>pre-tensione</i> della corda	$T = 6\,000 \text{ N}$ ($\approx 612 \text{ kg}$)
peso del grave (speleologo/a)	$F = 834 \text{ N}$ ($\approx 85 \text{ kg}$)
inclinazione della corda rispetto l'orizzontale	$\alpha = 10^\circ$

Consideriamo, inoltre, che: sia la «F1a» sia la «F1b» siano le forze che si generano rispettivamente sugli armi ed «A» e «B», quando si considera «lx = 10 m»; sia la «F2a» sia la «F2b» siano le forze che si generano rispettivamente sugli armi, ed «A» e «B», quando si considera «lx = 40 m».

$$F1a = \sqrt{6\,000^2 + 2 \cdot 6\,000 \cdot 834 \cdot \frac{50-10}{50} \cdot \sin 10 + 834^2 \cdot \left(\frac{50-10}{50}\right)^2} = 6\,151,053 \text{ N}$$

$$F1b = \sqrt{6\,000^2 + 2 \cdot 6\,000 \cdot 834 \cdot \frac{50-40}{50} \cdot \sin 10 + 834^2 \cdot \left(\frac{50-40}{50}\right)^2} = 6\,031,202 \text{ N}$$

$$F2a = \sqrt{6\,000^2 - 2 \cdot 6\,000 \cdot 834 \cdot \frac{10}{50} \cdot \sin 10 + 834^2 \cdot \left(\frac{10}{50}\right)^2} = 5\,973,294 \text{ N}$$

$$F2b = \sqrt{6\,000^2 - 2 \cdot 6\,000 \cdot 834 \cdot \frac{40}{50} \cdot \sin 10 + 834^2 \cdot \left(\frac{40}{50}\right)^2} = 5\,987,824 \text{ N}$$

Proviamo ora, fermi restando tutti gli altri valori, con T = 3 000 N (≈306 kg); si avrà:

$$F1a = 3\,184,384 \text{ N}$$

$$F1b = 3\,033,415 \text{ N}$$

$$F2a = 3\,001,740 \text{ N}$$

$$F2b = 3\,016,220 \text{ N}$$

Riepilogando:

T = 6 000 N (≈612 kg)				
Lx m	F1 N	F1 kg	F2 N	F2 kg
10	6 151	627	5 973	609
40	6 031	614	5 988	610

[tab. 06a]

T = 3 000 N (≈306 kg)				
Lx m	F1 N	F1 kg	F2 N	F2 kg
10	3 184	324	3 002	306
40	3 033	309	3 016	307

[tab. 06b]

Anche con una e semplice e fugace analisi, possiamo renderci conto che, per quanto riguarda l'incremento di forza «F1» e «F2» che si genera sugli armi e «A» e «B», la presenza del grave (speleologo/a), è del tutto trascurabile; abbiamo, infatti, sempre:

$$F1 < T + F$$

Parimenti, resta trascurabile l'incremento di forza, che si genera sugli armi e «F1» e «F2», dovuto alla presenza del grave (speleologo/a), al variare della forza con cui la corda viene *pre-tirata*, ma qualcos'altro cambia.

Quando lo/la speleologo/a si appende alla tirolese, il valore dell'angolo «α» aumenta di un valore pari all'angolo «β»; il valore dell'angolo «β» dipende sia dalla forza «T», con cui la corda è *pre-tirata*, sia dal coefficiente d'elasticità della corda alla tensione «T» sia dal peso del grave «F» sia dalla distanza «lx» ed è dato da:

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\left(\sin \alpha + \frac{F}{T} \cdot \frac{lc - lx}{lc}\right)^2}}} \quad [33]$$

Pre-tirare la corda con valori di «T» più elevati vuol dire, a parità di tutte le altre condizioni, ridurre l'angolo «β», permettendo un'attraversata più fluida e riducendo il rischio di dover risalire, nell'ultimo tratto, verso l'armo «B».

Osservazioni

La tensione «T», con la quale si dovrebbe allestire una **tirolese**, dovrebbe essere, nella maggior parte delle comuni situazioni, di «T = 5 000 N ÷ 6 000 N», pari a «T ≈ 510 kg ÷ ≈ 612 kg».

Luciano Testone del CSAD "V. Mazzella", per contro, mi ha fatto notare che avevo trascurato di considerare l'allentamento della tensione della corda dovuta all'operazione di bloccaggio e che pur essendo vero che la forza con cui usualmente si *tensiona* inizialmente la corda portante, di una teleferica, può raggiungere «F = 5 000 N ÷ 6 000 N», durante il bloccaggio si verifica una perdita di *tensionamento* che, a seconda e del sistema e della tipologia di bloccaggio, si può ridurre anche di «≈ 180 kg ÷ ≈ 240 kg (≈ 1 768 N ÷ ≈ 2 354 N)».

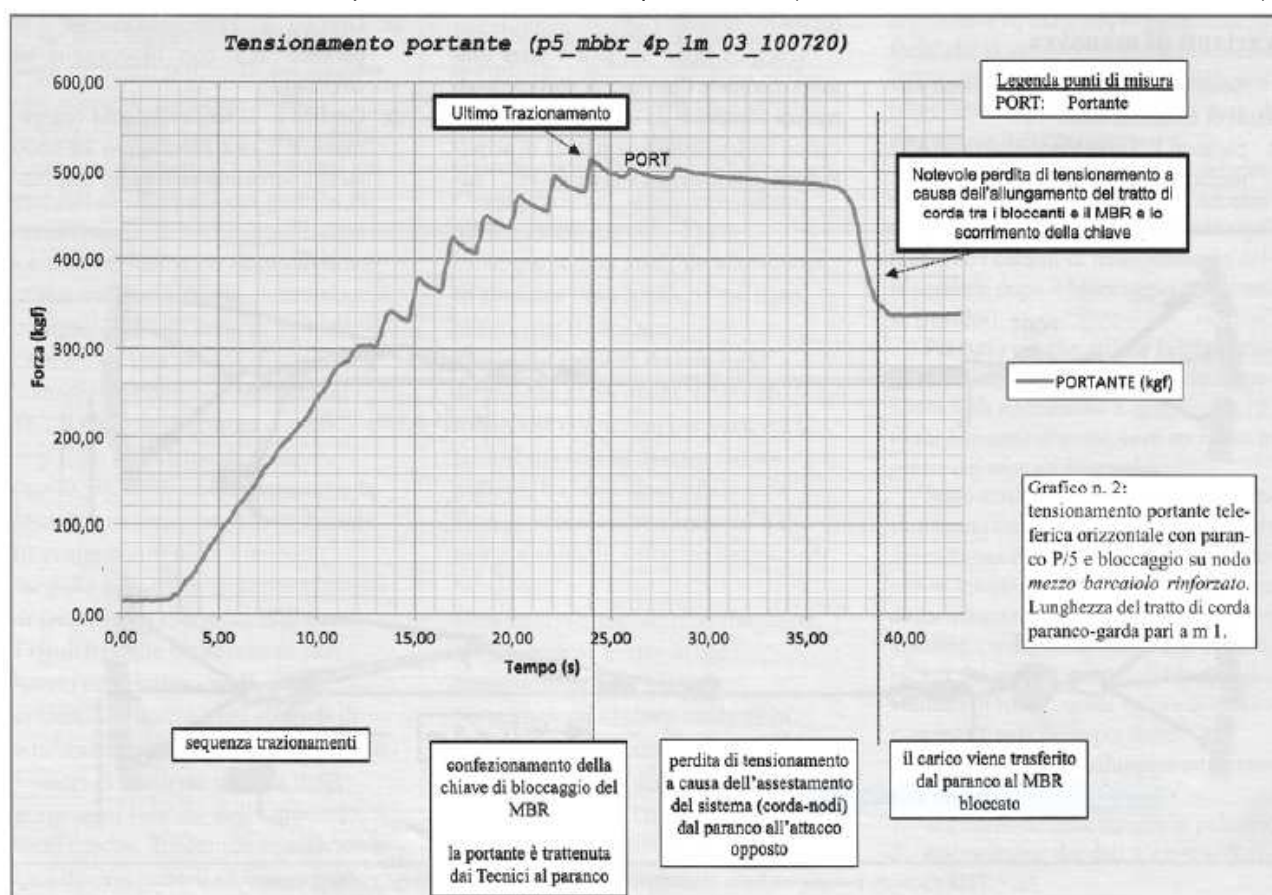
Calcolare approssimativamente la tensione che si può raggiungere durante l'allestimento di una teleferica è stato relativamente semplice, ma per misurare sperimentalmente la tensione residua dopo il bloccaggio (un calcolo analitico presenterebbe eccezionali difficoltà), sarebbe stato necessario utilizzare, in una serie di prove pratiche, un dinamometro che, però, non possiedo.

Avevo, pertanto, *sorvolato* su quest'aspetto almeno fino ad ora.

Nella rivista del **Soccorso Nazionale Alpino e Speleologico** [Anno XIX n.2 (56) / novembre 2013] che mi è stata data in visione vi sono presentati, però, i risultati di alcune misurazioni eseguite al fine sia di porre a confronto due diverse varianti di sistemi di bloccaggio e con il **mezzo barcaio rinforzato (MBR)** con asola di bloccaggio e con il **Grigri**, sia di mettere in evidenza le loro caratteristiche.

A tal uopo si sono eseguite una serie di tre prove e, come si legge testualmente, "L'acquisizione dei dati è stata eseguita mediante l'utilizzo di un sistema di misura composto da una serie di celle di carico collegate ad una scheda di acquisizione dati interfacciata ad un PC. I dati sono stati quindi elaborati tramite un software realizzato dalla C.T.S. e i risultati inseriti in fogli elettronici di calcolo. Tali dati sono stati filtrati numericamente e quindi rappresentati in forma grafica."

Qui presentiamo il grafico relativo al bloccaggio della portante mediante un paranco con $VMI = 5$ ($VMI = \text{Vantaggio Meccanico Ideale}$) [per maggiori informazioni vedi la Dispensa dello stesso Autore: *Carrucole, Paranchi e Rinvii di sicurezza*, nel sito «www.csispecus.it»] vincolando la portante ad un **MBR** (mezzo barcaio) con asola di bloccaggio; la lunghezza del tratto di corda *bloccante paranco-attacco* era pari a 1 m (l'armo era costituito da un **Garda**).



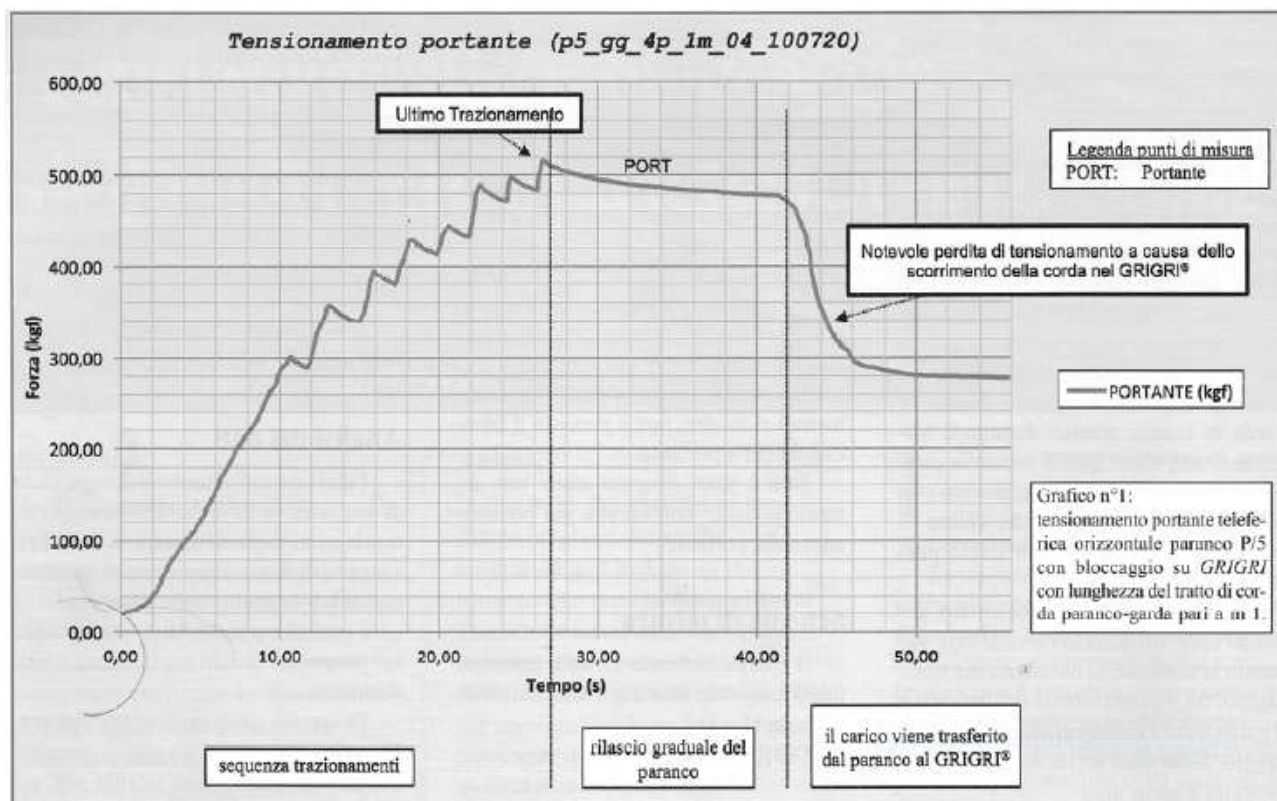
[fig. 62]

Dall'analisi del grafico di [fig. 62] si evince che la tensione iniziale della corda era praticamente di 520 kg (≈ 5101 N) e che il calo totale di tensione è stato poco meno di 180 kg (≈ 1766 N); nel caso si dovesse realizzare una teleferica con una freccia particolarmente ridotta si potrebbe decidere di aumentare il valore della tensione iniziale portandola fino a «580 kg ÷ 600 kg (≈ 5690 N ÷ ≈ 5886 N)» stabilizzando la tensione finale ad un valore di circa 420 kg (≈ 4120 N).

Lasciando praticamente invariati tutti i precedenti parametri (anche se la tensione iniziale era di poco inferiore a 500 kg (≈ 4905 N), ma portando la lunghezza del tratto di corda *bloccante paranco-attacco* (l'armo sempre costituito da un **Garda**) a 3 m, la riduzione della

tensione aumenta (*che modo contorto di esprimermi*) fino a 240 kg ($\approx 2\,354$ N) stabilizzando la tensione finale ad un valore di 260 kg ($\approx 2\,551$ N).

Presentiamo, ora, il grafico relativo al bloccaggio della portante mediante un paranco con **VMI** = 5 vincolando la portante ad un **Grigri**; la lunghezza del tratto di corda *bloccante paranco-attacco* era pari a 1 m (l'armo era costituito da un **Garda**).



[fig. 63]

Dall'analisi del grafico di [fig. 63] si evince che la tensione iniziale della corda era poco meno di 520 kg ($\approx 5\,101$ N) e che il calo totale di tensione è stato di poco meno di 240 kg ($\approx 2\,354$ N) stabilizzando la tensione finale ad un valore di 280 kg ($\approx 2\,747$ N).

Alcune considerazioni

La scelta del metodo di bloccaggio della portante è fondamentale; l'utilizzo del **MBR** con asola di bloccaggio si è rilevato più efficiente rispetto all'utilizzo del **Grigri**.

Il tratto di portante compreso fra il bloccante paranco-attacco, al momento del trasferimento del carico alla portante, deve essere il più corto possibile.

Il valore della tensione iniziale deve essere ragionevolmente elevata: «580 kg ÷ 600 kg ($\approx 5\,690$ N ÷ $\approx 5\,886$ N)».

Riprendiamo, ora, il discorso sull'angolo « β » ed analizziamo, mediante l'equazione [33] come varia il suo valore considerando la seguente situazione:

lunghezza della corda	$l_c = 50$ m
distanza di «X» dall'armo «A»	$l_x = 5$ m ÷ 45 m
forza di pre-tensione della corda	$T = 6\,000$ N (≈ 612 kg) - $3\,000$ kg (≈ 306 N)
peso del grave (speleologo/a)	$F = 834$ N (≈ 85 kg)
inclinazione della corda rispetto l'orizzontale	$\alpha = 10^\circ$

Lx (m)	T = 6 000 N	T = 3 000 N
	β°	β°
5	12,3	17,6
10	11,7	16,4
25	10,0	12,9
40	8,2	9,4
45	7,7	8,2

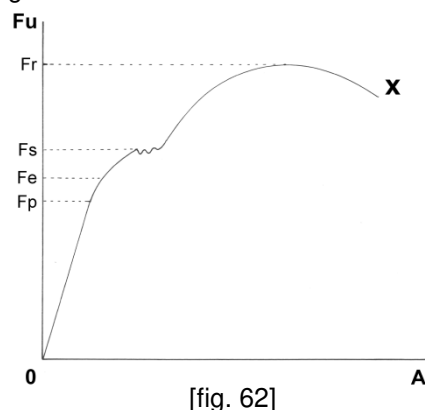
[tab. 07]

Le Appendici

Appendice «A»

La legge di Hooke

Sottoponendo, a trazione lenta, un provino metallico omogeneo, si può ottenere il diagramma *carichi-deformazioni* che, generalmente, assume l'aspetto di [fig. 62].



In un diagramma in cui in ascisse sono riportati gli allungamenti unitari «Au» e in ordinate sono riportate le tensioni unitarie «Fu», si può costruire la curva «0 X», ove si può osservare:

una tensione (carico) «Fp» che rappresenta la forza fino alla quale si ha proporzionalità fra gli sforzi unitari applicati e gli allungamenti unitari prodotti, secondo la nota legge di Hooke (vedi: *Elementi elastici in serie*, pagina 22; **Hooke** lo trovi alla fine della pagina 23).

Nel tratto «0 Fp» la curva è rettilinea e le deformazioni sono elastiche; le deformazioni, pertanto, cesseranno al cessare della tensione.

La legge di Hooke, fu formulata dallo stesso **Hooke** nel 1675, a seguito dei suoi studi sul comportamento delle molle, e fu da Lui pubblicata, nel 1678; si può riassumere nell'espressione: «**Ut tensio, sic vis**» che significa «*come l'estensione, così la forza*».

In altre parole l'allungamento « δ », prodotto, ad esempio, in una molla, è direttamente proporzionale alla forza «F» impressa:

$$F = k \cdot \delta$$

In cui: k = coefficiente elastico della molla, espresso in *newton su metro* ($N \cdot m^{-1}$).

La rappresentazione moderna della legge di Hooke fa riferimento ai concetti e di **tensione** « σ » e di **deformazione** « ε » ed è fornita, nel caso monodimensionale, dalla relazione:

$$\sigma = Y \cdot \varepsilon$$

In cui: Y = **modulo di elasticità di Young**, espresso in *newton su metro al quadrato* ($N \cdot m^{-2}$).

Consigli

Per maggiori informazioni sul modulo di Young (vedi: *Il coefficiente d'elasticità*, pagina 4; vai, però, direttamente alle ultime **Osservazioni**, pag 6).

Nella curva «0 X» si può, altresì, osservare:

una tensione (carico) al limite dell'elasticità «Fe», che delimita il tratto di curva «Fp Fe», in cui, pur non essendoci proporzionalità fra carichi e deformazioni, a cagione dell'insorgere di modificazioni plastiche, quindi permanenti, gli scostamenti dalla legge di Hooke sono così piccole da poter, in pratica, essere trascurate.

Nella curva «0 X» si può, altresì, osservare:

una tensione (carico) al limite dello snervamento «Fs» che corrisponde al punto in cui le deformazioni plastiche aumentano repentinamente d'intensità conferendo alla curva un caratteristico andamento ondulatorio dovuto al susseguirsi di rapidi aumenti di resistenza, del materiale di cui è composto il campione, e successivi cedimenti.

Nella curva «0 X» si può, altresì, osservare:

una tensione (carico) al limite della rottura «Fr» che rappresenta la massima resistenza alla trazione del campione in esame.

A questo punto nei provini composti da materiali duttili si ha la riduzione della sezione trasversale, dovuta ad un ulteriore allungamento del campione, nella quale si concentra la tensione applicata; il campione, pertanto, si allunga ulteriormente, mentre la sezione trasversale si riduce ancora, fino alla rottura in «X».

In tutti quei provini in cui, a ragione del materiale di cui sono composti, non vi è restringimento della sezione trasversale, i punti «Fr» e «X» coincidono; la rottura avviene in coincidenza del carico massimo.

Quanto detto vale, in generale, per provini composti da materiali omogenei; le corde *speleo-alpinistiche* sono, per contro, dei manufatti complessi per cui, le considerazioni e spese fino ad ora devono essere opportunamente e rivedute e rettifiche, perché possano rappresentare l'evolversi del fenomeno della trazione lenta, alla luce delle differenti caratteristiche peculiari che le contraddistinguono.

Come detto, le corde *speleo-alpinistiche* sono dei manufatti complessi, non omogenei, per cui è necessario considerarle nel loro insieme; a tal uopo non si possono più considerare le tensioni unitarie del materiale, come si era fatto precedentemente, ma è forzato utilizzare le tensioni totali.

In un diagramma in cui in ascisse sono riportati gli allungamenti unitari «Au» e in ordinate sono riportate le tensioni totali «F», si può costruire la curva «0 Xc», relative alle corde *speleo-alpinistiche*, ove si può osservare:

Il primo tratto della curva «0 Xc» non è lineare, non segue la legge di Hooke, come nel diagramma presentato in [fig. 62], ma la sua funzione $F = f(Au)$ presenta una convessità [fig. 63].

Osservazioni

La [fig. 63] è la medesima di [fig. 02], pagina 5 (vedi: *Il coefficiente d'elasticità*, pagina 4); qui la riportiamo sia per metterla a confronto con la curva di [fig. 62], cosa che non si era potuto fare in precedenza, sia per porre l'accento su alcuni aspetti che si erano precedentemente trascurati sia per non costringere il lettore a saltare da pagina 62 a pagina 5, e viceversa.

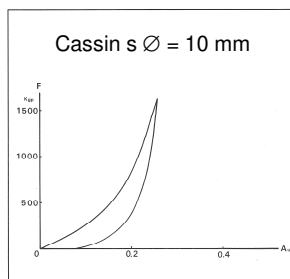
La sua pendenza è dapprima piccola, corrispondente ad un elevato valore del coefficiente d'elasticità «X», poi aumenta progressivamente fino a raggiungere il suo massimo valore, corrispondente ad un basso valore del coefficiente d'elasticità «X».

Proseguendo nell'aumentare la tensione «F», si arriverebbe allo snervamento e poi, infine, alla rottura in «Xc».

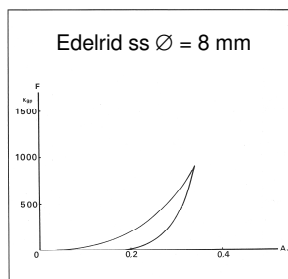
Osservazioni

Anche se la corda raggiunge il limite dello snervamento, non si hanno, in genere, indizi esteriori evidenti dei danni conseguiti; è per questo che una corda *speleo-alpinistica* che subisce una sollecitazione impulsiva, di una certa importanza, deve essere inevitabilmente scartata.

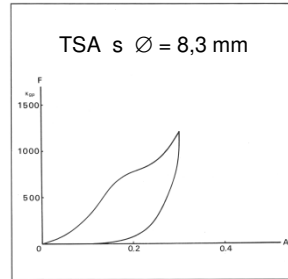
Ogni corda presenta una curva «0 Xc» diversa dalle altre, così come risulterebbe diversa, da corda a corda, sia la relativa curva di *carico-scarico* sia l'area che rappresenta l'impulso totale, pari al lavoro assorbito dalla corda durante l'allungamento (vedi: *Curve di carico-scarico*, pagina 12); in seguito alcuni esempi di curve di *carico-scarico*.



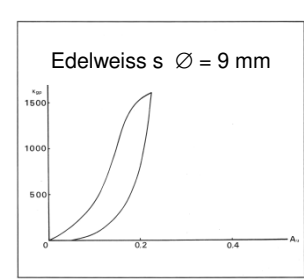
[fig. 64a]



[fig. 64b]



[fig. 64c]



[fig. 64d]

Per questo, in «viziutto» che hanno le case produttrici, di fornire il coefficiente d'elasticità, riferito, in genere, ad un peso di 80 kg (in verità forniscono l'allungamento percentuale, ma da questo si può facilmente risalire al coefficiente d'elasticità «X»), ha poca importanza pratica e può essere utilizzato soltanto per comparazioni di larga massima.

Per una migliore comprensione, pertanto, e delle caratteristiche delle corde *speleo-alpinistiche* e del loro comportamento reale, le case costruttrici dovrebbero fornire, oltre ai consueti dati, anche la curva di *carico-scarico* propria di ciascuna corda.

Conclusioni

Da quanto detto fino ad ora, risulta che una buona corda speleologica di progressione deve avere almeno le seguenti caratteristiche:

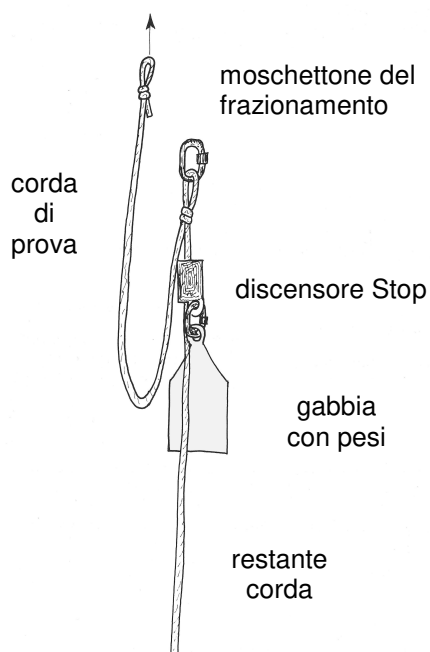
- ✓ un diametro compreso fra $\varnothing = 10$ mm e $\varnothing = 10,5$ mm.
- ✓ un coefficiente d'elasticità dinamico compreso fra $X_d = 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$ e $X_d = 1.4 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$.
- ✓ un sufficiente carico di rottura compreso fra $Fr = 2\,400$ kg e $Fr = 3\,000$ kg.
- ✓ una superficie, compresa fra la *curva di carico* e la *curva di scarico*, il più possibile ridotta (ciò vuol significare ridotte deformazioni plastiche).
- ✓ un contenuto allungamento residuo.
- ✓ una limitata riduzione della resistenza, in presenza del nodo.
- ✓ lo scorrimento *calza-anima* nullo.

Appendice «B»

Un discensore, ma anche un dissipatore

Il **Discensore Stop** della **Petzl**, può essere utilizzato anche per l'assicurazione dinamica, poiché anch'esso è adatto a dissipare energia.

alla cella dinamometrica



[sc. 03]

La prova è stata eseguita utilizzando un apparato come nello schema qui riportato [sc. 03], in cui il nodo per il collegamento della corda di prova alla cella dinamometrica è un *guida doppino sotto*, mentre il nodo per il collegamento al frazionamento è un *guida con frizione doppino sotto*.

Condizioni di prova:

lunghezza corda di prova $l_c = 2 \text{ m}$
 peso del grave $P = 76,6 \text{ kg}$ ($\approx 751,45 \text{ N}$)
 fattore di caduta $F_c = 0,2 - 0,6 - 1$

La *prima* serie di prove è stata eseguita con la corda **Edelrid ss $\varnothing = 10 \text{ mm}$** nuova, sostituita ad ogni prova; i dati sono stati riportati in [tab.07].

F_c	F_m kg	Descrizione dei risultati
0.2	330	Attrezzo intatto; è scivolato di 1 cm. Corda intatta; strizione del nodo di frazionamento.
0,6	600	Attrezzo intatto, è scivolato di 3 cm. Corda intatta; strizione del nodo di frazionamento.
1	640	Attrezzo intatto, è scivolato di 3 cm. Corda intatta; strizione completa del nodo di frazionamento.

[tab. 07]

Nella [fig. 65] è riportato il grafico, relativo a questa prima serie di prove, considerando come fattore di caduta: $F_c = 1$.

Si è, successivamente, eseguita una *seconda* serie di prove utilizzando la corda **Edelrid ss $\varnothing = 9 \text{ mm}$** nuova, sostituita ad ogni prova; i dati sono stati riportati in [tab. 08], per il solo fattore di caduta: $F_c = 1$.

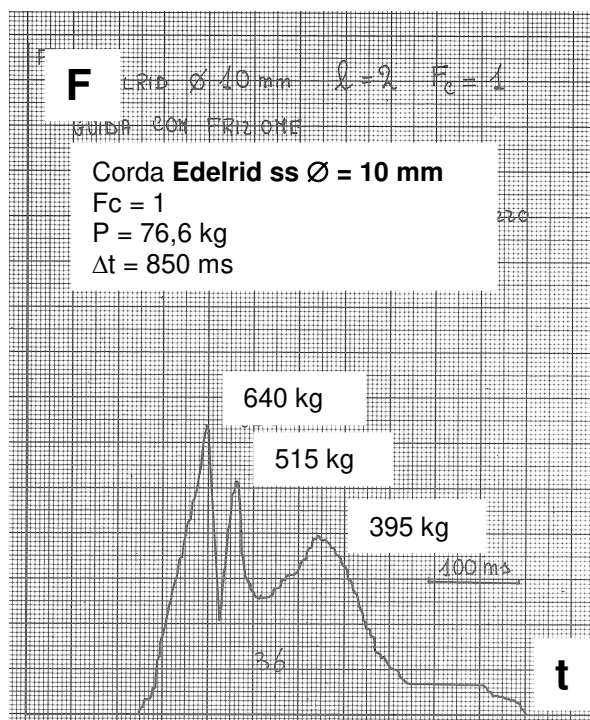
F_c	F_m kg	Descrizione dei risultati
1	480	Attrezzo intatto, è scivolato di 48 cm. Corda con calza leggermente bruciata; strizione del nodo di frazionamento.

[tab. 08]

Si è, infine, eseguita una *terza* serie di prove utilizzando la corda **Edelrid ss $\varnothing = 8 \text{ mm}$** nuova, sostituita ad ogni prova; i dati sono stati riportati in [tab. 09], per il solo fattore di caduta: $F_c = 1$.

F_c	F_m kg	Descrizione dei risultati
1	300	Attrezzo intatto, è scivolato fino a che il peso a toccato terra.

[tab. 09]



[fig. 65]

Con corde da $\varnothing = 8 \text{ mm}$, o di diametro minore, lo *stop* non solo non funziona come dissipatore, ma non è neanche un discensore sicuro da utilizzare.

Appendice «C»

Discensore «simple», con chiave di Meredith

Per curiosità, ma anche per completezza, riportiamo alcuni risultati ottenuti con il discensore *simple* della **Petzl**, su cui è stata eseguita la chiave di Meredith.

Precisazioni

Per conoscere la chiave di Meredith, ed avere informazioni in merito, (vedi: *Manualetto di Tecnica speleologica*, dello stesso Autore, pagina 10)

Condizioni di prova:

lunghezza corda di prova $l_c = 2 \text{ m}$
 peso del grave $P = 76,6 \text{ kg}$ ($\approx 751,45 \text{ N}$)
 fattore di caduta $F_c = 0,2 - 0,6 - 1$

La serie di prove è stata eseguita con la corda **Edelrid ss $\varnothing = 10 \text{ mm}$** nuova, sostituita ad ogni prova; i dati sono stati riportati in [tab.10].

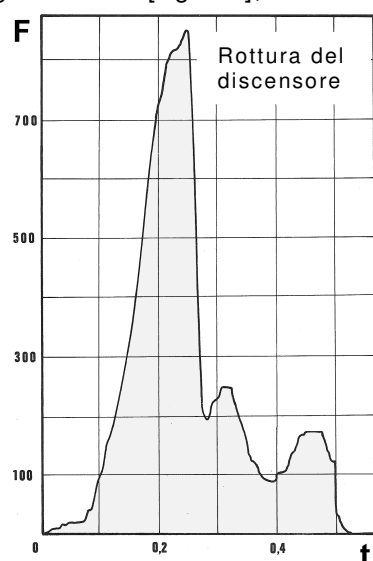
F_c	F_m kg	Descrizione dei risultati
0,2	360	Attrezzo intatto. Corda intatta; strizione del nodo di frazionamento.
0,6	540	Attrezzo intatto. Corda intatta; strizione del nodo di frazionamento.
1	780	Attrezzo intatto, scivola di qualche centimetro. Corda intatta; strizione del nodo di frazionamento.

[tab. 10]

Come si evince sia dai dati sia dalla descrizione dei risultati presenti in [tab. 10], con una corda statica da: $\varnothing = 10 \text{ mm}$, il discensore *simple* della **Petzl**, bloccato con la chiave di Meredith, si comporta abbastanza bene, limitando la forza di shock « F_m » a meno di 800 kg o, parimenti, a meno di $\approx 7\,700 \text{ N}$).

Il discorso, però, cambia al cambiare del diametro della corda; tanto più si riduce il diametro della corda tanto più l'attrezzo si deforma fino a che, con corda da: $\varnothing = 8 \text{ mm}$, il *simple* quasi si «accartoccia», implodendo su se stesso, ed, infine, cedendo.

Utilizzando, infatti, come corda statica una **Edelrid ss $\varnothing = 8 \text{ mm}$** nuova, si ottiene il diagramma di [fig. 66], in cui si evidenzia il comportamento «disastroso» del *simple*.



peso del grave $P = 76,6 \text{ kg}$ ($\approx 751,45 \text{ N}$)
 fattore di caduta $F_c = 1$

$F_{\text{rottura}} = 850 \text{ kg}$ ($\approx 8\,338 \text{ N}$)
 $t = 0,56 \text{ s}$ (560 ms)

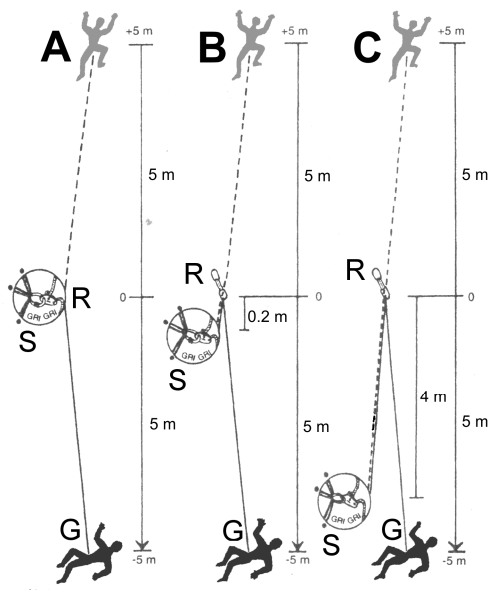
Le forze « F » sono espresse in *chilogrammi* (kg)
 I tempi « t » sono espressi in *secondi* (s)

[fig. 66]

Appendice «D»

Caduta su rinvio

Analizziamo un particolare aspetto, della caduta di un arrampicatore su rinvio, legato anche all'elasticità della corda; prendiamo, pertanto, in esame una corda dinamica non meglio precisata ed un arrampicatore anch'esso non meglio identificato [fig. 67].



[fig. 67]

Consideriamo, pertanto, le seguenti condizioni al contorno:

Coefficiente d'elasticità $X_d = 6,3 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$
 Peso del grave $P = 80 \text{ kg (784,8 N)}$

Teniamo, inoltre, presente che:

G = grave (in situazione reale, arrampicatore)
 R = moschettone di rinvio (moschettone in lega)
 S = sicura (la corda è trattenuta da un assistente)

Situazione rappresentata in «A»

Condizioni di prova»

altezza di caduta $h = 10 \text{ m}$
 lunghezza della corda $l_c = 5 \text{ m}$
 corda ancorata in «R» $R \equiv S$
 fattore di caduta $F_c = 2$
 corda bloccata sul moschettone di rinvio «R»

Con queste premesse, le forze che si generano nel sistema sono:

sull'arrampicatore «G» $F_G = 804 \text{ kg } (\approx 7887 \text{ N})$
 sul rinvio «R» $F_R = 804 \text{ kg } (\approx 7887 \text{ N})$

Precisazioni

In questa situazione, in cui la corda è ancorata direttamente al moschettone di rinvio, non compare la forza in «S», 3 394 per la semplice ragione che l'assistente non c'è.

I rinvii, in arrampicata, sono formati da due moschettoni collegati da una corta fettuccia, ma data l'esigua lunghezza e il bassissimo coefficiente d'elasticità di quest'ultima, la sua presenza (quella della fettuccia) può essere completamente trascurata.

Situazione presentata in «B»

Condizioni di prova

altezza di caduta $h = 10 \text{ m}$
 lunghezza della corda $l_c = 5 \text{ m}$
 lunghezza della corda fra «R» e «S» $l_r = 0,2 \text{ m}$
 coefficiente d'attrito sul moschettone $\mu = 2$
 fattore di caduta $F_c = h \cdot (l_c + l_r)^{-1} = 1,92$
 lunghezza equivalente tratto «R S» $l_e = l_r \cdot \mu^{-1} = 0,1$
 lunghezza totale di calcolo $l_t = l_c + l_e = 5,1 \text{ m}$
 fattore di caduta ridotto $F_{cr} = h \cdot (l_c + l_e)^{-1} = h \cdot l_t^{-1} = 1,96$
 rinvio su moschettone

Precisazioni

Il fattore di caduta ridotto «Fcr» è il fattore di caduta tenendo presente anche il tratto di corda «lr» compreso fra «R S».

la lunghezza equivalente «le» si ottiene tenendo presente l'attrito «μ» del rinvio, per cui è come se il tratto di corda «lr» fosse più corto di quanto non lo sia realmente; parimenti è come se la sua elasticità (quella del tratto di corda «lr») fosse inferiore a quella reale.

Il fattore di caduta ridotto «Fcr» si ottiene considerando «le» al posto di «lr».

Con queste premesse, le forze che si generano nel sistema sono:

sull'arrampicatore «G» $F_G = 797 \text{ kg } (\approx 7818 \text{ N})$
 sul moschettone di rinvio «R» $F_R = 1\,196 \text{ kg } (\approx 11\,733 \text{ N})$
 sulla sicura «S» $F_S = 399 \text{ kg } (\approx 3\,914 \text{ N})$

Situazione presentata in «C»

Condizioni di prova

altezza di caduta $h = 10 \text{ m}$
 lunghezza della corda $l_c = 5 \text{ m}$
 lunghezza della corda fra «R» e «S» $l_r = 4 \text{ m}$

coefficiente d'attrito sul moschettone
 fattore di caduta
 lunghezza equivalente tratto «R S»
 lunghezza totale di calcolo
 fattore di caduta ridotto
rinvio su moschettone

$$\begin{aligned}\mu &= 2 \\ F_c &= h \cdot (l_c + l_r)^{-1} = 1,11 \\ l_e &= l_r \cdot \mu^{-1} = 2 \text{ m} \\ l_t &= l_c + l_e = 7 \text{ m} \\ F_{cr} &= h \cdot (l_c + l_e)^{-1} = h \cdot l_t^{-1} = 1,43\end{aligned}$$

Con queste premesse, le forze che si generano nel sistema sono:

sull'arrampicatore «G» $F_G = 693 \text{ kg} (\approx N)$
 sul moschettone di rinvio «R» $F_R = 1\,040 \text{ kg} (\approx N)$
 sulla sicura «S» $F_S = 346 \text{ kg} (\approx N)$

Riepiloghiamo i risultati

	F_G (kg)	F_R (kg)	F_S (kg)
Situazione A (moschettone)	804	804	-
Situazione B (moschettone)	797	1 196	399
Situazione C (moschettone)	693	1 040	346

Adesso sostituiamo, e nella **Situazione B** e nella **Situazione C**, il moschettone con una carrucola; prima lo sostituiamo con una **Fix**, della Petzl, e poi con una **Turbo**, della Kong.

Considerando che alla Fix possiamo attribuirgli un coefficiente d'attrito di: $\mu = 1,4$

Otterremo i seguenti risultati

	F_G (kg)	F_R (kg)	F_S (kg)
Situazione B (Fix)	794	408	1 202
Situazione C (Fix)	660	471	1 131

Considerando che alla Turbo possiamo attribuirgli un coefficiente d'attrito di: $\mu = 1,1$

Otterremo i seguenti risultati

	F_G (kg)	F_R (kg)	F_S (kg)
Situazione B (Turbo)	791	409	1 200
Situazione C (Turbo)	634	576	1 210

Osservazioni

Nelle ultime due tabelle non si è considerata la **Situazione A** per il semplice fatto che, come già detto, in questa situazione la corda è ancorata direttamente sull'ancoraggio «R».

Riepiloghiamo i risultati per le sola **Situazione C**, aggiungendo anche i valori che si otterrebbero con una carrucola ideale « $\mu = 1$ »; gli stessi ragionamenti valgono anche per le altre «**Situazioni**».

Situazione C

	F_G (kg)	F_S (kg)	F_R (kg)
Carrucola teorica	623	623	1 246
Turbo	634	576	1 210
Fix	660	471	1 131
Moschettone	694	347	1 041

[tab. 11]

Analizzando la [tab. 11] si possono avanzare alcune considerazioni:

Prendendo in esame la colonna « F_G » ci si rende conto che meno efficiente è il rinvio (o carrucola o moschettone) maggiore è la forza che si genera sull'arrampicatore; questo perché è come se il tratto di corda «R S» fosse più corto e di conseguenza il fattore di caduta « F_c » fosse maggiore.

Prendendo in esame la colonna « F_S » ci si rende conto che meno efficiente è il rinvio (o carrucola o moschettone) minore è la forza che si trasmette all'assistente in «S»; questo perché il coefficiente d'attrito « μ » è maggiore e, pertanto, riduce di più la forza che si genera in «G».

Prendendo in esame la colonna « F_R » ci si rende conto che meno efficiente è il rinvio (o carrucola o moschettone) minore è la forza che si genera in «R».

Suggerimenti

Per e maggiori ed ulteriori informazioni sulla *caduta su rinvio*, consultare la dispensa dello stesso Autore: **Carrucole, Paranchi e Rinvii di sicurezza**, nel sito del **Centro Studi Ipogei Specus** «<http://www.csispecus.it>»; vedi in «**Didattica - Dispense**».

Appendice «E»

Effetti dell'abrasione, sulla roccia, nelle corde speleo-alpinistiche

Gli effetti dello sfregamento di una corda sulla roccia si concentrano esclusivamente sulla calza; nel caso potessero coinvolgere anche l'anima, ciò significherebbe che la calza sarebbe ormai irrimediabilmente danneggiata, come, parimenti, lo sarebbe l'intera corda.

Osservazioni

Ricordiamoci che la calza non è soltanto un elemento di *protezione*, ma partecipa per circa un terzo alla resistenza dell'intera corda.

Nella corretta progressione in grotta, la corda non dovrebbe mai sfregare sulla roccia, ma in qualche *rara* situazione ciò, purtroppo, avviene.

Sia nel caso la corda non risulti caricata sia nel caso la corda, anche caricata, non presenti alcun movimento oscillatorio, il danneggiamento della calza è completamente trascurabile, salvo che nel punto «R» la roccia non presenti uno spigolo e vivo e tagliente.

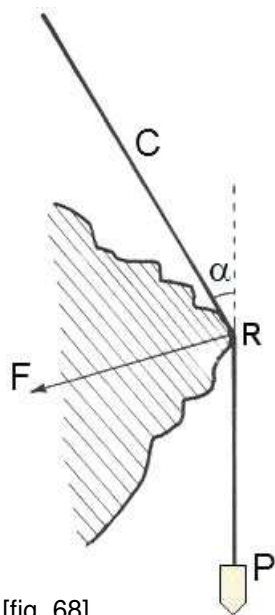
La situazione deve essere tenuta in debita considerazione quando la corda, gravata da un carico, è contemporaneamente sottoposta ad un movimento oscillatorio, a contatto con le asperità della roccia.

Questa situazione può verificarsi sia nel caso di una risalita (ogni pedalata normale genera un'oscillazione, figuriamoci una pedalata violenta) sia nel caso di una discesa (una discesa non fluida provoca delle oscillazioni) su una corda non opportunamente frazionata.

Consideriamo una situazione come in [fig. 68] in cui la corda «C», gravata dal peso «P», sfrega sulla superficie «S» della roccia in «R», formando un angolo «α» con la verticale.

Possiamo affermare che la corda preme, sulla superficie «S» in «R» con una forza «F» che è funzione e del peso «P» e dell'angolo «α»; la pressione «D» (*druck* in tedesco), sulla superficie di contatto «S» corda-roccia, è fornita dall'equazione approssimata:

[fig. 68]



$$D = \frac{2 \cdot P \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{s} \quad [\text{N} \cdot \text{m}^{-2}] \quad [33]$$

Da semplici deduzioni, possiamo ritenere che il deterioramento della corda, dovuto allo sfregamento sulla superficie di contatto «S» in «R», dipenda dal valore della pressione «D»; mentre dalla [33] si evincerebbe che, a parità di ogni altra condizione, la corda resterà tanto più lesionata quanto maggiore sarà il peso «P», quanto maggiore sarà l'ampiezza dell'angolo «α», quanto minore sarà la superficie di contatto «S».

Dalle precedenti osservazioni sembrerebbe evidente che per ridurre gli eventuali danni alla corda, oltre a cercare di ridurre l'angolo «α», fermo restando il peso «P», si dovrebbe cercare di aumentare la superficie di contatto corda-roccia; quest'ultima affermazione, però, necessita di una più approfondita analisi.

Questo perché si potrebbe ritenere che, sia quanto più estesa è la superficie di contatto corda-roccia sia quanto più ampie siano le oscillazioni, il lavoro, e, quindi, anche l'eventuale danno, si spalmi sia su una più vasta zona della roccia sia su una maggiore lunghezza della corda e, pertanto, la *potenza distruttiva* risulti conseguentemente attenuata.

Per valutare compiutamente il problema si devono, per contro, prendere in esame altri aspetti: la consistenza e la scabrosità della roccia (nel punto di contatto con la corda), l'ampiezza delle oscillazioni, l'orditura della calza della corda.

Se la roccia non possedesse alcuna asperità e la calza della corda non possedesse alcuna discontinuità, allora, forse, sarebbe corretto affermare che: *tanto più ampia è la superficie di contatto corda-roccia tanto più ampie sono le oscillazioni, tanto minori sono le lesioni inflitte alla corda.*

La calza della corda, per contro, inizia a lesionarsi quando uno dei suoi fili elementari si rompe, agganciandosi ad una microasperità della roccia, e la lesione si espande maggiormente ogni volta che altri fili elementari si rompono su altrettante microsporgenze.

Il fenomeno, pertanto, assume aspetti probabilistici; tanto maggiori sono le possibilità del verificarsi dell'evento tanto maggiore sarà il danneggiamento della calza.

La probabilità che avvenga una prima rottura cresce con l'aumentare e del numero della microasperità, che possono entrare a contatto con la corda, e della lunghezza di corda, interessata al fenomeno e, pertanto, la probabilità che la corda si danneggi cresce con l'aumentare sia della superficie di contatto «S» corda-roccia sia dell'ampiezza delle oscillazioni; dipende, inoltre, sia dall'orditura della calza sia e dal tipo e dal diametro dei fili elementari.

In ultima analisi si ha che le piccole oscillazioni danneggiano meno la corda rispetto alle grandi oscillazioni; parimenti se la corda tocca la roccia a due metri dall'armo, o dal frazionamento, sempre in assenza di spigoli vivi, essa subisce una minore lesione che se toccasse la roccia a venti metri dall'armo.

Questo perché a venti metri dall'armo, il maggiore coefficiente d'elasticità relativo totale «Xrt» (vedi: *Elementi elastici in serie*, pagina 22) è maggiore che non a soli due metri e, pertanto, induce, nella corda, oscillazioni più ampie rispetto a quelle che si avrebbero ad una distanza minore dall'armo.

Facendo oscillare ciclicamente una corda alla quale è appeso un grave di peso «P = 75 kg», su uno spigolo come in [fig. 67], si sono ottenuti i seguenti risultati.

Tipo di fibra	Numero di cicli per produrre la rottura	
	Corde asciutte	Corde bagnate
Nylon	380	234
Polipropilene	55	140

Teniamo però presente che, a seconda delle scabrosità presenti, e considerando la possibilità di movimenti trasversali della corda, i valori qui indicati possono ridursi alquanto.

Appendice «F»

Diametro efficace

La corda, come già sappiamo, è un manufatto complesso; se la sezioniamo di netto possiamo esaminare la sua superficie trasversale composta e dalla calza e dai trefoli, costituiti a loro volta dagli stoppini, costituiti a loro volte dai filamenti elementari con una sezione mediamente «di 28 μm », ma possiamo scorgere fra essi anche dei vuoti.

La **sezione trasversale** «S» di una corda è, in effetti, una *superficie apparente* poiché non corrisponde al valore effettivo a cagione degli spazi vuoti fra ed i fili elementari ed i trefoli e la calza; non può essere utilizzata, pertanto, per calcolare lo sforzo « σ ».

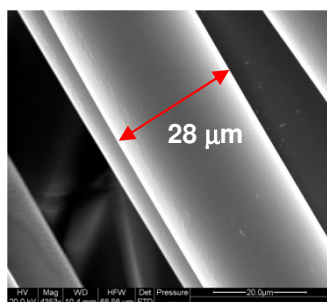
Si deve ricercare, pertanto, quell'equazione che fornisca la **superficie trasversale efficace** «Sa» che corrisponde al valore pari alla somma delle superfici trasversali di tutti i filamenti elementari che costituiscono una corda e solo di queste, ignorando i vuoti; questa superficie può essere utilizzata per calcolare lo sforzo « σ » della corda intesa come una barra omogenea di sezione «Se».

Caratteristiche di alcune fibre elementari (polimeri)

Densità $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$		Temperatura di fusione $^{\circ}\text{C}$		Tenacità $\text{N} \cdot \text{tex}^{-1}$		Sforzo alla rottura $\text{N} \cdot \text{mm}^{-2} = \text{MPa}$	
D _e Nylon 6	1,14	T _f Nylon 6	218	T _e Nylon 6	0,47	σ Nylon 6	536
D _e Nylon 6.6	1,14	T _f Nylon 6.6	260	T _e Nylon 6.6	0,64	σ Nylon 6.6	900
D _e Kewlar	1,45	T _f Kewlar	500	T _e Kewlar	2,03	σ Kewlar	2900
D _e Dyneema	0,97	T _f Dyneema	140	T _e Dyneema	2,80	σ Dyneema	3000

Allungamento alla rottura %		Modulo di Young Rigidezza GPa		Lavoro alla rottura $\text{mN} \cdot \text{tex}^{-1}$	
D _e Nylon 6	26	E _y Nylon 6	2,6	L _r Nylon 6	76
D _e Nylon 6.6	16	E _y Nylon 6.6	8,0	L _r Nylon 6.6	80
D _e Kewlar	3,6	E _y Kewlar	72	L _r Kewlar	35
D _e Dyneema	3,5	E _y Dyneema	142	L _r Dyneema	55

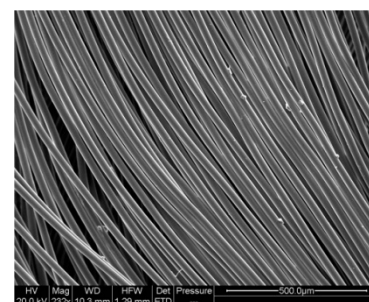
In cui: tex = densità lineare, espressa in $\text{g} \cdot \text{km}^{-1}$.



Filo elementare

Dalle lezioni di:
Francesco salvatori

Fascio di fili elementari
e spazi vuoti



Considerando lo sforzo specifico alla rottura « σ_{sr} » pari a:

$$\sigma_{sr} = \frac{F_r}{\rho \cdot S_e} = T \text{ (tenacità)}$$

In cui: T = tenacità espressa in « $\text{N} \cdot \text{tex}^{-1}$ ».

e sapendo che $S_e = \pi \cdot \left(\frac{d_e}{2}\right)^2$ possiamo scrivere: $\sigma_{sr} = \frac{F_r}{\rho \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_e}{2}\right)^2} = \frac{4 \cdot F_r}{\rho \cdot \pi \cdot d_e^2}$

Da cui possiamo ricavare il **diametro efficace** « d_e ».

$$: d_e^2 = \frac{4 \cdot F_r}{\sigma_{sr} \cdot \rho \cdot \pi} \text{ ed infine:}$$

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{F_r}{\pi \cdot T \cdot \rho}}$$

In cui: d_e = diametro efficace espresso in «mm» - g = accelerazione di gravità di «9,81» espressa in « $m \cdot s^{-1}$ » - F_r = carico di rottura senza nodi espresso in *newton* «N» - T = tenacità espressa in « $N \cdot tex^{-1}$ » - ρ = densità espressa in « $g \cdot cm^{-3}$ ».

Modificando leggermente la formula per esprimere la forza « F_r » in *newton* «N», si ha.

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot m^{-3} \cdot F_r}{\pi \cdot T \cdot \rho}}$$

Osservazioni

Si è inserito « $g \cdot m^{-3}$ » per esprimere l'accelerazione di gravità in: $mm \cdot s^{-2}$.

Considerando i dati presenti nel libro giallo.

Corda **Edelrid SS Ø = 10 mm** (nylon 6).

Nuova, asciutta, (13 trefoli) F_r corda = 26 634,15 N

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{9,81 \cdot m^{-3} \cdot 2\,715}{\pi \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{26\,634,15 \cdot 10^{-3}}{3,1416 \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 7,96 \text{ mm} \Rightarrow 8,0 \text{ mm}$$

In cui:

d_e = diametro efficace = 7,96 mm

g = accelerazione di gravità = 9,81 $m \cdot s^{-2}$

F_r = carico a rottura senza nodi = 2 715 kg (26 634,15 N)

T = tenacità = 0,47 $N \cdot tex^{-1}$

ρ = densità = 1,14 $g \cdot cm^{-3}$

Corda **Beal Antipodes S Ø = 10 mm** (nylon 6).

Nuova asciutta, (12 trefoli) F_r corda = 23 494,95 N

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{9,81 \cdot m^{-3} \cdot 2\,395}{\pi \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{23\,494,95 \cdot 10^{-3}}{3,1416 \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 7,47 \text{ mm} \Rightarrow 7,5 \text{ mm}$$

Da cui si può osservare che due corde, ambedue del diametro nominale di Ø = 10 mm, possono avere dei diametri efficaci « d_e » differenti.

Corda **Cavalieri Cave Explorer Ø = 10,6 mm** (nylon 6.6)

Nuova, asciutta, (16 trefoli) F_r corda = 32 804,64 N

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{9,81 \cdot m^{-3} \cdot 3\,344}{3,1416 \cdot 0,64 \cdot 1,14}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{32\,804,64 \cdot 10^{-3}}{3,1416 \cdot 0,64 \cdot 1,14}} = 7,57 \text{ mm} \Rightarrow 7,6 \text{ mm}$$

Da cui si può osservare come, per quest'ultima corda, nonostante il diametro nominale sia maggiore delle precedenti due, il suo diametro efficace risulta inferiore a quello della Edelrid SS Ø = 10 mm.

Corda semistatica **Corda's Dana Ø = 10 mm** (nylon 6)

Non sono riuscito a reperire il numero dei trefoli.

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{9,81 \cdot m^{-3} \cdot 2\,780}{\pi \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{27\,271,8 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 8,05 \text{ mm}$$

Corda **Courant Ultima** nuova Ø = 10 mm (nylon 6)

Non sono riuscito a reperire il numero dei trefoli.

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{9,81 \cdot m^{-3} \cdot 3\,030}{\pi \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{29\,724,3 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 8,40 \text{ mm}$$

Corda semistatica **Cavalieri** nuova Ø = 10,6 mm (nylon 6.6)

Non sono riuscito a reperire il numero dei trefoli.

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{9,81 \cdot m^{-3} \cdot 3\,106}{\pi \cdot 0,67 \cdot 1,14}} = 7,13 \text{ mm}$$

La **Cavalieri Ø = 10,6 mm** è l'unica corda, fra tutte quelle esaminate, nella quale si è utilizzato il nylon 6.6.

Per il **nylon 6** si può, forse, semplificare la formula constatando che:

$$2 \cdot \sqrt{\frac{10^{-3}}{3,1416 \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 0,048\,748 \text{ mm} \cdot (\sqrt{N})^{-1}$$

Pertanto, il diametro efficace della corda **Edelrid SS Ø = 10 mm**, diverrebbe:

$$d_e = 0,048\,748 \cdot \sqrt{26\,634,15} = 7,955\,6 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow 8,0 \text{ mm}$$

Per il **nylon 6.6** risulta:

$$2 \cdot \sqrt{\frac{10^{-3}}{3,1416 \cdot 0,64 \cdot 1,14}} = 0,041\,775 \text{ mm} \cdot (\sqrt{N})^{-1}$$

Per quanto riguarda i cordini e in kevlar e in dyneema si calcola il diametro efficace della sola anima indicando comunque, per completezza, lo spessore della calza.

Cordino **Courant Ø = 5,5 mm** (kevlar)

Nuovo, asciutto, (1 trefolo) Fr trefolo = 17 196,93 N

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{17\,196,93 \cdot 10^{-3}}{3,1416 \cdot 2,03 \cdot 1,45}} = 2,73 \text{ mm} \quad \Rightarrow 2,7 \text{ mm diametro anima} + 0,8 \text{ mm spessore calza}$$

Per il **kevlar** risulta:

$$2 \cdot \sqrt{\frac{10^{-3}}{3,1416 \cdot 2,03 \cdot 1,45}} = 0,020\,798 \text{ mm} \cdot (\sqrt{N})^{-1}$$

Cordino **Monteisola Ø = 5,5 mm** (dyneema)

Nuovo, asciutto, (1 trefolo) Fr trefolo = 10 889,10 N

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{10\,889,10 \cdot 10^{-3}}{3,1416 \cdot 2,8 \cdot 0,97}} = 2,26 \text{ mm} \quad \Rightarrow 2,3 \text{ mm diametro anima} + 1,0 \text{ spessore calza}$$

Per il **dyneema** risulta:

$$2 \cdot \sqrt{\frac{10^{-3}}{3,1416 \cdot 2,8 \cdot 0,97}} = 0,021\,652 \text{ mm} \cdot (\sqrt{N})^{-1}$$

Appendice «G»

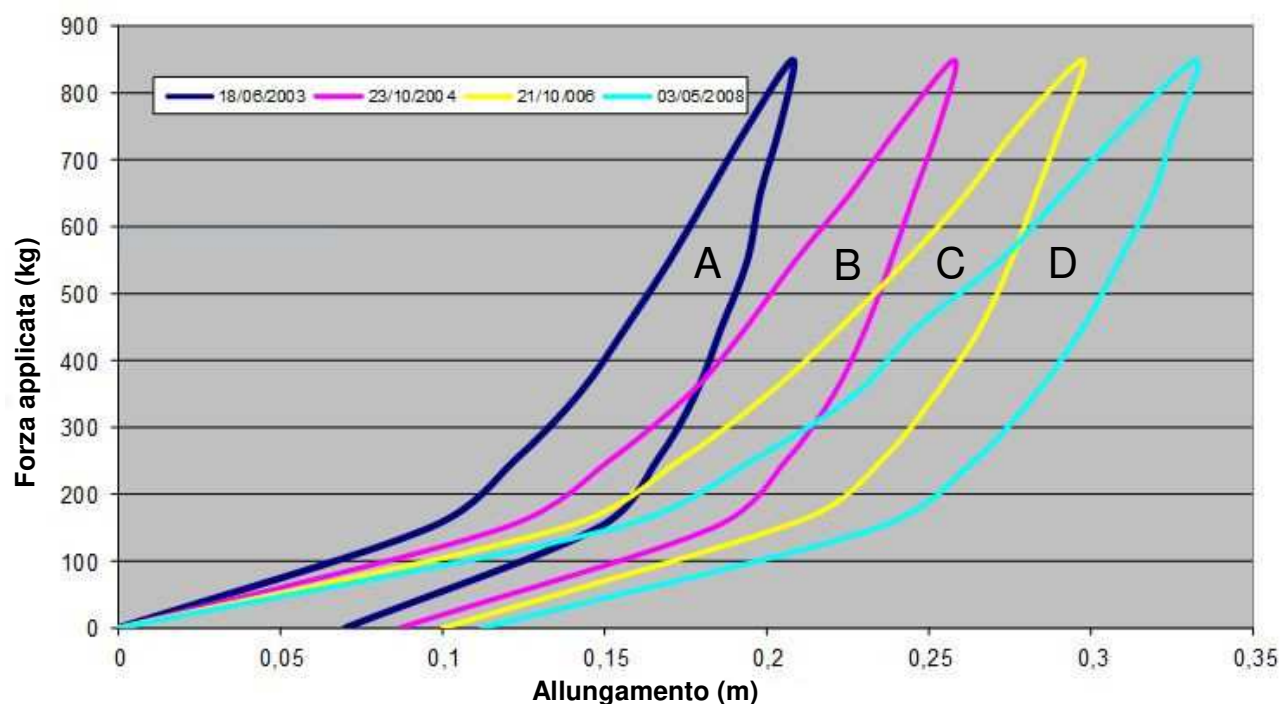
Effetti dell'idrolisi

Rientrano sotto il generico nome di **idrolisi** (si pronuncia "idròlisi" o anche "idrolìsi", dal greco ὕδωρ, *acqua*, e λύω, *sciogliere*) diverse reazioni chimiche in cui le molecole sono scisse in due o più parti per effetto dell'acqua e può talvolta essere considerata come la reazione inversa della reazione di condensazione; l'idrolisi è un particolare tipo di solvolisi in cui l'acqua svolge il ruolo di solvente o, più semplicemente, è la scissione di un composto chimico operata dall'acqua.

Di seguito si presentano le analisi compiute su tre corde semistatiche tenute per circa cinque anni (dal 18/06/2003 al 03/05/2008) nella grotta attiva, molto bagnata, di **Chiocchio** nella località di **Fosso dell'Andreone** in comune di **Spoletto** (Umbria) che si apre alla quota di 705 slm ed è profonda 514 m.

I vari spezzoni, prelevati sempre dalla medesima corda che continuava ad essere mantenuta all'interno della grotta, sono stati sottoposti, nel tempo, ciascuno ad una trazione lenta fino a raggiungere una determinata tensione; successivamente si è progressivamente ridotta la tensione fino ad annullarla.

Curva di carico/scarico
Corda Marbach nuova $\varnothing = 8$ mm

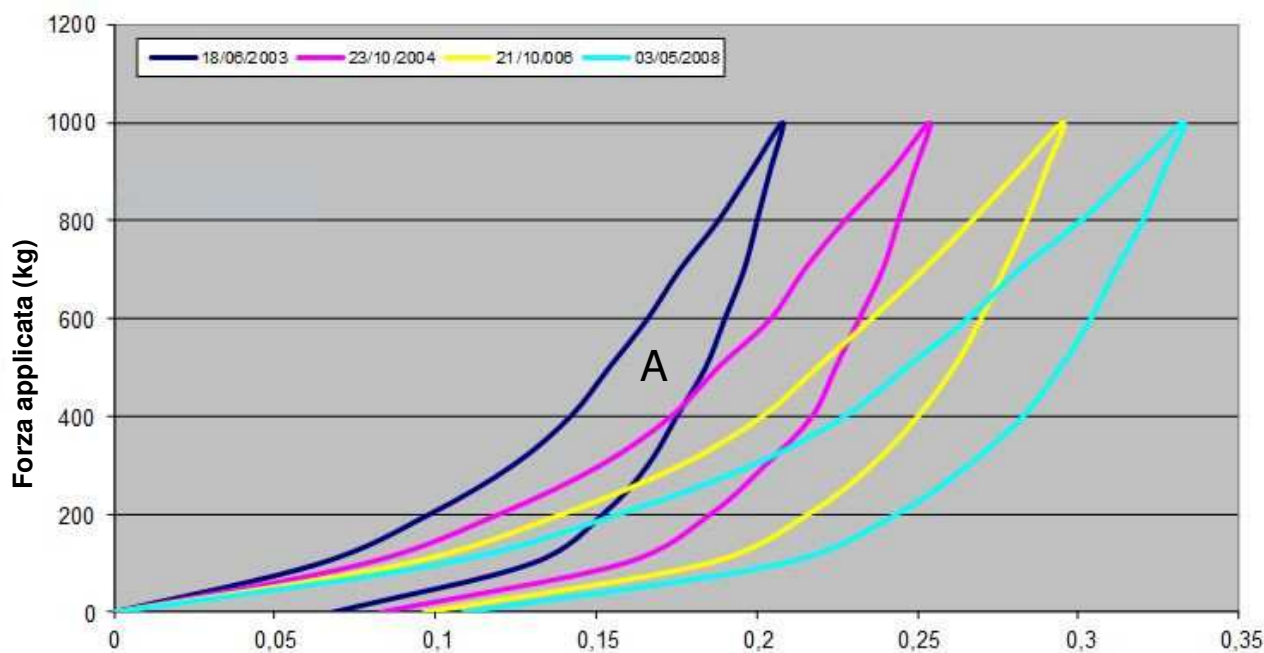


Dall'esame del diagramma si evince che tutti gli spezzoni $\varnothing = 8$ mm sono stati sottoposti ad una trazione di «850 kg» ($\approx 8\,338$ N).

La curva «A» è stata ottenuta dal campione prelevato il 18/08/2003, giorno in cui è iniziato l'esperimento; deve essere, pertanto, considerata come curva tipo a cui comparare tutte le altre.

Dall'analisi delle curve e «B», campione e recuperato e testato il 23/10/2004, e «C», campione e recuperato e testato il 21/10/2006, e «D», campione e recuperato e testato il 03/05/2008, si evince che, nel tempo, la corda è diventata più cedevole; questa elasticità aggiunta è dovuta, però, al suo deterioramento.

Curva di carico/scarico
Corda Marbach nuova $\varnothing = 9$ mm

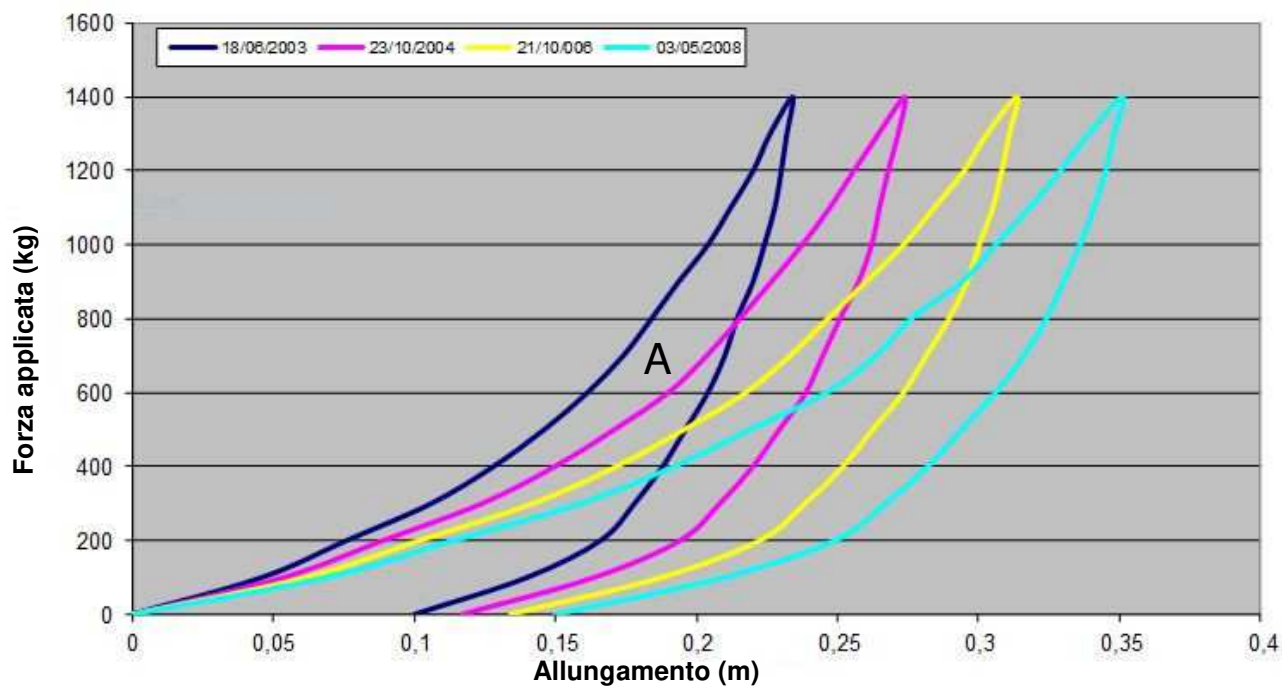


Dall'esame del diagramma si evince che tutti gli spezzoni $\varnothing = 9$ mm sono stati sottoposti ad una trazione di «1 000 kg» ($\approx 9\,810$ N).

Anche in questo caso, la curva «A» è stata ottenuta dal campione prelevato il 18/08/2003, giorno in cui è iniziato l'esperimento; deve essere, pertanto, considerata come curva tipo a cui comparare tutte le altre.

Per i risultati ottenuti su gli altri spezzono valgono e i medesimi risultati e le medesime osservazioni.

Curva di carico/scarico
Corda Marbach nuova $\varnothing = 10$ mm

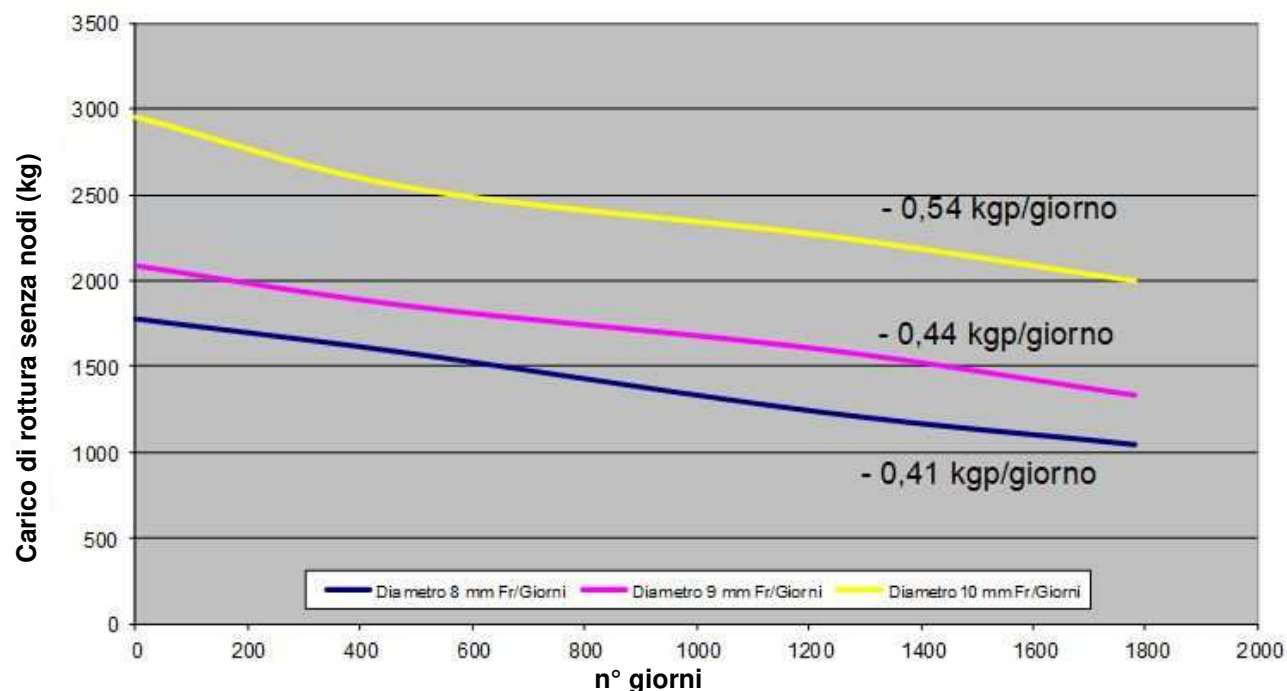


Dall'esame del diagramma si evince che tutti gli spezzoni $\varnothing = 8$ mm sono stati sottoposti ad una trazione di «1 400 kg» ($\approx 13\,734$ N).

Anche in questo caso, la curva «A» è stata ottenuta dal campione prelevato il 18/08/2003, giorno in cui è iniziato l'esperimento; deve essere, pertanto, considerata come curva tipo a cui comparare tutte le altre.

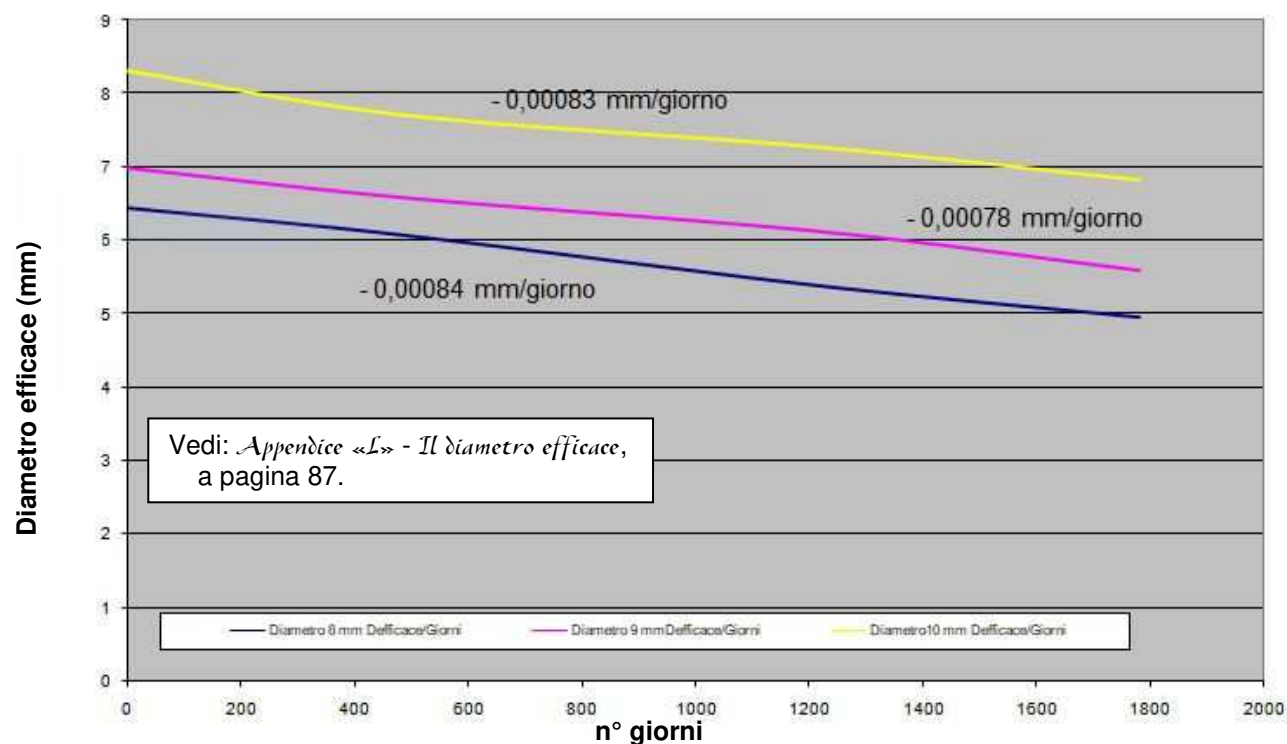
Per i risultati ottenuti su gli altri spezzoni valgono e i medesimi risultati e le medesime osservazioni.

Carico di rottura senza nodi



Spezzoni recuperati sempre dalle stesse corde, e sempre nelle stesse date, sono stati testati per verificare il loro carico di rottura.

Diametro efficace

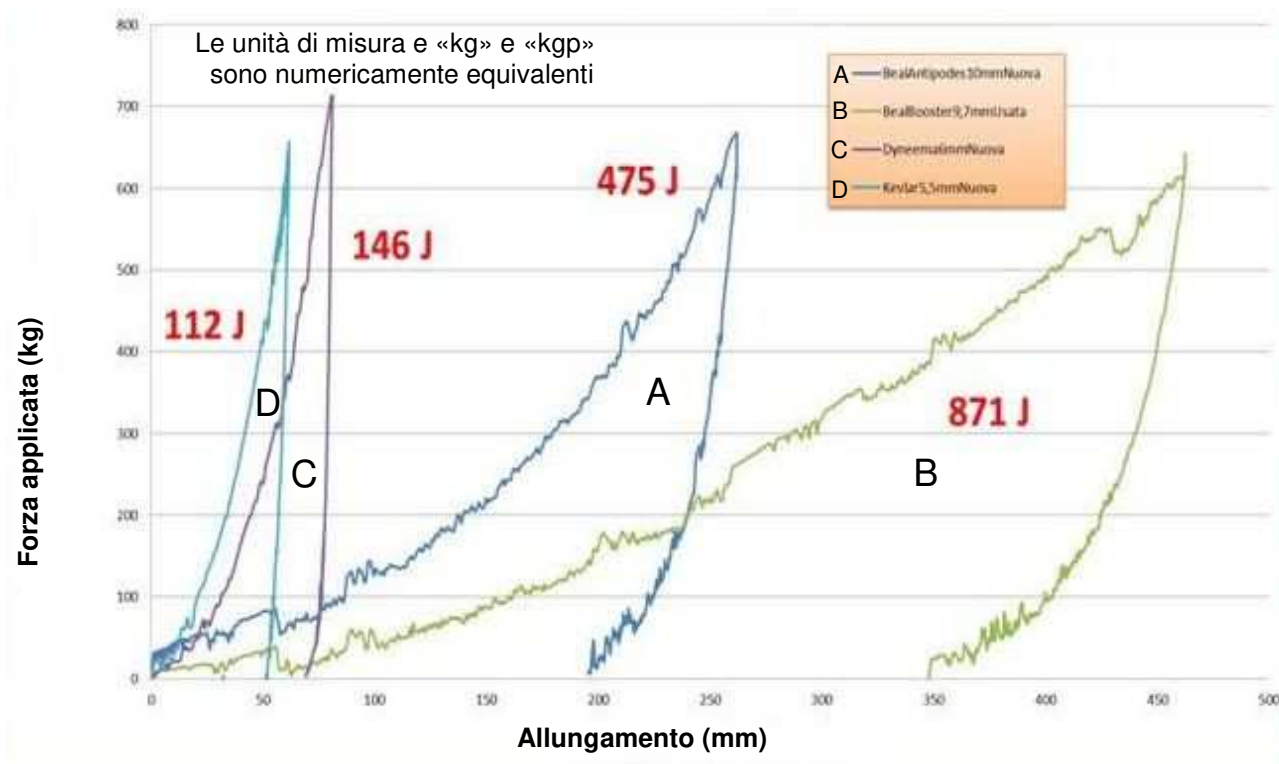


Sempre su spezzoni recuperati sempre dalle stesse corde, e sempre nelle stesse date, si è calcolato il diametro efficace con la formula indicata in Appendice «F» - Diametro efficace, a pagina 75.

Appendice «H»

Curve di Carico/Scarico

Trazione quasi statica senza rottura



Nello schema soprastante sono riportate le curve di carico/scarico di alcune corde nuove, tensionate fino ad un certo valore, indicando per ciascuna il lavoro irreversibile.

A) la **Beal Antipodes** Ø = 10 mm è stata *tensionata* a circa «670 kg» (≈6 573 N) producendo un allungamento residuo (deformazioni plastiche) di circa «196 mm».

B) la **Beal Booster** Ø 9,7 mm è stata *tensionata* a circa «643 kg» (≈6 308 N) producendo un allungamento residuo (deformazioni plastiche) di circa «347 mm».

C) la **Dyneema** Ø = 6 mm è stata *tensionata* a circa «715 kg» (≈7 014 N) producendo un allungamento residuo (deformazioni plastiche) di circa «69 mm».

D) la **Kevlar** Ø = 5,5 mm è stata *tensionata* a circa «660 kg» (≈6 475 N) producendo un allungamento residuo (deformazioni plastiche) di circa «52 mm».

Osservazioni

Si sono indicati i soli valori non esplicitati nello schema.

Nello schema sottostante sono riportate le curve di carico/scarico di alcune corde, *tensionate* fino a rottura, indicando per ciascuna e la forza applicata ed il lavoro compiuto dalla sollecitazione.

A) la **Beal Antipodes** Ø = 10 mm nuova, ha evidenziato un allungamento alla rottura di circa «306 mm».

B) la **Beal Antipodes** Ø = 10 mm usata, ha evidenziato un allungamento alla rottura di circa «486 mm».

C) la **Beal Booster** Ø 9,7 mm usata, ha evidenziato un allungamento alla rottura di circa «597 mm».

D) la **Dyneema** Ø = 6 mm nuova, ha evidenziato un allungamento alla rottura di circa «132 mm».

E) la **Kevlar** Ø = 5,5 mm nuova, ha evidenziato un allungamento alla rottura di circa «107 mm».

Osservazioni

Si sono indicati i soli valori non esplicitati nello schema.

Trazione quasi statica alla rottura



Appendice «I»

Sulle sollecitazioni prodotte dalla progressione su corda

Premessa

Nella normale progressione in corda lo/la speleologo/a provoca delle sollecitazioni che vanno ad aggiungersi al proprio peso.

Il principio di d'Alembert

Il **principio di d'Alembert**, dal nome del matematico e fisico ed astronomo e filosofo francese **Jean-Baptiste Le Rond d'Alembert** (1717 – 1783) è un'estensione del principio dei lavori virtuali ed afferma: *Nel moto di un qualsiasi sistema, le forze direttamente applicate «Fe» (forze esterne) e le forze d'inerzia «Fi» volte in senso contrario (con segno negativo) compatibilmente ai vincoli del sistema sono in ogni istante, in equilibrio.*

Il secondo principio della dinamica

Nei **Philosophiae Naturalis Principia Mathematica** il matematico e fisico e ed astronomo e filosofo naturale e teologo e alchimista inglese **Isaac Newton** (1642 – 1726) ha enunciato la **Lex II** nei seguenti termini: «*Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.*» (il cambiamento di moto è proporzionale alla forza motrice risultante applicata, ed avviene lungo la linea retta secondo la quale la forza stessa è stata esercitata.).

In termini matematici, il **secondo principio della dinamica**, detto anche *principio di proporzionalità* o *principio di conservazione*, afferma che:

$$F_e = m \cdot a \Leftrightarrow F_e - m \cdot a = 0$$

In cui: F_i = forza esterna – m = massa inerziale – a = accelerazione.

Chiamando *forze d'inerzia* « F_i » il prodotto della massa inerziale « m » per la sua *accelerazione totale* « $-a$ », che ha valore negativo poiché essa si oppone al moto impresso; si può, pertanto, affermare che la somma della risultante di queste forze e della risultante delle forze esterne agenti deve essere in ogni istante nulla.

Newton prosegue affermando: «*Si vis aliqua motum quemvis generet; dupla duplum, tripla triplum generabit, sive simul et semel, sive gradatim et successivè impressa fuerit. Et hic motus (quoniam in eandem semper plagam cum vi generatrice determinatur) si corpus anteamovebatur, motui ejus vel conspiranti additur, vel contrario subducitur, vel obliquo obliquè adjicitur, et cum eo secundum utrumque determinationem componitur.*» (Posto che una qualche forza generi un movimento qualsiasi, una forza doppia ne produrrà uno doppio, e una tripla uno triplo, sia che sia impressa istantaneamente, sia gradatamente ed in tempi successivi. E questo moto (poiché è sempre determinato lungo lo stesso piano della forza generatrice) se è concorde e se il corpo era già mosso, viene aggiunto al moto di quello; sottratto se contrario, oppure aggiunto solo obliquamente se obliquo, e si compone con esso secondo la determinazione di entrambi.).

In termini più moderni: *Se su un corpo agisce o una forza o un sistema di forze, la forza risultante applicata al corpo possiede direzione e verso della sua accelerazione e, in modulo, è direttamente proporzionale al modulo la sua accelerazione.*

La costante di proporzionalità tra queste due grandezze è la **massa** (detta appunto inerziale), grandezza specifica di ciascun corpo.

Dal **principio di d'Alembert** si evince, in ultima analisi, che l'accelerazione « a » (grandezza vettoriale che rappresenta la variazione della velocità nell'unità di tempo; in termini differenziali, è pari alla derivata rispetto al tempo del vettore velocità) e si manifesta, appunto, quando si ha una variazione della velocità della massa « m ».

Se l'accelerazione varia lentamente, produce un'aggiunta di forza minimo; se l'accelerazione varia bruscamente la forza « F_i » che si aggiunge al peso « P » è molto rilevante.

Indichiamo, per completezza, anche gli altri due principi della dinamica.

Il primo principio della dinamica

Nei **Principia**, **Isaac Newton** ha enunciato la **Lex I** nei seguenti termini: «*Corpus omne perseverare in flatu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus à vi-*

ribus impressis cogitur flatum illum mutare.» (Ciascun corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, salvo che sia costretto a mutare quello stato da forze applicate ad esso.).

Il **primo principio della dinamica** è detto anche: **principio d'inerzia**.

Il terzo principio della dinamica

Nei **Principia**, Isaac Newton ha enunciato la **Lex III** nei seguenti termini: «Actioni contrariam semper et equalem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi.» (L'azione è sempre uguale e opposta alla reazione: le azioni dei due corpi sono vicendevolmente in direzioni uguali e opposte.).

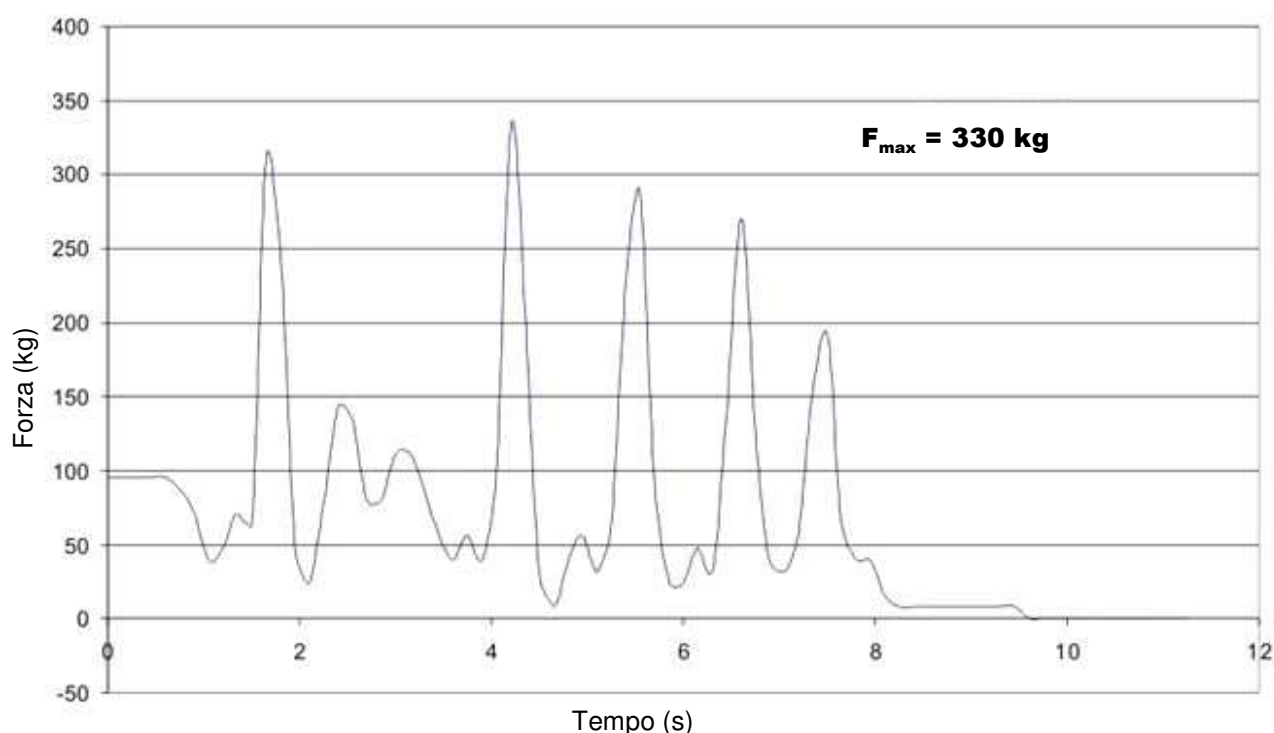
In termini matematici il **terzo principio della dinamica** può essere riassunto come:

$$F_{AB} = -F_{BA}$$

Il **terzo principio della dinamica** è detto anche: **principio di azione-reazione**.

Analizziamo i grafici che seguono, ottenuti il 2 luglio 2010 nella torre del **CRASC** a **Costacciaro**, che mettono in evidenza il variare nel tempo della forza «F», applicata alla corda di progressione della lunghezza di «8 m»..

Discesa normale di uno/a speleologo/a del peso di 95 kg



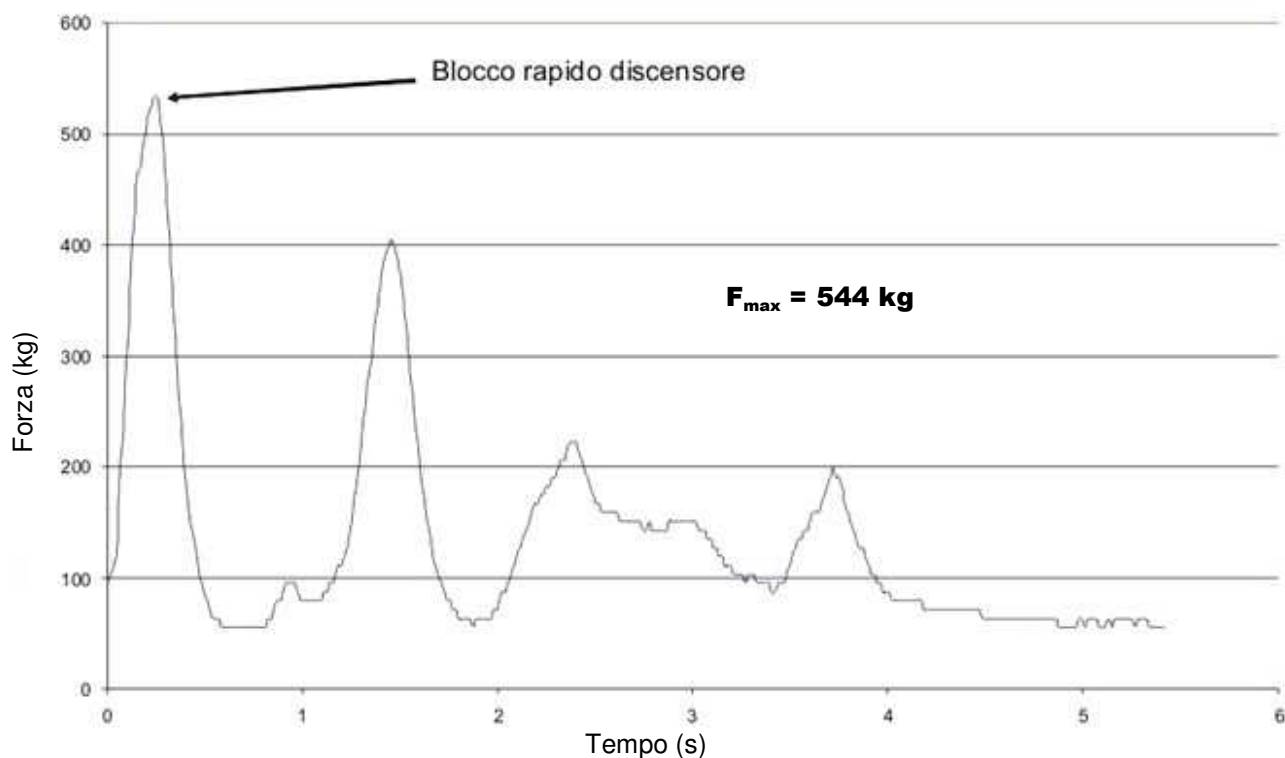
In discesa, nella torre del **CRASC** di Costacciaro, una persona di «95 kg» che scende con criteri di tutta normalità, nei momenti di freno con il discensore può arrivare a *pesare* ben «330 kg», valore ben più alto di quello prodotto dalla risalita contemporanea di due persone (vedi diagramma: **Salita di due speleologi/ghe contemporaneamente del peso totale di 175 kg**, a pagina 85).

Da notare l'andamento dei picchi più elevati nella loro successione; lo/a speleologo/a, scendendo si trova sempre più corda fra lui/lei e l'armo per cui aumenta l'elasticità totale del sistema e, pertanto, l'intensità della forza che si genera nei momenti di freno va, via via, riducendosi.

L'andamento irregolare, i picchi sotto i «150 kg», è dovuto allo scorrimento non omogeneo della corda e nel rinvio e nel discensore.

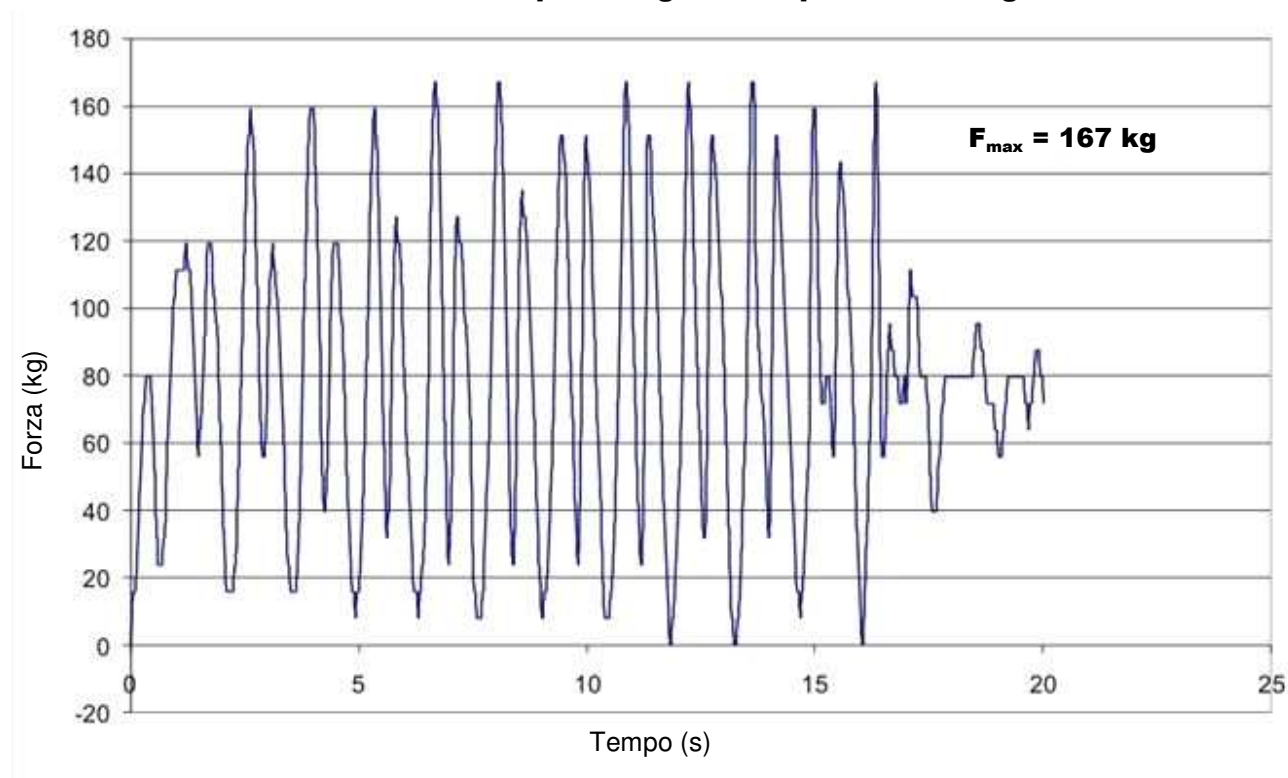
**Per non spezzare il diagramma che segue,
sono passato direttamente all'altra pagina.**

Discesa veloce di uno/a speleologo/a del peso di 95 kg



Se lo/la speleologo/gha di «95 kg» discende velocemente, dando una brusca frenata dopo «6 m» di *caduta*, la forza massima « $F_{\max}$ » può arrivare anche a ben «544 kg» (i picchi successivi sono solo l'effetto dei rimbalzi del corpo dopo la brusca frenata).

Salita di un/a speleologo/a del peso di 80 kg

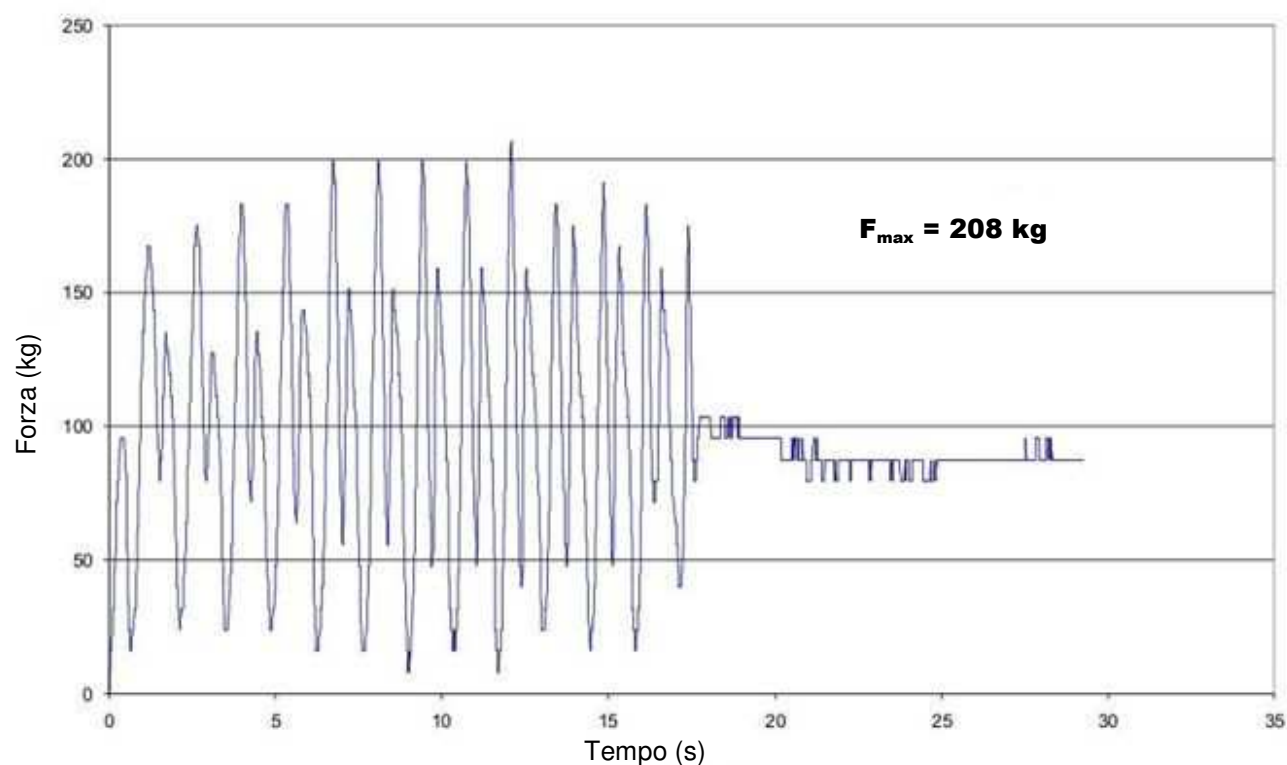


Uno/a speleologo/gha, di «80 kg», inseriti i bloccanti nella corda al tempo zero, si è messo/a in sospensione statica (primo picco a 80 kg); dopo la prima pompata (120 kg) e quindi ritmicamente tutte le successive (ogni picco una).

La forza registrata ha variato fra «167 kg» e «zero kg». Nel momento della massima spinta il corpo pesava più del doppio e dopo la spinta ha pesato anche zero kg! Questo è

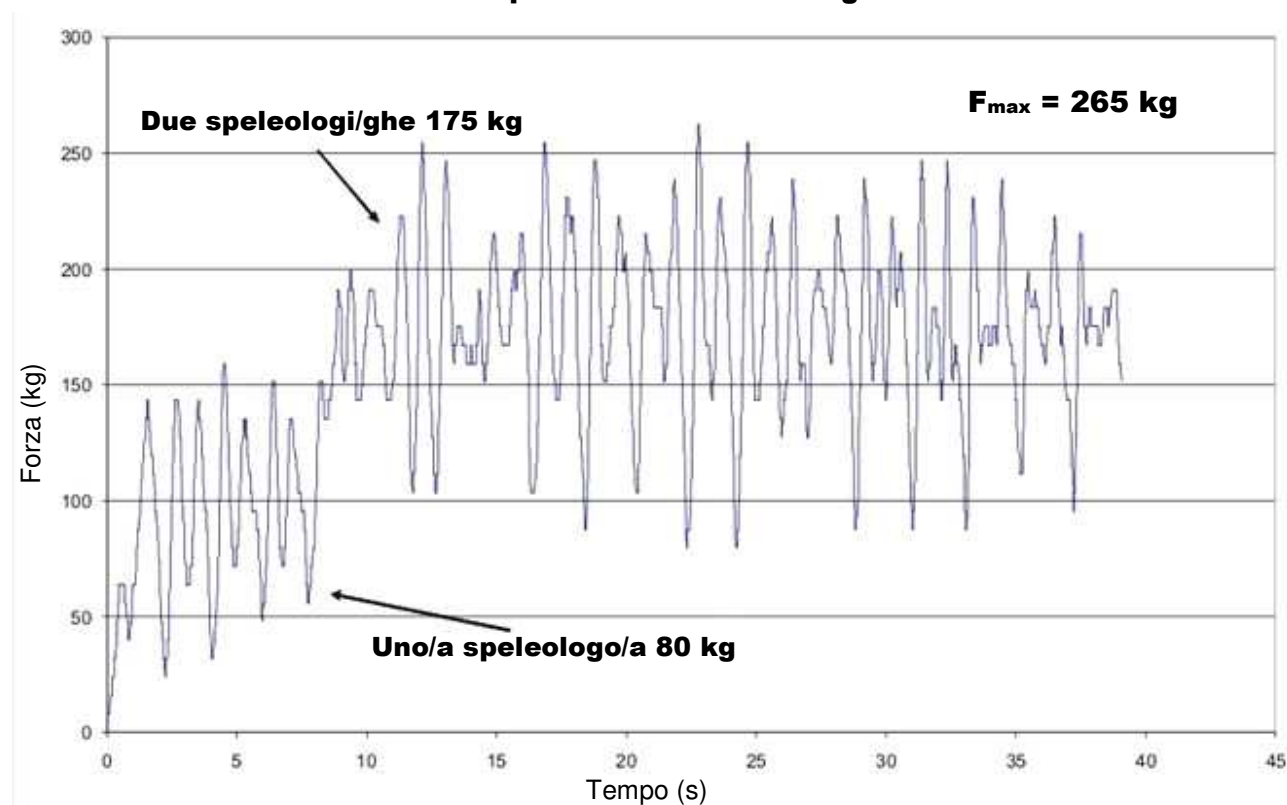
dovuto al fatto che la forza d'inerzia è un *vettore* e si manifesta o in un senso o nel senso opposto; delle volte si somma al peso, delle volte si sottrae.

Salita di uno/a speleologo/a del peso di 95 kg



Se la persona che sale è di «95 kg» di concettuale non cambia nulla rispetto al caso precedente; cambiano solo i valori di forza registrata che vanno da quasi zero a «208 kg».

Salita di due speleologi/ghe contemporaneamente del peso totale di 175 kg



Capita, specie durante occasioni didattiche, che due persone, in questo caso per complessivi «175 kg», salgano contemporaneamente sulla stessa corda.

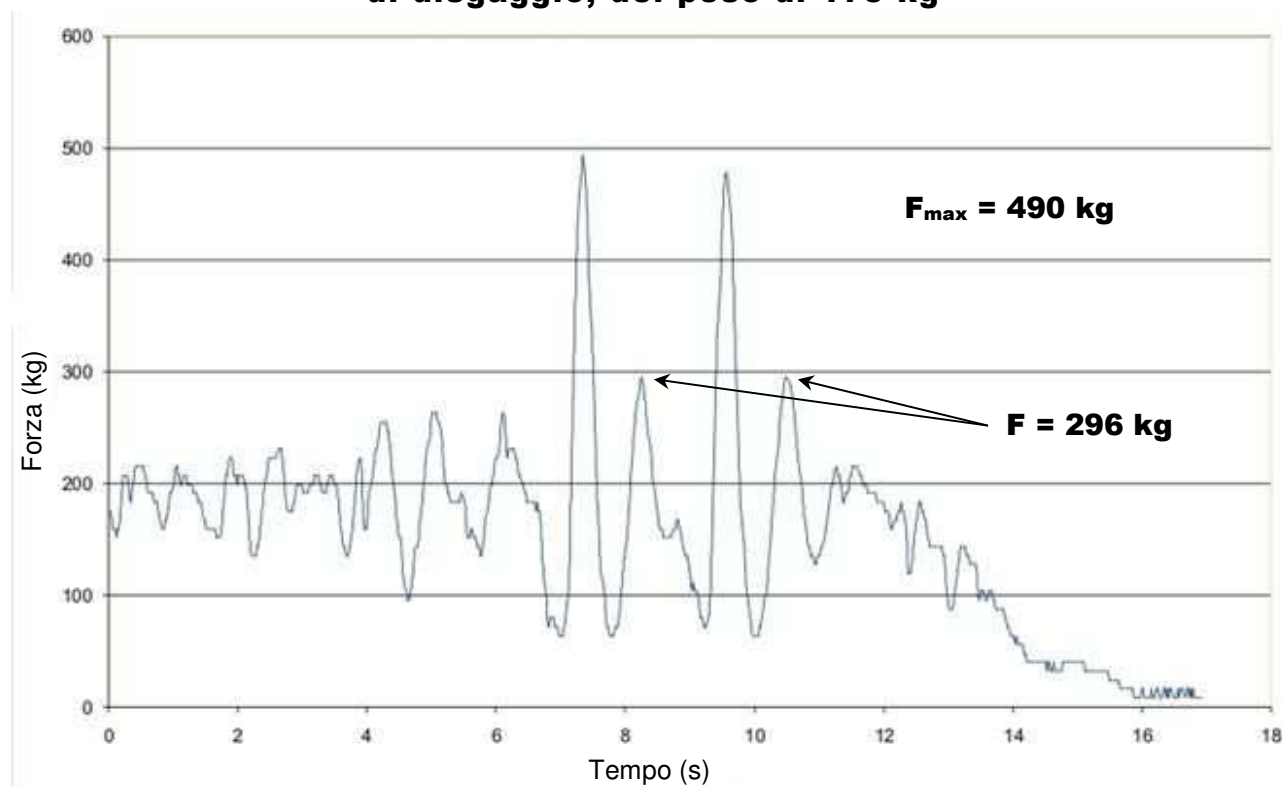
I primi picchi si riferiscono alla messa in carico della prima persona di «80 kg», poi, dopo circa 10 secondi, ecco che sulla corda gravita anche il secondo corpo di «95 kg».

Infine iniziano a salire insieme e, come si può notare, la massima forza prodotta « F_{max} » è di «265 kg», valore non così lontano da quanto prodotto dalla salita di uno/a solo/a speleologo/a di «95 kg».

Salire in due sulla stessa corda è uno dei tabù della progressione in grotta, ma tutto sommato non è così gravoso per la corda e gli attacchi.

Interessante è notare che alcuni picchi raggiungono valori più bassi di altri; in corrispondenza di questi l'azione di uno/a speleologo/a ha generato una forza d'inerzia che si è sottratta alla forza d'inerzia generata dall'altro/a speleologo/a.

Discesa di due speleologi/ghé, durante le manovre di disaggio, del peso di 175 kg



Analizzando il grafico possiamo notare due picchi più elevati a distanza di «2,25 s» (il primo dopo «7,38 s», il secondo dopo «9,63 s») in corrispondenza di due frenate; possiamo notare, inoltre, altri due picchi, meno elevati, sempre alla distanza di «2,25 s» (il primo dopo «8,24 s», il secondo dopo 10,49 s).

Durante la manovra di disaggio bisogna prestare particolare attenzione al che la discesa sia la più fluida possibile per evitare i picchi di tensione più elevati.

Appendice «L»

Il diametro efficace

Premessa

La **sezione trasversale** «S» di una corda è in effetti una *superficie apparente* poiché non corrisponde al valore effettivo a cagione degli spazi vuoti fra ed i fili elementari ed i trefoli e la calza; non può essere utilizzata, pertanto, per calcolare lo sforzo « σ ».

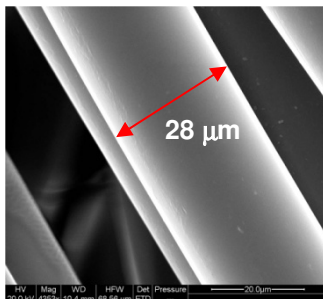
Si vuole, pertanto, ricavare il valore di quella che chiameremo **sezione trasversale efficace** «Se», ovvero la superficie che corrisponde alla somma delle superfici trasversali di tutti i fili elementari che costituiscono una corda; questa superficie può essere utilizzata per calcolare lo sforzo « σ » della corda intesa come una barra omogenea di sezione «Se».

Caratteristiche di alcune fibre elementari (polimeri)

Densità $g \cdot cm^{-3}$		Temperatura di fusione °C		Tenacità $N \cdot tex^{-1}$		Sforzo alla rottura $N \cdot mm^{-2} = MPa$	
D _e Nylon 6	1,14	T _f Nylon 6	218	T _e Nylon 6	0,47	σ Nylon 6	536
D _e Nylon 6.6	1,14	T _f Nylon 6.6	260	T _e Nylon 6.6	0,64	σ Nylon 6.6	900
D _e Kewlar	1,45	T _f Kewlar	500	T _e Kewlar	2,03	σ Kewlar	2900
D _e Dyneema	0,97	T _f Dyneema	140	T _e Dyneema	2,80	σ Dyneema	3000

Allungamento alla rottura %		Modulo di Young Rigidezza GPa		Lavoro alla rottura $mN \cdot tex^{-1}$	
D _e Nylon 6	26	E _y Nylon 6	2,6	L _r Nylon 6	76
D _e Nylon 6.6	16	E _y Nylon 6.6	8,0	L _r Nylon 6.6	80
D _e Kewlar	3,6	E _y Kewlar	72	L _r Kewlar	35
D _e Dyneema	3,5	E _y Dyneema	142	L _r Dyneema	55

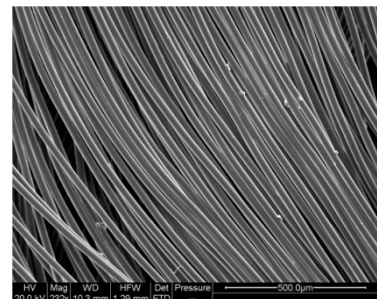
In cui: tex = densità lineare, espressa in $g \cdot km^{-1}$.



Filo elementare

Dalle lezioni di:
Francesco salvatori

Fascio di fili elementari
e spazi vuoti



Procedimento

Ricaviamo prima la formula con la quale possiamo calcolare la **sezione trasversale efficace** «Se» per poi ricavare la formula con la quale possiamo calcolare il diametro efficace «d_e» di una corda.

Consideriamo lo **sforzo specifico**:

$$\sigma_s = \frac{F}{\rho_l} \quad \rho_l = \text{densità lineare, espressa in: tex.}$$

Lo **sforzo specifico alla rottura** è:

$$\sigma_{sr} = \frac{F_r}{\rho_l} \quad \sigma_{sr} = T = \text{tenacità.}$$

Consideriamo un'altra relazione:

$$\sigma_s = \frac{\sigma}{\rho} \quad \rho = \text{densità della fibra, espressa in: } g \cdot cm^{-3}.$$

Alla rottura, questa relazione diventa:

$$\sigma_{sr} = \frac{\sigma_r}{\rho} = \frac{F_r}{\rho \cdot S_e} = \frac{F_r}{\rho \cdot S_e} \quad S_e = \text{sezione efficace}$$

Otteniamo quindi:

$$S_e = \frac{F_r}{\sigma_{sr} \cdot \rho} \quad \text{noti tutti i termini al secondo membro.}$$

Possiamo, infine ricavare il **diametro efficace** «d_e».

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{F_r}{\pi \cdot T \cdot \rho}}$$

Modificando leggermente la formula per esprimere la forza «F_r» in *newton* «N», si ha.

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot m^{-3} \cdot F_r}{\pi \cdot T \cdot \rho}}$$

Osservazioni

Si è inserito «g • m⁻³» per esprimere l'accelerazione di gravità in: mm • s⁻².

Il diametro efficace «d_e» di alcune corde

(Considerando anche i dati presenti nel libro giallo).

Corda **Edelrid ss Ø = 10 mm** (nylon 6).

Nuova, asciutta, (13 trefoli), «Fr» corda = 26 634,15 N.

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{9,81 \cdot m^{-3} \cdot 2\,715}{\pi \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{26\,634,15 \cdot 10^{-3}}{3,1416 \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 7,96 \text{ mm} \Rightarrow 8,0 \text{ mm}$$

In cui:

d_e = diametro efficace = 7,96 mm

g = accelerazione di gravità = 9,81 m • s⁻²

F_r = carico a rottura senza nodi = 2 715 kg

T = tenacità = 0,47 N • tex⁻¹

ρ = densità = 1,14 g • cm⁻³

Corda **Beal Antipodes s Ø = 10 mm** (nylon 6).

Nuova asciutta, (12 trefoli), «Fr» corda = 23 494,95 N.

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{9,81 \cdot m^{-3} \cdot 2\,395}{\pi \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{23\,494,95 \cdot 10^{-3}}{3,1416 \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 7,47 \text{ mm} \Rightarrow 7,5 \text{ mm}$$

Da cui si può osservare che due corde, ambedue del diametro effettivo di Ø = 10 mm, possono avere dei diametri efficaci «d_e» differenti.

Corda semistatica **Corda's Dana Ø = 10 mm** (nylon 6).

Nuova asciutta, «Fr» corda = 27 271,958 N.

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{9,81 \cdot m^{-3} \cdot 2\,780}{\pi \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{27\,271,8 \cdot 10^{-3}}{3,1416 \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 8,05 \text{ mm}$$

Corda **Courant Ultima Ø = 10 mm** (nylon 6).

Nuova asciutta, «Fr» corda = 29 724,3 N.

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{9,81 \cdot m^{-3} \cdot 3\,030}{\pi \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{29\,724,3 \cdot 10^{-3}}{3,1416 \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 8,40 \text{ mm}$$

Corda semistatica **Cavalieri** nuova Ø = 10,6 mm (nylon 6.6).

La **Cavalieri** è l'unica corda fra quelle esaminate composta in nylon 6.6.

Nuova asciutta, «Fr» corda = 30 469,86 N.

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{9,81 \cdot m^{-3} \cdot 3\,106}{\pi \cdot 0,67 \cdot 1,14}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{30\,469,86 \cdot 10^{-3}}{3,1416 \cdot 0,67 \cdot 1,14}} = 7,13 \text{ mm}$$

Si può osservare come, per quest'ultima corda, nonostante il diametro effettivo sia maggiore della **Edelrid SS Ø = 10 mm**, il suo diametro efficace risulta inferiore a quello di quest'ultima.

Per il **nylon 6** si può, forse, semplificare la formula constatando che:

$$2 \cdot \sqrt{\frac{10^{-3}}{3,1416 \cdot 0,47 \cdot 1,14}} = 0,048\,748 \text{ mm} \cdot (\sqrt{N})^{-1}$$

Pertanto, il diametro efficace della corda **Edelrid SS Ø = 10 mm**, diverrebbe:

$$d_e = 0,048\,748 \cdot \sqrt{26\,634,15} = 7,955\,6 \text{ mm} \Rightarrow 8,0 \text{ mm}$$

Per il **nylon 6.6** risulta:

$$2 \cdot \sqrt{\frac{10^{-3}}{3,1416 \cdot 0,64 \cdot 1,14}} = 0,041\,775 \text{ mm} \cdot (\sqrt{\text{N}})^{-1}$$

Per quanto riguarda i cordini e in kevlar e in dyneema si calcola il diametro efficace della sola anima indicando comunque, per completezza, lo spessore della calza.

Cordino **Courant** $\varnothing = 5,5 \text{ mm}$ (kevlar)

Nuovo, asciutto, (1 trefolo) Fr trefolo = 17 196,93 N

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{17\,196,93 \cdot 10^{-3}}{3,1416 \cdot 2,03 \cdot 1,45}} = 2,73 \text{ mm} \quad \Rightarrow 2,7 \text{ mm diametro anima} + 0,8 \text{ mm spessore calza}$$

Per il **kevlar** risulta:

$$2 \cdot \sqrt{\frac{10^{-3}}{3,1416 \cdot 2,03 \cdot 1,45}} = 0,020\,798 \text{ mm} \cdot (\sqrt{\text{N}})^{-1}$$

Cordino **Monteisola** $\varnothing = 5,5 \text{ mm}$ (dyneema)

Nuovo, asciutto, (1 trefolo) Fr trefolo = 10 889,10 N

$$d_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{10\,889,10 \cdot 10^{-3}}{3,1416 \cdot 2,8 \cdot 0,97}} = 2,26 \text{ mm} \quad \Rightarrow 2,3 \text{ mm diametro anima} + 1,0 \text{ spessore calza}$$

Per il **dyneema** risulta:

$$2 \cdot \sqrt{\frac{10^{-3}}{3,1416 \cdot 2,8 \cdot 0,97}} = 0,021\,652 \text{ mm} \cdot (\sqrt{\text{N}})^{-1}$$

Appendice «M»

Miscellanea

II LIR

Il **LIR** è il **Limite inferiore di resistenza** e corrisponde al massimo valore di forza, espresso in kg, registrabile nell'ambito di un dato tipo di progressione.

Il LIR è stato determinato sulla base di alcuni parametri che si ritengono realistici nella e normale e corretta progressione in grotta; si è, pertanto, presente che:

- 1) In grotta, il *Fattore di caduta* «Fc» massimo ammesso, in tutte le manovre, è uguale ad uno «1».
- 2) Il peso medio di uno speleologo, e con tutta l'attrezzatura personale e il sacco, è di «90 kg».
- 3) Le corde semi-statiche, utilizzate in speleologia, hanno un *Coefficiente di elasticità dinamico* medio « $X_d = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$ » ($\text{s}^2 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$).
- 4) In un'eventuale caduta, parte dell'energia in gioco viene dissipata dal corpo umano per cui la forza massima «Fm» si riduce di circa il «20%».

Osservazioni

Tutti i valori sono stati definiti per eccesso

Da semplici calcoli teorici ed analizzando i risultati emersi nelle ricerche sperimentali accumulate nel tempo e utilizzando il buon senso, la **CTM** (vedi **Premessa**, a pagina 3) ha ritenuto realistico proporre, per la progressione su corda, un **limite inferiore di resistenza (LIR)** pari a:

$$\text{LIR} = 1\ 100 \text{ kg}$$

Come e sottolinea e specifica il **CTM**: «Non si pensi che questo valore sia la soluzione di ben precisa equazione; è piuttosto il risultato di una interazione fra evidenze sperimentali e analisi soggettiva delle esperienze vissute collettivamente e individualmente nell'attività in grotta».

Osservazioni

La risalita artificiale o l'arrampicata libera in grotta deve essere considerata alla stregua della e normale e corretta progressione alpinistica nella quale alcuni importanti parametri, indicati per la e normale e corretta progressione in grotta, sono differenti.

Il **LIR** dovrà, pertanto, essere individuato sulla base di:

Fattore di caduta «Fc» massimo pari a due «2».

Coefficiente di elasticità dinamico medio « $X_d = 5,1 \cdot 10^{-5} \text{ N}^{-1}$ » ($\text{s}^2 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$).

II MIR

Il **MIR** è la **minia resistenza iniziale** che deve possedere un materiale al momento del suo primo utilizzo.

Lasciando ancora la parola al **CTM**: «Occorre invece che vengano progettati per avere in partenza una resistenza che garantisca per un certo lasso di tempo una tenuta sempre maggiore al **LIR**, nonostante l'usura che incalza più o meno velocemente in dipendenza del tipo di attrezzo e del materiale di cui è costituito».

Ed ancora, proseguendo: «Il **MIR** è sempre superiore al **LIR** di una quantità tale da garantire per un minimo di DUE ANNI, nonostante l'usura, una tenuta superiore o uguale agli stabiliti 1 100 kg».

Ed infine: «Pregiudiziale alla definizione dei diversi indice **MIR** è la conoscenza delle velocità di decadimento dei materiali speleologici . . .».

Il lavoro

Sappiamo che il joule è l'unità di misura e dell'energia e del lavoro e del calore (per quest'ultimo è spesso usata anche la caloria).

Precisazioni

La caloria (simbolo *cal*) è pari alla quantità di calore necessaria a portare la temperatura di un grammo d'acqua distillata da 14,5 °C a 15,5 °C, alla pressione atmosferica normale; non è ammessa nel Sistema Internazionale.

Il joule è uguale a:

$$J = N \cdot m = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot m = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

In cui: J = joule – N = newton – kg = chilogrammi – m = metri – s = secondi – g = accelerazione di gravità pari a «g = 9,81 m • s⁻²».

Si evince, pertanto, che un corpo del peso di «80 kg» che cade per un metro genera un'energia (o un lavoro) pari a:

$$80 \bullet 9,81 \bullet 1 = 784,8 \text{ J}$$

Curiosità

L'energia può essere espressa anche utilizzando la **caloria internazionale** (cal_{IT}), definita nell'**International Steam Table** del 1929 prima come « $1/860 \text{ W} \bullet \text{h}$ » e in seguito ridefinita nella **Fifth International Conference on the Properties of Steam** del 1956 come «4,1868 J» esatti.

Il valore del 1956 fu suggerito da **E. J. Le Fevre** (1838 – 1892) in quanto facilitava nell'era *pre-computer* la conversione tra i valori di *calore specifico* espressi in altre unità di misura.

Indice analitico

Paragrafi	pagina
<i>L'elasticità nelle corde speleo-alpinistiche</i>	03
Premessa	03
Una mia scelta	03
Relazioni fondamentali	03
Unità di forza	03
<i>Il coefficiente d'elasticità</i>	04
Definizione	04
Trattazione	04
<i>Caduta di un grave verticalmente</i>	07
<i>Valutazione del valore del coefficiente d'elasticità dinamico</i>	09
<i>Sollecitazioni dinamiche su corde speleo-alpinistiche</i>	10
Funzione $= F = f(t)$	10
Alcune considerazioni	11
<i>Curve di carico-scarico</i>	12
Deformazioni reversibili (superficie S1)	
Deformazioni irreversibili (superficie S)	
Ancora sul coefficiente d'elasticità dinamico «Xd»	14
<i>Quantità di lavoro</i>	15
Lavoro di deformazione	15
<i>Il fattore di caduta</i>	16
<i>Alcune riflessioni</i>	17
Prima prova	17
Seconda prova	17
Osserviamo un altro aspetto	17
Altre riflessioni	18
<i>Studio di alcune funzioni</i>	19
Funzioni: $P = f(F_m)$, $h = f(F_m)$	19
Altre funzioni: $P = f(F_m)$, $h = f(F_m)$	20
Funzioni: $X = f(F_m)$, $L = f(F_m)$	21
<i>Elementi elastici in serie</i>	22
<i>Un esperimento ideale</i>	24
<i>Elementi elastici in parallelo</i>	25
Arrivandoci per altra via	26
<i>Elementi elastici ed in serie ed in parallelo</i>	27
<i>Una curiosità, forse</i>	29
<i>La presenza dei nodi</i>	30
Misura del valore di «ln»	30
<i>Dissipatori d'energia</i>	33
<i>Assicurazione dinamica</i>	35
<i>Invecchiamento delle corde</i>	37
Qualche conclusione	38
<i>Effetti di shock ripetuti</i>	39
Annotazioni	40
Alcune considerazioni	40
Variazione di altri parametri	41
<i>Degrado per fatica</i>	43

<i>Effetti della presenza del corpo umano</i>	45
<i>Alcune considerazioni</i>	46
<i>Velocità d'allungamento unitario</i>	47
<i>Il tempo in una sollecitazione impulsiva</i>	48

Prima di continuare . . .
una doverosa precisazione
Pagina 50

Le sollecitazioni sugli ancoraggi

<i>Gli armi in parallelo</i>	53
<i>Un procedimento grafico</i>	53
<i>Un aspetto particolare</i>	54
<i>Particolari armi in parallelo</i>	55
<i>Un procedimento grafico</i>	56
<i>I frazionamenti</i>	57
<i>Alcune considerazioni</i>	58
<i>Sollecitazioni continuate</i>	58
<i>I deviatori</i>	59
<i>I pendoli</i>	60
<i>Le tirolesi</i>	63

Le Appendici

<i>Appendice «A» La legge di Hooke</i>	69
<i>Conclusioni</i>	70
<i>Appendice «B» Un discensore, ma anche un dissipatore</i>	71
<i>Condizioni di prova:</i>	71
<i>Appendice «C» Discensore «simple», con chiave Meredith</i>	72
<i>Condizioni di prova:</i>	72
<i>Appendice «D» Caduta su rinvio</i>	73
<i>Situazione rappresentata i «A»</i>	73
<i>Situazione rappresentata i «B»</i>	73
<i>Situazione rappresentata i «C»</i>	73
<i>Appendice «E» Effetti dell'abrasione, sulla roccia, nelle corde speleo-alpinistiche</i>	75
<i>Appendice «F» Diametro efficace</i>	77
<i>Appendice «G» Effetti dell'idrolisi</i>	79
Curve di carico/scarico Corda Marbach nuova Ø = 8 mm Curve di carico/scarico Corda Marbach nuova Ø = 9 mm Curve di carico/scarico Corda Marbach nuova Ø = 10 mm Carico di rottura senza nodi Diametro efficace	
<i>Appendice «H» Curve di Carico/Scarico</i>	82
Trazione quasi statica senza rottura Trazione quasi statica alla rottura	

<i>Appendice «I»</i>	<i>Sulle sollecitazioni prodotte dalla progressione su corda</i>		84
	Premessa		84
	Il principio di d'Alembert		84
	Il secondo principio della dinamica		84
	Il primo principio della dinamica		84
	Il terzo principio della dinamica		85
	Discesa normale di uno/a speleologo/a del peso di 95 kg		
	Discesa veloce di uno/a speleologo/a del peso di 95 kg		
	Salita di uno/a speleologo/a del peso di 95 kg		
	Salita di due speleologi/ghe contemporaneamente del peso totale di 175 kg		
	Discesa di due speleologi/ghe, durante le manovre di disgaggio, del peso di 175 kg		
<i>Appendice «L»</i>	<i>Il diametro efficace</i>		90
	Premessa		90
	Caratteristiche di alcune fibre elementari (polimetri)		
	Procedimento		90
	Il diametro efficace « d_e » di alcune corde		91
<i>Appendice «M»</i>	<i>Miscellanea</i>		93
	Il LIR		93
	Il MIR		93
	Il lavoro		93
Indice analitico			95
Bibliografia			98

Bibliografia

- [R. 01] S. Celesti – G. Guerriero - F. Salvatori (1984)
Sollecitazioni dinamiche e statiche nelle attrezzature speleologiche
Teoria e sperimentazione
Ed. Tipografia Duomo (Perugia)
- [R. 02] C.N.S.A. sez. Speleologica (1989)
Resistenza dei materiali speleo-alpinistici
A cura del **C.N.S.A.** (M.Cucco)
- [R. 03] P. Salimbeni (2013)
Carrucole, Paranchi e rinvii di sicurezza
Dispensa dello **Speleo Club di Cagliari** (Cagliari)
- [R. 04] P. Salimbeni (2014)
La Corda e i Nodi nella pratica speleologica
Dispensa dello **Speleo Club di Cagliari** (Cagliari)
- [R. 05] P. Salimbeni (2013)
Manualetto di tecnica speleologica
Dispensa dello **Speleo Club di Cagliari** (Cagliari)
- [R. 06] P. Salimbeni (2013)
Dizionario dei Nodi e della Corda
Dispensa dello **Speleo Club di Cagliari** (Cagliari)
- [R. 07] F. Salvatori (1996)
SpeleoCai (articolo a pp: 68 ÷ 69)
Ed. Stampa: Grafica 83 Città di Castello (Milano)