

Speleo Club di Cagliari



Formule di:

Geodesia

*Valori caratteristici degli Ellissoidi:
Hayford - WGS84 - GRS80*

Paolo Salimbeni



Edizione 7E306

Testi divulgativi

Prima edizione: 06 / 2004

Ultima edizione: 06 / 2019

L'Autore sarà grato a tutti quelli che gli segnaleranno eventuali od *errori* od *imprecisioni* (sono graditi anche e *consigli* e *opinioni*).

Paololuigi Salimbeni via P. Cavarò, 73 09131 Cagliari
cellulare.: +39 3493897629
e-mail: p.salimba@gmail.com

Questa ed altre dispense, sempre dello stesso Autore, nel sito di **Paolo Salimbeni**
«<http://www.paolosalimbeni.it>»; vedi in: **Dispense**.

Dello stesso Autore, e nel medesimo sito, alcune presentazioni in **PowerPoint**; vedi
in: **Presentazioni**.

Copyright © Paolo Salimbeni

Tutti i diritti sono riservati, a norma di legge ed a norma delle convenzioni internazionali; nessuna parte dell'opera può essere riprodotta, tradotta o diffusa, in qualsiasi forma o sistema (per fotocopia, microfilm, supporti magnetici, o qualsiasi altro procedimento), o rielaborata o trasmessa, con l'uso di sistemi elettronici, senza l'autorizzazione scritta dell'autore. . . . **o no ?!**

All rights reserved, no part of this book may be reproduced, who may quote brief passages or reproduce illustrations in a review with appropriate credit; nor any part of this book be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means electronic, photocopying, recording, or other without permission in writing from the Author. . . . **or not ?!**

Formule di Geodesia

Parametri principali degli ellissoidi in esame

Ellissoide internazionale di Hayford [EI]:

semiasse maggiore (raggio equatoriale)	a	=	6 378 388,000 m
schacciamento	f	=	0,003 367 003 367

Ellissoide WGS84:

semiasse maggiore (raggio equatoriale)	a	=	6 378 137,000 m
schacciamento	f	=	0,003 352 810 665

Ellissoide GRS80:

semiasse maggiore (raggio equatoriale)	a	=	6 378 137,000 m
schacciamento	f	=	0,003 352 810 681

Periodo di rotazione della Terra (giorno siderale)	T	=	86 164,091 ^s
--	---	---	-------------------------

Semiasse minore (raggio polare):

$$b = a - a \cdot f \quad [a] = a \cdot (1 - f) \quad [b] = a \cdot \sqrt{1 - e^2} \quad [c] \quad [01]$$

$$\textbf{Hayford} \quad b = 6\,378\,388 - 6\,378\,388 \cdot 0,003\,352\,003\,367 = 6\,356\,911,946 \quad \text{m}$$

$$\textbf{WGS84} \quad b = 6\,378\,137 - 6\,378\,137 \cdot 0,003\,352\,810\,665 = 6\,356\,752,314 \quad \text{m}$$

$$\textbf{GRS80} \quad b = 6\,378\,137 - 6\,378\,137 \cdot 0,003\,352\,810\,681 = 6\,356\,752,314 \quad \text{m}$$

Differenza fra i semiassi:

$$D_{ab} = a - b \quad [02]$$

$$\textbf{Hayford} \quad D_{ab} = 6\,378\,388 - 6\,356\,911,946 = 21\,476,054 \quad \text{m}$$

$$\textbf{WGS84} \quad D_{ab} = 6\,378\,137 - 6\,356\,752,314 = 21\,384,686 \quad \text{m}$$

$$\textbf{GRS80} \quad D_{ab} = 6\,378\,137 - 6\,356\,752,314 = 21\,384,686 \quad \text{m}$$

Come si può notare, almeno nei limiti delle approssimazioni qui utilizzate, i valori di «a» e di «b» dell'ellissoide WGS84 coincidono con quelli dell'ellissoide GRS80.

Parimenti coincideranno i valori di tutti gli altri parametri poiché dipendono dai valori di «a» e di «b» e pertanto, in seguito, è stato trascurato di esplicitare i valori dei parametri dell'ellissoide GRS80, perché superflui.

Schiacciamento e reciproco dello schiacciamento:

$$f = \frac{a - b}{a} \quad [a] = 1 - \sqrt{1 - e^2} \quad [b] = 1 - \sqrt{\frac{1}{1 + e'^2}} \quad [c] \quad [03]$$

$$f^{-1} = \frac{a}{a - b} \quad [04]$$

$$\textbf{Hayford} \quad f = \frac{6\,378\,388 - 6\,356\,911,946}{6\,378\,388} = 0,003\,367\,003\,367$$

$$\textbf{Hayford} \quad f^{-1} = \frac{6\,378\,388}{6\,378\,388 - 6\,356\,911,946} = 296,999\,998\,230\,587$$

$$\textbf{WGS84} \quad f = \frac{6\,378\,137 - 6\,356\,752,314}{6\,378\,137} = 0,003\,352\,810\,665$$

$$\text{WGS84} \quad f^{-1} = \frac{6\,378\,137}{6\,378\,137 - 6\,356\,752,314} = 298,257\,220\,810\,665$$

Eccentricità lineare:

$$El = \sqrt{a^2 - b^2} \quad [05]$$

$$\text{Hayford} \quad El = \sqrt{6\,378\,388^2 - 6\,356\,911,946^2} = 522\,976,087\,139\,559 \quad \text{m}$$

$$\text{WGS84} \quad El = \sqrt{6\,378\,137^2 - 6\,356\,752,314^2} = 521\,854,008\,423\,388 \quad \text{m}$$

Prima eccentricità:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} [a] = 1 - \frac{b^2}{a^2} [b] = 1 - (1-f)^2 [c] = f \cdot (2-f) [d] = 2 \cdot f - f^2 [e] = \frac{e'^2}{1+e'^2} [f] \quad [06]$$

$$e = \sqrt{e^2} \quad [07]$$

$$\begin{aligned} \text{Hayford} & \quad \begin{cases} e^2 = \frac{6\,378\,388^2 - 6\,356\,911,946^2}{6\,378\,388^2} = 0,006\,722\,670\,022 \\ e = \sqrt{0,006\,722\,670\,022} = 0,081\,991\,889\,979 \end{cases} \\ \text{WGS84} & \quad \begin{cases} e^2 = \frac{6\,378\,137^2 - 6\,356\,752,314^2}{6\,378\,137^2} = 0,006\,694\,379\,990 \\ e = \sqrt{0,006\,694\,379\,990} = 0,081\,819\,190\,843 \end{cases} \end{aligned}$$

Seconda eccentricità:

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} [a] = f \cdot \frac{2-f}{(1-f)^2} [b] = \frac{e^2}{1-e^2} [c] = \frac{2 \cdot f - f^2}{(1-f)^2} [d] \quad [08]$$

$$e' = \sqrt{e'^2} \quad [09]$$

$$\begin{aligned} \text{Hayford} & \quad \begin{cases} e'^2 = \frac{6\,378\,388^2 - 6\,356\,911,946^2}{6\,356\,911,946^2} = 0,006\,768\,170\,197 \\ e' = \sqrt{0,006\,768\,170\,197} = 0,082\,268\,889\,607 \end{cases} \\ \text{WGS84} & \quad \begin{cases} e'^2 = \frac{6\,378\,137^2 - 6\,356\,752,314^2}{6\,378\,137^2} = 0,006\,739\,496\,742 \\ e' = \sqrt{0,006\,739\,496\,742} = 0,082\,094\,437\,950 \end{cases} \end{aligned}$$

Altri valori derivati:

$$1-e^2 \quad \text{Hayford} = 0,993\,277\,329\,978 \quad \text{WGS84} = 0,993\,305\,620\,010 \quad [10]$$

$$\sqrt{1-e^2} [a] = \frac{b}{a} [b] \quad \text{Hayford} = 0,996\,632\,996\,633 \quad \text{WGS84} = 0,996\,647\,189\,335 \quad [11]$$

$$\frac{1}{1-e^2} \quad \text{Hayford} = 1,006\,768\,170\,197 \quad \text{WGS84} = 1,006\,739\,496\,742 \quad [12]$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \quad \text{Hayford} = 1,003\,378\,378\,378 \quad \text{WGS84} = 1,003\,364\,089\,821 \quad [13]$$

$$1+e'^2 \quad \text{Hayford} = 1,006\,768\,170\,197 \quad \text{WGS84} = 1,006\,739\,496\,742 \quad [14]$$

$$\sqrt{1+e'^2} [a] = \frac{b}{a} [b] \quad \text{Hayford} = 1,003\,378\,378\,378 \quad \text{WGS84} = 1,003\,364\,089\,821 \quad [15]$$

Inoltre:

$$(1-e^2) \cdot (1+e^2) = 1 \quad [16]$$

$$\eta_\phi^2 = e'^2 \cdot \sin^2 \phi \quad [17]$$

$$W_\phi = \sqrt{(1-e^2) \cdot \sin^2 \phi} \quad [18]$$

Raggio della sfera di ugual superficie:

$$R_s = a \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1-e^2}{4 \cdot e} \cdot \ln\left(\frac{1+e}{1-e}\right)} \quad [a] = c \cdot \left(1 - \frac{2}{3} \cdot e'^2 + \frac{26}{45} \cdot e'^4 - \frac{100}{189} \cdot e'^6 + \frac{7\,034}{14\,175} \cdot e'^8\right) \quad [b] \quad [19]$$

$$\text{Hayford} \quad \begin{cases} R_s = 6\,378\,388,000 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1-0,006\,722\,670\,022}{4 \cdot 0,081\,991\,889\,979} \cdot \ln\left(\frac{1+0,081\,991\,889\,979}{1-0,081\,991\,889\,979}\right)} \\ R_s = 6\,371\,227,711 \quad \text{m} \end{cases}$$

$$\text{WGS84} \quad \begin{cases} R_s = 6\,378\,137,000 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1-0,006\,694\,379\,990}{4 \cdot 0,081\,819\,190\,843} \cdot \ln\left(\frac{1+0,081\,819\,190\,843}{1-0,081\,819\,190\,843}\right)} \\ R_s = 6\,371\,007,181 \quad \text{m} \end{cases}$$

Raggio medio:

$$R_m = \frac{2 \cdot a + b}{3} \quad [a] = \frac{a + a + b}{3} \quad [b] \quad [20]$$

$$\text{Hayford} \quad R_m = \frac{2 \cdot 6\,378\,388,000 + 6\,356\,911,946}{3} = 6\,371\,229,315 \quad \text{m}$$

$$\text{WGS84} \quad R_m = \frac{2 \cdot 6\,378\,137,000 + 6\,356\,752,314}{3} = 6\,371\,008,771 \quad \text{m}$$

Raggio della sfera di ugual volume:

$$R_v = \sqrt[3]{a^2 \cdot b} \quad [21]$$

$$\text{Hayford} \quad R_v = \sqrt[3]{6\,378\,388,000^2 \cdot 6\,356\,911,946} = 6\,371\,221,266 \quad \text{m}$$

$$\text{WGS84} \quad R_v = \sqrt[3]{6\,378\,137,000^2 \cdot 6\,356\,752,314} = 6\,371\,000,790 \quad \text{m}$$

Sezione meridiana (raggio di curvatura meridiano) alla latitudine ϕ :

$$\rho_\phi = \frac{a \cdot (1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \cdot \sin^2 \phi)^3}} \quad [a] = \frac{a \cdot (1-e^2)}{W_\phi^3} \quad [b] = N_\phi \cdot \frac{1-e^2}{1-e^2 \cdot \sin^2 \phi} \quad [c] \quad [22]$$

All'equatore $\phi = 0^\circ$

$$\rho_e = a \cdot (1-e^2) \quad [d]$$

$$\text{Hayford} \quad \rho_e = 6\,378\,388,000 \cdot (1-0,006\,722\,670\,022) = 6\,335\,508,202 \quad \text{m}$$

$$\text{WGS84} \quad \rho_e = 6\,378\,137,000 \cdot (1-0,006\,694\,379\,990) = 6\,335\,439,327 \quad \text{m}$$

alla latitudine $\phi = \pm 45^\circ$

$$\text{Hayford} \quad \rho_{45} = \frac{a \cdot (1-0,006\,722\,670\,022)}{\sqrt{(1-0,006\,722\,670\,022 \cdot \sin^2 45)^3}} = 6\,367\,586,595 \quad \text{m}$$

$$\text{WGS84} \quad \rho_{45} = \frac{a \cdot (1-0,006\,694\,379\,990)}{\sqrt{(1-0,006\,694\,379\,990 \cdot \sin^2 45)^3}} = 6\,367\,381,816 \quad \text{m}$$

ai poli $\phi = \pm 90^\circ$

$$\rho_p = \frac{a}{\sqrt{1-e^2}} = c \quad [e]$$

c = raggio di curvatura polare

$$\text{Hayford} \quad \rho_p = \frac{6\,378\,388}{\sqrt{1 - 0,006\,722\,670\,022^2}} = 6\,399\,936,608 \quad \text{m}$$

$$\text{WGS84} \quad \rho_p = \frac{6\,378\,137}{\sqrt{1 - 0,006\,694\,379\,990^2}} = 6\,399\,593,626 \quad \text{m}$$

Gran normale alla latitudine φ :

$$N_\varphi = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \bullet \sin^2 \varphi)}} [a] = \frac{a}{W_\varphi} [b] \quad [23]$$

all'equatore $\varphi = 0^\circ$

$$N_e = a [c]$$

$$\text{Hayford} \quad N_e = \frac{6\,378\,388,000}{\sqrt{(1 - 0,006\,722\,670\,022 \bullet \sin^2 0)}} = 6\,378\,388,000 \quad \text{m}$$

$$\text{WGS84} \quad N_e = \frac{6\,378\,137,000}{\sqrt{(1 - 0,006\,694\,379\,990 \bullet \sin^2 0)}} = 6\,378\,137,000 \quad \text{m}$$

alla latitudine $\varphi = \pm 45^\circ$

$$\text{Hayford} \quad N_{45} = \frac{6\,378\,388,000}{\sqrt{(1 - 0,006\,722\,670\,022 \bullet \sin^2 45)}} = 6\,389\,135,050 \quad \text{m}$$

$$\text{WGS84} \quad N_{45} = \frac{6\,378\,137,000}{\sqrt{(1 - 0,006\,694\,379\,990 \bullet \sin^2 45)}} = 6\,388\,838,290 \quad \text{m}$$

ai poli $\varphi = \pm 90^\circ$

$$N_p = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2}} = c [d] \quad c = \text{raggio di curvatura polare}$$

$$\text{Hayford} \quad N_p = \frac{6\,378\,388,000}{\sqrt{1 - 0,006\,722\,670\,022^2}} = 6\,399\,936,608 \quad \text{m}$$

$$\text{WGS84} \quad N_p = \frac{6\,378\,137,000}{\sqrt{1 - 0,006\,694\,379\,990^2}} = 6\,399\,593,626 \quad \text{m}$$

Raggio di curvatura polare:

$$c = \frac{a^2}{b} [a] = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2}} [b] \quad [c = \rho_p = N_p] \quad [24]$$

$$\text{Hayford} \quad c = \frac{6\,378\,388^2}{6\,356\,911,946} = 6\,399\,936,608 \quad \text{m}$$

$$\text{WGS84} \quad c = \frac{6\,378\,137^2}{6\,356\,752,314} = 6\,399\,593,626 \quad \text{m}$$

Raggio della sfera oscuratrice, o sfera locale, alla latitudine φ :

$$R_{\text{So}\varphi} = \sqrt{\rho_\varphi \bullet N_\varphi} [a] = \frac{a \bullet \sqrt{1 - e}}{1 - e^2 \bullet \sin^2 \varphi} [b] = \frac{a \bullet \sqrt{1 - e}}{W_\varphi^2} [c] \quad [25]$$

all'equatore $\varphi = 0^\circ$

$$R_{Soe} = \sqrt{\rho_e \cdot N_e} [c] = \sqrt{\rho_e \cdot a} [d] = a \cdot \sqrt{1-e^2} [e] = b$$

Hayford $R_{Soe} = 6\,356\,911,946 \text{ m}$

WGS84 $R_{Soe} = 6\,356\,752,314 \text{ m}$

alla latitudine $\varphi = \pm 45^\circ$

Hayford $R_{So45} = \sqrt{6\,367\,586,595 \cdot 6\,389\,135,050} = 6\,378\,351,723 \text{ m}$

WGS84 $R_{So45} = \sqrt{6\,367\,381,816 \cdot 6\,388\,838,290} = 6\,378\,101,030 \text{ m}$

ai poli $\varphi = \pm 90^\circ$

$$R_{Sop} = \sqrt{\rho_p \cdot N_p} [f] = \frac{a}{\sqrt{1-e^2}} [g] = \frac{a^2}{b} [h]$$

Hayford $R_{Sop} = \frac{6\,378\,388^2}{6\,356\,911,946} = 6\,399\,936,608 \text{ m}$

WGS84 $R_{Sop} = \frac{6\,378\,137^2}{6\,356\,752,314} = 6\,399\,593,626 \text{ m}$

Raggio del parallelo alla latitudine φ :

$$R_{P\varphi} = \frac{a \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1-e^2 \cdot \sin^2 \varphi}} [a] = N_\varphi \cdot \cos \varphi [b] = \frac{a \cdot \cos \varphi}{W_\varphi} \quad [26]$$

alla latitudine $\varphi = \pm 45^\circ$

Hayford $R_{P45} = \frac{6\,378\,388 \cdot \cos 45}{\sqrt{1-0,006\,722\,670\,022 \cdot \sin^2 45}} = 4\,517\,800,720 \text{ m}$

WGS84 $R_{P45} = \frac{6\,378\,137 \cdot \cos 45}{\sqrt{1-0,006\,694\,379\,990 \cdot \sin^2 45}} = 4\,517\,590,879 \text{ m}$

ai poli $\varphi = \pm 90^\circ$

Hayford e WGS84 $R_{Pp} = 0.000 \text{ m}$ (raggio nullo)

Circonferenza del parallelo alla latitudine φ :

$$C_{P\varphi} = 2 \cdot \pi \cdot R_{P\varphi} \quad [27]$$

alla latitudine $\varphi = \pm 45^\circ$

Hayford $C_{P45} = 2 \cdot \pi \cdot 4\,517\,800,720 = 28\,386\,179,105 \text{ m}$

WGS84 $C_{P45} = 2 \cdot \pi \cdot 4\,517\,590,879 = 28\,384\,860,634 \text{ m}$

ai poli $\varphi = \pm 90^\circ$

Hayford e WGS84 $C_{Pp} = 0,000 \text{ (nulla) m}$

Circonferenza al circolo equatoriale $\varphi = 0^\circ$:

$$C_{Ce} = 2 \cdot \pi \cdot a \quad [28]$$

Hayford $C_{Ce} = 2 \cdot \pi \cdot 6\,378\,388 = 40\,076\,593,765 \text{ m}$

WGS84 $C_{Ce} = 2 \cdot \pi \cdot 6\,378\,137 = 40\,075\,016,686 \text{ m}$

Lunghezza del grado di parallelo alla latitudine φ :

$$L_{GP\varphi} = \frac{C_{P\varphi}}{360} [a] = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_{P\varphi}}{360} [b] \quad [29]$$

alla latitudine $\varphi = \pm 45^\circ$

$$\text{Hayford} \quad L_{GP45} = \frac{C_{P45}}{360} = 78\,850,498 \quad \text{m}$$

$$\text{WGS84} \quad L_{GP45} = \frac{C_{P45}}{360} = 78\,846,835 \quad \text{m}$$

ai poli $\varphi = \pm 90^\circ$

$$\text{Hayford e WGS84} \quad L_{GPp} = 0,000 \quad (\text{nullo}) \quad \text{m}$$

Lunghezza del grado equatoriale $\varphi = 0^\circ$:

$$L_{Ge} = \frac{C_{P0}}{360} \quad [30]$$

$$\text{Hayford} \quad L_{Ge} = \frac{40\,076\,593,765}{360} = 111\,323,872 \quad \text{m}$$

$$\text{WGS84} \quad L_{Ge} = \frac{40\,075\,016,686}{360} = 111\,319,490 \quad \text{m}$$

Lunghezza del quadrante di meridiano:

$$Q_m = c \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \left(1 - \frac{3}{4} \cdot e'^2 + \frac{45}{64} \cdot e'^4 - \frac{175}{256} \cdot e'^6 + \frac{11\,025}{16\,384} \cdot e'^8 \right) \quad [31]$$

$$\text{Hayford} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q_m = 6\,399\,936,608 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \left(1 - \frac{3}{4} \cdot 0,006\,768\,170\,197^2 + \frac{45}{64} \cdot 0,006\,768\,170\,197^4 - \right. \\ \left. + \frac{175}{256} \cdot 0,006\,768\,170\,197^6 + \frac{11\,025}{16\,384} \cdot 0,006\,768\,170\,197^8 \right) = 10\,002\,288,299 \quad \text{m} \end{array} \right.$$

$$\text{WGS84} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q_m = 6\,399\,593,626 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \left(1 - \frac{3}{4} \cdot 0,006\,739\,496\,742^2 + \frac{45}{64} \cdot 0,006\,739\,496\,742^4 - \right. \\ \left. + \frac{175}{256} \cdot 0,006\,739\,496\,742^6 + \frac{11\,025}{16\,384} \cdot 0,006\,739\,496\,742^8 \right) = 10\,001\,965,729 \quad \text{m} \end{array} \right.$$

La lunghezza del quadrante di meridiano può essere ottenuta utilizzando un diverso procedimento (vedi: « $H_{0^\circ 90^\circ}$ » formula [35]).

Circonferenza al circolo meridiano:

$$C_{Cm} = 4 \cdot Q_m \quad [32]$$

$$\text{Hayford} \quad C_{Cm} = 4 \cdot 10\,002\,288,299 = 40\,009\,153,196 \quad \text{m}$$

$$\text{WGS84} \quad C_{Cm} = 4 \cdot 10\,001\,965,729 = 40\,007\,862,918 \quad \text{m}$$

Lunghezza del grado di meridiano alla latitudine φ :

$$L_{Gm\varphi} = a \cdot (1 - e^2) \cdot \left[\alpha \cdot \frac{\pi}{180} - \beta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{180}\right) \cdot \cos(2 \cdot \varphi + 1) + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \sin\left(\frac{\pi}{90}\right) \cdot \cos(2 \cdot (2 \cdot \varphi + 1)) \right] \quad [33]$$

$$\text{incui:} \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 1 + \frac{3}{4} \cdot e^2 + \frac{45}{64} \cdot e^4; \quad \beta = \frac{3}{4} \cdot e^2 + \frac{15}{16} e^4; \quad \gamma = \frac{15}{64} \cdot e^4 \\ \varphi \text{ è la latitudine iniziale del grado di meridiano} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l}
 \textbf{Hayford} \quad \left\{ \begin{array}{l} a \varphi = 0^\circ \text{ di latitudine (equatore)} \quad L_{Gme} = 110\,575,59 \text{ m} \\ a \varphi = \pm 45^\circ \text{ di latitudine} \quad L_{Gm45} = 111\,135,34 \text{ m} \\ a \varphi = \pm 90^\circ \text{ di latitudine (poli)} \quad L_{Gmp} = 111\,699,78 \text{ m} \end{array} \right. \\
 \textbf{WGS84} \quad \left\{ \begin{array}{l} a \varphi = 0^\circ \text{ di latitudine (equatore)} \quad L_{Gme} = 110\,574,39 \text{ m} \\ a \varphi = \pm 45^\circ \text{ di latitudine} \quad L_{Gm45} = 111\,131,77 \text{ m} \\ a \varphi = \pm 90^\circ \text{ di latitudine (poli)} \quad L_{Gmp} = 111\,693,79 \text{ m} \end{array} \right.
 \end{array}$$

Lunghezza del grado medio di meridiano:

$$L_{Gmm} = \frac{L_{Gm0} + L_{Gm90}}{2} \quad [34]$$

$$\textbf{Hayford} \quad L_{Gmm} = \frac{110\,575,59 + 111\,699,78}{2} = 111\,137,68 \text{ m}$$

$$\textbf{WGS84} \quad L_{Gmm} = \frac{110\,574,39 + 111\,693,79}{2} = 111\,134,09 \text{ m}$$

Lunghezza dell'arco di meridiano fra due latitudini φ e φ' :

$$H_{\varphi\varphi'} = a \cdot (1 - e^2) \cdot \left(\alpha \cdot \lambda - \beta \cdot \sin \lambda \cdot \cos \vartheta + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \sin(2 \cdot \lambda) \cdot \cos(2 \cdot \vartheta) \right) \quad [35]$$

$$\text{incui:} \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 1 + \frac{3}{4} \cdot e^2 + \frac{45}{64} \cdot e^4; \quad \beta = \frac{3}{4} \cdot e^2 + \frac{15}{16} \cdot e^4; \quad \gamma = \frac{15}{64} \cdot e^4 \\ \lambda = \varphi' - \varphi; \quad \vartheta = \varphi' + \varphi \end{array} \right.$$

$$\text{Considerando:} \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi' = 90^\circ = \left(\frac{\pi}{2} \right); \quad \varphi = 0^\circ \\ \lambda = 90 - 0 = 90^\circ = \left(\frac{\pi}{2} \right); \quad \vartheta = 90 + 0 = 90^\circ = \left(\frac{\pi}{2} \right) \end{array} \right.$$

con questi dati, la lunghezza del quadrante di meridiano calcolata per i due ellissoidi presi in esame, risulta:

$$\textbf{Hayford} \quad H_{0^\circ 90^\circ} = 10\,002\,286,218 \text{ m}$$

$$\textbf{WGS84} \quad H_{0^\circ 90^\circ} = 10\,001\,963,675 \text{ m}$$

leggermente differenti dai risultati ottenuti con altra via (vedi: «Qm» formula [31]), che sono più approssimati.

Velocità tangenziale di rotazione alla latitudine φ :

$$V_{t\varphi} = \frac{C_{P\varphi}}{T} \quad [36]$$

alla latitudine $\varphi = \pm 45^\circ$

$$\textbf{Hayford} \quad V_{t45} = \frac{28\,386\,179,105}{86\,164,091} = 329,443 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\textbf{WGS84} \quad V_{t45} = \frac{28\,384\,860,634}{86\,164,091} = 329,428 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

ai poli $\varphi = \pm 90^\circ$

$$\textbf{Hayford e WGS84} \quad V_{tp} = 0,000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{velocità nulla})$$

Velocità angolare di rotazione:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad [37]$$

$$\text{Hayford e WGS84} \quad \omega = \frac{2 \cdot \pi}{86\,164,091^S} = 7,292\,116 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Velocità tangenziale di rotazione all'equatore:

$$v_e = \frac{C_{c_e}}{T} [a] = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot R_{xm} [b] = \omega \cdot R_{xm} [c] \quad [38]$$

$$\text{Hayford} \quad v_e = \frac{40\,076\,593,765}{86\,164,091} = 465,119 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{WGS84} \quad v_e = \frac{40\,075\,016,686}{86\,164,091} = 465,101 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Accelerazione centripeta di rotazione alla latitudine φ :

$$A_{c_\varphi} = \left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \right)^2 \cdot R_{P_\varphi} [a] = \omega^2 \cdot R_{P_\varphi} [b] \quad [39]$$

alla latitudine $\varphi = \pm 45^\circ$

$$\text{Hayford} \quad A_{c_{45}} = \left(\frac{2 \cdot \pi}{86\,164,091} \right)^2 \cdot 4\,517\,800,720 = 0,024\,023\,384 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\text{WGS84} \quad A_{c_{45}} = \left(\frac{2 \cdot \pi}{86\,164,091} \right)^2 \cdot 4\,517\,590,879 = 0,024\,022\,268 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

ai poli $\varphi = \pm 90^\circ$

$$\text{Hayford e WGS84} \quad A_{c_p} = 0,000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \quad (\text{accelerazione nulla})$$

Accelerazione centripeta di rotazione all'equatore $\varphi = 0^\circ$:

$$A_{c_e} = \left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \right)^2 \cdot a [a] = \omega^2 \cdot a [b] \quad [40]$$

$$\text{Hayford} \quad A_{c_e} = \left(\frac{2 \cdot \pi}{86\,164,091} \right)^2 \cdot 6\,378\,388,000 = 0,033\,917\,048 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\text{WGS84} \quad A_{c_e} = \left(\frac{2 \cdot \pi}{86\,164,091} \right)^2 \cdot 6\,378\,137,000 = 0,033\,915\,714 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Superficie:

$$S = 2 \cdot \pi \cdot a^2 \cdot \left(1 + \frac{1-e^2}{2 \cdot e} \cdot \ln \left(\frac{1+e}{1-e} \right) \right) [a] = S_T = 4 \cdot \pi \cdot R_s^2 [b] \quad [41]$$

$$\text{Hayford} \quad S = 4 \cdot \pi \cdot 6\,371\,227,71^2 = 5,101\,009\,339 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$$

$$\text{WGS84} \quad S = 4 \cdot \pi \cdot 6\,371\,007,18^2 = 5,100\,656\,217 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$$

Volume:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_v^3 [a] = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot b [b] \quad [42]$$

$$\textbf{Hayford} \quad V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6\,371\,221,266^3 = 1,083\,319\,781 \cdot 10^{21} \text{ m}^3$$

$$\textbf{WGS84} \quad V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6\,371\,000,790^3 = 1,083\,207\,320 \cdot 10^{21} \text{ m}^3$$

Curvatura totale alla latitudine φ :

$$K_\varphi = \frac{1}{\rho_\varphi \cdot N_\varphi} [a] = \frac{(1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi)^2}{a^2 \cdot (1 - e^2)} [b] = \frac{W_\varphi^4}{a^2 \cdot (1 - e^2)} [c] \quad [43]$$

all'equatore $\varphi = 0^\circ$

$$K_e = \frac{1}{\rho_e \cdot N_e} [d] = \frac{1}{\rho_e \cdot a} [e] = \frac{1}{a^2 \cdot (1 - e^2)} [f]$$

$$\textbf{Hayford} \quad K_e = \frac{1}{6\,335\,508,202 \cdot 6\,378\,388,000} = 2,474\,614\,814 \cdot 10^{-14} \text{ m}^{-2}$$

$$\textbf{WGS84} \quad K_e = \frac{1}{6\,335\,439,327 \cdot 6\,378\,137,000} = 2,474\,739\,102 \cdot 10^{-14} \text{ m}^{-2}$$

alla latitudine $\varphi = \pm 45^\circ$

$$\textbf{Hayford} \quad K_{45} = \frac{1}{6\,367\,586,595 \cdot 6\,389\,135,050} = 2,458\,006\,755 \cdot 10^{-14} \text{ m}^{-2}$$

$$\textbf{WGS84} \quad K_{45} = \frac{1}{6\,367\,381,816 \cdot 6\,388\,838,290} = 2,458\,199\,984 \cdot 10^{-14} \text{ m}^{-2}$$

ai poli $\varphi = \pm 90^\circ$

$$K_p = \frac{1}{\rho_p \cdot N_p} [f] = \frac{1}{c^2} [g] = \frac{(1 - e^2)^2}{a^2 \cdot (1 - e^2)} [h]$$

$$\textbf{Hayford} \quad K_p = \frac{1}{6\,399\,936,608 \cdot 6\,399\,936,608} = 2,441\,454\,615 \cdot 10^{-14} \text{ m}^{-2}$$

$$\textbf{WGS84} \quad K_p = \frac{1}{6\,399\,593,626 \cdot 6\,399\,593,626} = 2,441\,716\,318 \cdot 10^{-14} \text{ m}^{-2}$$

Curvatura di Gauss alla latitudine φ :

$$C_{G\varphi} = \sqrt{K_\varphi} [a] = \sqrt{\frac{1}{\rho_\varphi \cdot N_\varphi}} [b] \quad [44]$$

all'equatore $\varphi = 0^\circ$

$$C_{Ge} = \sqrt{K_e} [c] = \sqrt{\frac{1}{\rho_e \cdot N_e}} [d] = \sqrt{\frac{1}{\rho_e \cdot a}} [e]$$

$$\textbf{Hayford} \quad C_{Ge} = \sqrt{2,474\,614\,814 \cdot 10^{-14}} = 1,573\,090\,847 \cdot 10^{-7} \text{ m}^{-1}$$

$$\textbf{WGS84} \quad C_{Ge} = \sqrt{2,474\,739\,102 \cdot 10^{-14}} = 1,573\,130\,351 \cdot 10^{-7} \text{ m}^{-1}$$

alla latitudine $\varphi = \pm 45^\circ$

$$\textbf{Hayford} \quad C_{G45} = \sqrt{2,458\,006\,755 \cdot 10^{-14}} = 1,567\,803\,162 \cdot 10^{-7} \text{ m}^{-1}$$

$$\text{WGS84} \quad C_{G45} = \sqrt{2,458\,199\,984 \cdot 10^{-14}} = 1,567\,864\,785 \cdot 10^{-7} \quad \text{m}^{-1}$$

ai poli $\varphi = \pm 90^\circ$

$$C_{Gp} = \sqrt{\frac{1}{\rho_p \cdot N_p}} [f] = \frac{1}{c} [g]$$

$$\text{Hayford} \quad C_{Gp} = \sqrt{2,441\,454\,615 \cdot 10^{-14}} = 1,562\,515\,477 \cdot 10^{-7} \quad \text{m}^{-1}$$

$$\text{WGS84} \quad C_{Gp} = \sqrt{2,441\,716\,318 \cdot 10^{-14}} = 1,562\,599\,219 \cdot 10^{-7} \quad \text{m}^{-1}$$

Latitudine ridotta «μ»:

$$\mu = \arctg \left((1-f) \cdot \operatorname{tg} \varphi \right) [a] = \arctg \left(\sqrt{1-e^2} \cdot \operatorname{tg} \varphi \right) [b] = \arctg \frac{\operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1-e^2}} [c] =$$

$$= \operatorname{arcsen} \frac{\operatorname{sen} \varphi \cdot \sqrt{1-e^2}}{\sqrt{1-e^2} \cdot \operatorname{sen}^2 \varphi} [d] = \arccos \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1-e^2} \cdot \operatorname{sen}^2 \varphi} [e] \quad [45]$$

all'equatore $\varphi = 0^\circ$

$$\text{Hayford} \quad \mu = \arctg(1-0,003367\,003\,367) \cdot \operatorname{tg} 0^\circ = 0^\circ$$

$$\text{WGS84} \quad \mu = \arctg(1-0,003352\,810\,665) \cdot \operatorname{tg} 0^\circ = 0^\circ$$

alla latitudine $\varphi = \pm 45^\circ$

$$\text{Hayford} \quad \mu = \arctg(1-0,003367\,003\,367) \cdot \operatorname{tg} 45^\circ$$

$$\mu = \arctg(0,996\,632\,996\,633) \cdot 1 = 44,903\,380^\circ = 44^\circ 54' 12,1''$$

$$\text{WGS84} \quad \mu = \arctg(1-0,003352\,810\,665) \cdot \operatorname{tg} 45^\circ$$

$$\mu = \arctg(0,996\,647\,189\,335) \cdot 1 = 44,903\,788^\circ = 44^\circ 54' 13,6''$$

ai poli $\varphi = \pm 90^\circ$

$$\text{Hayford} \quad \mu = \arctg(1-0,003367\,003\,367) \cdot \operatorname{tg} 90^\circ$$

$$\mu = \arctg(0,996\,632\,996\,633) \cdot \infty = 90^\circ$$

$$\text{WGS84} \quad \mu = \arctg(1-0,003352\,810\,665) \cdot \operatorname{tg} 90^\circ$$

$$\mu = \arctg(0,996\,647\,189\,335) \cdot \infty = 90^\circ$$

Latitudine geocentrica «ψ»:

$$\psi = \arctg \left((1-e^2) \cdot \operatorname{tg} \varphi \right) [a] = \arctg \left((1-f) \cdot \operatorname{tg} \mu \right) [b] = \arctg \left(\sqrt{1-e^2} \cdot \operatorname{tg} \mu \right) [c] =$$

$$= \operatorname{arcsen} \frac{(1-e^2) \cdot \operatorname{sen} \varphi}{\sqrt{\cos^2 \varphi + (1-e^2)^2 \cdot \operatorname{sen}^2 \varphi}} [d] = \arccos \frac{\cos \varphi}{\sqrt{\cos^2 \varphi + (1-e^2)^2 \cdot \operatorname{sen}^2 \varphi}} [e] \quad [46]$$

all'equatore $\varphi = 0^\circ$

$$\text{Hayford} \quad \psi = \arctg(1-0,006722\,670\,022) \cdot \operatorname{tg} 0^\circ = 0^\circ$$

$$\text{WGS84} \quad \psi = \arctg(1-0,006694\,379\,990) \cdot \operatorname{tg} 0^\circ = 0^\circ$$

alla latitudine $\varphi = \pm 45^\circ$

$$\text{Hayford} \quad \psi = \arctg(1-0,006722\,670\,022) \cdot \operatorname{tg} 45^\circ$$

$$\psi = \arctg(0,993277\,329\,978) \cdot 1 = 44,8068^\circ = 44^\circ 48' 24,4''$$

$$\text{WGS84} \quad \psi = \arctg(1-0,006694\,379\,990) \cdot \operatorname{tg} 45^\circ$$

$$\psi = \arctg(0,993305\,620\,010) \cdot 1 = 44,8076^\circ = 44^\circ 48' 27,3''$$

ai poli $\varphi = \pm 90^\circ$

$$\begin{aligned}
 \textbf{Hayford} \quad \psi &= \arctg(1 - 0,006722670022) \cdot \tg 90^\circ \\
 &\psi = \arctg(0,993277329978) \cdot \infty = 90^\circ \\
 \textbf{WGS84} \quad \psi &= \arctg(1 - 0,006694379990) \cdot \tg 90^\circ \\
 &\psi = \arctg(0,993305620010) \cdot \infty = 90^\circ
 \end{aligned}$$

Latitudine geografica «φ»:

$$\varphi = \arcsen \frac{\sin u}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \cos^2 \mu}} [a] = \arccos \frac{\cos u \cdot \sqrt{1 - e^2}}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \cos^2 \mu}} [b] \quad [47]$$

all'equatore $\varphi = 0^\circ$

$$\textbf{Hayford} \quad \varphi = \arcsen \frac{\sin 0^\circ}{\sqrt{1 - 0,006722670022 \cdot \cos^2 0^\circ}} = 0^\circ$$

$$\textbf{WGS84} \quad \varphi = \arcsen \frac{\sin 0^\circ}{\sqrt{1 - 0,006694379990 \cdot \cos^2 0^\circ}} = 0^\circ$$

alla latitudine $\varphi = \pm 45^\circ$

$$\textbf{Hayford} \quad \varphi = \arcsen \frac{\sin 44,903388^\circ}{\sqrt{1 - 0,006722670022 \cdot \cos^2 44,903380^\circ}} = 45^\circ$$

$$\textbf{WGS84} \quad \varphi = \arcsen \frac{\sin 44,903788^\circ}{\sqrt{1 - 0,006694379990 \cdot \cos^2 44,903788^\circ}} = 45^\circ$$

ai poli $\varphi = \pm 90^\circ$

$$\textbf{Hayford} \quad \varphi = \arcsen \frac{\sin 90^\circ}{\sqrt{1 - 0,006722670022 \cdot \cos^2 90^\circ}} = 90^\circ$$

$$\textbf{WGS84} \quad \varphi = \arcsen \frac{\sin 90^\circ}{\sqrt{1 - 0,006694379990 \cdot \cos^2 90^\circ}} = 90^\circ$$

Eccettuato ai Poli e all'Equatore, è sempre $\psi < \mu < \varphi$

Precisazioni

Nelle cartografia edita dall'IGM serie 25DB, il sistema di riferimento geodetico è l'ETRS89

Valori caratteristici

Ellissoide Internazionale di Hayford

Semiasse maggiore = Raggio equatoriale	a	6 378 388,000	m
Semiasse minore = Raggio polare $[a - a \cdot s]$	b	6 356 911,946	m
Differenza fra i semiassi $[a - b]$	D_{ab}	21 476,054	m
Prima eccentricità $[(a^2 - b^2) / a^2]$	e^2	0,006 722 670 022	
Seconda eccentricità $[(a^2 - b^2) / b^2]$	e'^2	0,006 768 170 197	
Eccentricità lineare $[\sqrt{(a^2 - b^2)}]$	El	522 976,087 139 559	m
Raggio medio $[(2 \cdot a + b) / 3]$	R_m	6 371 229,315	m
Raggio di una sfera di ugual superficie	R_s	6 371 227,711	m
Raggio di una sfera di ugual volume $[\sqrt[3]{(a^2 \cdot b)}]$	R_v	6 371 221,266	m
Raggio di curvatura polare $[c = \rho_e = N_e]$	c	6 399 936,608	m
Sezione meridiana all'Equatore: $\varphi = 0^\circ$ $[a \cdot (1 - e^2)]$	ρ_e	6 335 508,202	m
Sezione meridiana alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	ρ_{45}	6 367 586,595	m
Gran normale all'Equatore: $\varphi = 0^\circ$ $[N_e = a]$	N_e	6 378 388,000	m
Gran normale alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	N_{45}	6 389 135,050	m
Raggio della sfera oscuratrice all'Equatore: $\varphi = 0^\circ$	R_{Soe}	6 356 911,946	m
Raggio della sfera locale alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	R_{So45}	6 378 351,723	m
Raggio della sfera locale (oscuratrice) ai Poli: $\varphi = \pm 90^\circ$	R_{Sop}	6 399 936,608	m
Schiacciamento $[(a - b) / a]$	f	0,003 367 003 367	
$1 / f$ $[f^{-1}]$		297,0	
e		0,081 991 889 979	
$1 - e^2$		0,993 277 329 978	
$\sqrt{(1 - e^2)}$		0,996 632 996 663	
$1 / (1 - e^2)$		1,006 768 170 197	
$1 / \sqrt{(1 - e^2)}$		1,003 378 378 378	
e'		0,082 268 889 607	
$1 + e'^2$		1,006 768 170 197	
$\sqrt{(1 + e'^2)}$		1,003 378 378 378	
Circonferenza al circolo equatoriale $[2 \cdot \pi \cdot a]$	C_e	40 076 593,765	m
Lunghezza del quadrante di meridiano	Q_m	10 002 288,299	m
Circonferenza al circolo meridiano $[4 \cdot Q_m]$	C_m	40 009 153,196	m
Raggio del parallelo alla lat. di $\varphi = \pm 45^\circ$ $[a \cdot \cos \varphi]$	R_{pm}	4 517 800,720	m
Raggio del parallelo ai poli: $\varphi = \pm 90^\circ$	R_{pp}	0,000 (nullo)	m
Circonferenza del parallelo alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	C_{pm}	28 386 179,105	m
Circonferenza del parallelo ai poli: $\varphi = \pm 90^\circ$	C_{pp}	0,000 (nulla)	m
Lunghezza del grado equatoriale $(C_e / 360)$: $\varphi = 0^\circ$	L_{ge}	111 323,872	m
Lunghezza del grado di meridiano all'Equatore: $\varphi = 0^\circ$	G_{me}	110 575,59	m
Lunghezza del grado di meridiano alla lat. di $\varphi = \pm 45^\circ$	G_{m45}	111 135,34	m
Lunghezza del grado di meridiano ai Poli: $\varphi = \pm 90^\circ$	G_{mp}	111 699,78	m
Lunghezza del grado medio di merid. $[(L_{me} + G_{mp}) / 2]$	G_{mm}	111 137,68	m
Lunghezza del grado di parallelo alla lat. di $\varphi = \pm 45^\circ$	L_{gm}	78 850,498	m
Velocità angolare di rotazione $[2 \cdot \pi / 86 164,091]$	ω	$7,292 116 \cdot 10^{-5}$	rad • s ⁻¹
Velocità tangenziale di rotazione all'equatore: $\varphi = 0^\circ$	V_{tr}	465,119	m • s ⁻¹
Velocità tangenziale di rotazione alla latitudine $\varphi = \pm 45^\circ$	V_{t45}	329,443	m • s ⁻¹
Accelerazione centripeta all'equatore: $\varphi = 0^\circ$ $[\omega^2 \cdot a]$	Ac_e	0,033 917 048	m • s ⁻²
Accelerazione centripeta alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	Ac_{45}	0,024 023 384	m • s ⁻²
Accelerazione centripeta ai poli: $\varphi = \pm 90^\circ$	Ac_P	0,000 (nulla)	m • s ⁻²

Formula internazionale della gravità: Cassinis - Silva

$g_{\varphi} = 9.780\,49 \cdot (1 + 0.005\,288\,4 \cdot \sin^2 \varphi) - 0.000\,005\,9 \cdot \sin^2 (2 \cdot \varphi)$		
Accelerazione di gravità all'equatore: $\varphi = 0^\circ$	g_e	9,780 490 $m \cdot s^{-2}$
Accelerazione di gravità alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	g_{45}	9,806 294 $m \cdot s^{-2}$
Accelerazione di gravità ai poli: $\varphi = \pm 90^\circ$	g_p	9,832 213 $m \cdot s^{-2}$
Schiacciamento gravimetrico $[(g_p - g_e) / g_e]$	β_2	0,005 288 385
Frazione di Clairaut $[1 / \beta_2]$	β	189,093 109 447
Accelerazione newtoniana all'equatore: $\varphi = 0^\circ$ $[g_e + A_{c_e}]$	γ_e	9,814 407 $m \cdot s^{-2}$
Rapporto $[A_{c_e} / g_e + A_{c_e} = A_{c_e} / g_e + \omega^2 \cdot a]$	m	0,003 455 843
Inverso di m $[g_e + \omega^2 \cdot a / A_{c_e}]$	m^{-1}	289,365 008 890
Superficie totale $[4 \cdot \pi \cdot R_s^2]$	S	5,101 009 339 $\cdot 10^{14}$ m^2
Volume totale $[4 \cdot \pi \cdot R_v^3 / 3]$	V	1,083 319 781 $\cdot 10^{21}$ m^3
Curvatura totale all'equatore: $\varphi = 0^\circ$ $[1 / (\rho_e \cdot N_e)]$	K_e	2,474 614 814 $\cdot 10^{-14}$ m^{-2}
Curvatura totale alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	K_{45}	2,458 006 755 $\cdot 10^{-14}$ m^{-2}
Curvatura totale ai poli: $\varphi = \pm 90^\circ$ $[1 / c^2]$	K_p	2,441 454 615 $\cdot 10^{-14}$ m^{-2}
Curvatura di Gauss all'equatore: $\varphi = 0^\circ$ $[\sqrt{(K_e)}]$	C_{Ge}	1,573 090 847 $\cdot 10^{-7}$ m^{-1}
Curvatura di Gauss alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	C_{G45}	1,567 803 162 $\cdot 10^{-7}$ m^{-1}
Curvatura di Gauss ai poli: $\varphi = \pm 90^\circ$ $[\sqrt{(K_p)} = 1 / c]$	C_{Gp}	1,562 515 477 $\cdot 10^{-7}$ m^{-1}
Curvatura di Gauss ai poli: $\varphi = \pm 90^\circ$ $[\sqrt{(K_p)} = 1 / c]$	C_{Gp}	1,562 515 477 $\cdot 10^{-7}$ m^{-1}

Ellissoide WGS84

Semiasse maggiore = Raggio equatoriale	a	6 378 137,000 m
Semiasse minore = Raggio polare $[a - a \cdot s]$	b	6 356 752,314 m
Costante gravitazionale geocentrica	GM	3 986 005 $\cdot 10^8$ $m^3 \cdot s^{-2}$
Coefficiente gravitazionale	C_{20}	-484,166 85 $\cdot 10^{-6}$
Velocità angolare	ω	7 292 115 $\cdot 10^{-5}$ $rad \cdot s^{-1}$
Differenza fra i semiassi $[a - b]$	D_{ab}	21 384,686 m
Prima eccentricità $[(a^2 - b^2) / a^2]$	e^2	0,006 694 379 990
Seconda eccentricità $[(a^2 - b^2) / b^2]$	e'^2	0,006 739 496 742
Eccentricità lineare $[\sqrt{(a^2 - b^2)}]$	El	521 854,008 423 388 m
Raggio medio $[(2 \cdot a + b) / 3]$	R_m	6 371 008,771 m
Raggio di una sfera di ugual superficie	R_s	6 371 007,181 m
Raggio di una sfera di ugual volume $[^3\sqrt{(a^2 \cdot b)}]$	R_v	6 371 000,790 m
Raggio di curvatura polare $[c = \rho_e = N_e]$	c	6 399 593,626 m
Sezione meridiana all'Equatore: $\varphi = 0^\circ$ $[a \cdot (1 - e^2)]$	ρ_e	6 335 439,327 m
Sezione meridiana alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	ρ_{45}	6 367 381,816 m
Gran normale all'Equatore: $\varphi = 0^\circ$ $[N_e = a]$	N_e	6 378 137,000 m
Gran normale alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	N_{45}	6 388 838,290 m
Raggio della sfera oscuratrice all'Equatore: $\varphi = 0^\circ$	R_{Soe}	6 356 752,314 m
Raggio della sfera locale alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	R_{So45}	6 378 101,030 m
Raggio della sfera locale (oscuratrice) ai Poli: $\varphi = \pm 90^\circ$	R_{Sop}	6 399 593,626 m
Schiacciamento $[(a - b) / a]$	f	0,003 352 810 665
$1 / f$ $[f^{-1}]$		298,257 223 563
e		0,081 819 190 843
$1 - e^2$		0,993 305 620 010
$\sqrt{(1 - e^2)}$		0,996 647 189 335
$1 / (1 - e^2)$		1,006 739 496 742
$1 / \sqrt{(1 - e^2)}$		1,003 364 089 821
e'		0,082 094 437 950
$1 + e'^2$		1,006 739 496 742
$\sqrt{(1 + e'^2)}$		1,003 364 089 821

Circonferenza al circolo equatoriale $[2 \cdot \pi \cdot a]$	C_e	40 075 016,686	m
Lunghezza del quadrante di meridiano	Q_m	10 001 965,729	m
Circonferenza al circolo meridiano $[4 \cdot Q_m]$	C_m	40 007 862,918	m
Raggio del parallelo alla lati. di $\varphi = \pm 45^\circ$ $[a \cdot \cos \varphi]$	R_{pm}	4 517 590,879	m
Raggio del parallelo ai poli: $\varphi = \pm 90^\circ$	R_{pp}	0,000	m
Circonferenza del parallelo alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	C_{pm}	28 384 860,634	m
Circonferenza del parallelo ai poli: $\varphi = \pm 90^\circ$	C_{pp}	0,000	m
Lunghezza del grado equatoriale $(C_e / 360)$: $\varphi = 0^\circ$	L_{ge}	111 319,490	m
Lunghezza del grado di meridiano all'Equatore: $\varphi = 0^\circ$	G_{me}	110 574,39	m
Lunghezza del grado di meridiano alla lat. di $\varphi = \pm 45^\circ$	G_{m45}	111 131,77	m
Lunghezza del grado di meridiano ai Poli: $\varphi = \pm 90^\circ$	G_{mp}	111 693,79	m
Lunghezza del grado medio di meridiano	G_{mm}	111 134,09	m
Lunghezza del grado di parallelo alla lat. di $\varphi = \pm 45^\circ$	L_{gm}	78 846,835	m
Velocità angolare di rotazione $[2 \cdot \pi / 86\,164.091]$	ω	$7,292\,116 \cdot 10^{-5}$	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$
Velocità tangenziale di rotazione all'equatore: $\varphi = 0^\circ$	V_{tr}	465,101	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Velocità tangenziale di rotazione alla latitudine $\varphi = \pm 45^\circ$	V_{t45}	329,428	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Accelerazione centripeta all'equatore: $\varphi = 0^\circ$ $[\omega^2 \cdot a]$	Ac_e	0,033 915 714	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Accelerazione centripeta alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	Ac_{45}	0,024 022 268	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Accelerazione centripeta ai poli: $\varphi = \pm 90^\circ$	Ac_p	0,000	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Formula internazionale della gravità:			
$g_\varphi = 9.780\,327 \cdot (1 + 0.005\,302\,4 \cdot \sin^2 \varphi) - 0.000\,005\,8 \cdot \sin^2 (2 \cdot \varphi)$			
Accelerazione di gravità all'equatore: $\varphi = 0^\circ$	g_e	9,780 327	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Accelerazione di gravità alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	g_{45}	9,806 199	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Accelerazione di gravità ai poli: $\varphi = \pm 90^\circ$	g_p	9,832 186	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Schiacciamento gravimetrico $[(g_p - g_e) / g_e]$	β_2	0,005 302 400	
Frazione di Clairaut $[1 / \beta_2]$	β	188,593 844 297	
Accelerazione newtoniana all'equatore: $\varphi = 0^\circ$ $[g_e + Ac_e]$	γ_e	9,817 186	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Rapporto $[Ac_e / g_e + Ac_e = Ac_e / g_e + \omega^2 \cdot a]$	m	0,003 454 729	
Inverso di m $[g_e + \omega^2 \cdot a / Ac_e]$	m^{-1}	289,458 323 715	
Superficie totale $[4 \cdot \pi \cdot R_s^2]$	S	$5,100\,656\,217 \cdot 10^{14}$	m^2
Volume totale $[4 \cdot \pi \cdot R_v^3 / 3]$	V	$1,083\,207\,320 \cdot 10^{21}$	m^3
Curvatura totale all'equatore: $\varphi = 0^\circ$ $[1 / (p_e \cdot N_e)]$	K_e	$2,474\,739\,102 \cdot 10^{-14}$	m^{-2}
Curvatura totale alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	K_{45}	$2,458\,199\,984 \cdot 10^{-14}$	m^{-2}
Curvatura totale ai poli: $\varphi = \pm 90^\circ$ $[1 / c^2]$	K_p	$2,441\,716\,318 \cdot 10^{-14}$	m^{-2}
Curvatura di Gauss all'equatore: $\varphi = 0^\circ$ $[\sqrt{(K_e)}]$	C_{Ge}	$1,573\,130\,351 \cdot 10^{-7}$	m^{-1}
Curvatura di Gauss alla latitudine di $\varphi = \pm 45^\circ$	C_{G45}	$1,567\,864\,785 \cdot 10^{-7}$	m^{-1}
Curvatura di Gauss ai poli: $\varphi = \pm 90^\circ$ $[\sqrt{(K_p)} = 1 / c]$	C_{Gp}	$1,562\,599\,219 \cdot 10^{-7}$	m^{-1}

Simboli utilizzati nel testo

ω	Velocità angolare di rotazione	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$
ρ_φ	Sezione meridiana alla latitudine φ	m
ρ_{45}	Sezione meridiana alla latitudine di 45°	m
ρ_e	Sezione meridiana all'equatore	m
ρ_p	Sezione meridiana ai poli	m
a	Semiasse maggiore dell'ellissoide terrestre (raggio equatoriale)	m
$A_{C\varphi}$	Accelerazione centripeta di rotazione alla latitudine φ	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
A_{C45}	Accelerazione centripeta di rotazione alla latitudine di $\varphi = 45^\circ$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
A_{Cp}	Accelerazione centripeta di rotazione ai poli	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
A_{CT45}	Accelerazione centripeta di rotazione della Terra alla latitudine di $\varphi = 45^\circ$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
A_{Ce}	Accelerazione centripeta di rotazione all'equatore	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
A_{Cp}	Accelerazione centripeta di rotazione ai poli $\varphi = 90^\circ$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
b	Semiasse minore dell'ellissoide terrestre (raggio polare)	m
c	Raggio di curvatura polare dell'ellissoide terrestre	m
C_{Ce}	Circonferenza al circolo equatoriale dell'ellissoide terrestre $\varphi = 0^\circ$	m
C_{Cm}	Circonferenza al circolo meridiano dell'ellissoide terrestre	m
$C_{G\varphi}$	Curvatura di Gauss alla latitudine φ	m^{-1}
C_{G45}	Curvatura di Gauss alla latitudine di 45°	m^{-1}
C_{Ge}	Curvatura di Gauss all'equatore	m^{-1}
C_{Gp}	Curvatura di Gauss ai poli	m^{-1}
$C_{P\varphi}$	Circonferenza del parallelo alla latitudine φ	m
C_{P45}	Circonferenza del parallelo alla latitudine di 45°	m
C_{Pp}	Circonferenza del parallelo ai poli	m
d_{ab}	Differenza fra i semiassi	m
e	$\sqrt{(e^2)}$	
El	Eccentricità lineare	m
e'	$\sqrt{(e'^2)}$	
e'^2	Seconda eccentricità	
e^2	Prima eccentricità	
f	Schiacciamento	
f^{-1}	Inverso dello schiacciamento	
$H_{\varphi\varphi'}$	Lunghezza dell'arco di meridiano fra due latitudini $\varphi < \varphi'$	m
K_φ	Curvatura totale alla latitudine φ	m^{-2}
K_{45}	Curvatura totale alla latitudine di 45°	m^{-2}
K_e	Curvatura totale all'equatore	m^{-2}
K_p	Curvatura totale ai poli	m^{-2}
L_{Ge}	Lunghezza del grado equatoriale	m
$L_{Gm\varphi}$	Lunghezza del grado di meridiano alla latitudine φ	m
L_{Gm45}	Lunghezza del grado di meridiano alla latitudine di 45°	m
L_{Gme}	Lunghezza del grado di meridiano all'equatore	m
L_{Gmm}	Lunghezza del grado medio di meridiano	m
L_{Gmp}	Lunghezza del grado di meridiano ai poli	m
$L_{GP\varphi}$	Lunghezza del grado di parallelo alla latitudine φ	m
L_{GP45}	Lunghezza del grado di parallelo alla latitudine di 45°	m
L_{GPP}	Lunghezza del grado di parallelo ai poli	m
N_φ	Gran normale alla latitudine di 45°	m
N_{45}	Gran normale alla latitudine φ	m
N_e	Gran normale all'equatore	m
N_p	Gran normale ai poli	m
Q_m	Quadrante di meridiano dell'ellissoide terrestre	m

$R_{P\varphi}$	Raggio del parallelo alla latitudine φ	m
R_{P45}	Raggio del parallelo alla latitudine di 45°	m
R_{Pp}	Raggio del parallelo ai poli	m
$R_{So\varphi}$	Raggio della sfera oscuratrice, o sfera locale, alla latitudine φ	m
R_{So45}	Raggio della sfera oscuratrice, o sfera locale, alla latitudine di 45°	m
R_{Soe}	Raggio della sfera oscuratrice, o sfera locale, all'equatore	m
R_{Sip}	Raggio della sfera oscuratrice, o sfera locale, ai poli	m
R_m	Raggio medio dell'ellissoide terrestre	m
R_s	Raggio della sfera di ugual superficie dell'ellissoide	m
R_v	Raggio della sfera di ugual volume dell'ellissoide	m
S	Superficie dell'ellissoide terrestre	m^2
T	Periodo di rotazione della Terra (giorno sidereo)	s
V	Volume dell'ellissoide terrestre	m^3
v_φ	Velocità tangenziale di rotazione alla latitudine φ	$m \cdot s^{-1}$
v_{45}	Velocità tangenziale di rotazione ai 45° di latitudine	$m \cdot s^{-1}$
v_e	Velocità tangenziale di rotazione all'equatore	$m \cdot s^{-1}$
v_p	Velocità tangenziale di rotazione ai poli	$m \cdot s^{-1}$

Secondo problema fondamentale

Il **secondo problema** fondamentale della Geodesia, consiste nel calcolare la **lunghezza dell'arco di geodetica** tra due punti $P_0 \equiv (\varphi_0, \lambda_0)$ e $P_1 \equiv (\varphi_1, \lambda_1)$, dei quali sono note le *coordinate geografiche* e gli *azimut reciproci* α_0 e α_1 , sempre in relazione alla stessa linea geodetica.

Ellissoide di riferimento: Hayford

P.ta Gorgona: $P_0 \equiv (43,427\ 122\ 000^\circ, 0,000\ 000\ 000^\circ)$

M. Serra: $P_1 \equiv (43,751\ 508\ 610^\circ, 0,658\ 746\ 111^\circ)$

Seconda eccentricità: $e'^2 = 0,006\ 768\ 170\ 197$

Raggio di curvatura polare: $c = 6\ 399\ 936,608$

utilizzando le formule di Hirvonen

$\varphi_m = \frac{1}{2} \cdot (\varphi_0 + \varphi_1)$	43,589 315 305
$\eta^2 = e'^2 \cdot \cos^2 \varphi_m$	0,003 550 657
$v^2 = 1 + \eta^2$	1,003 550 657
$\xi = \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{2 \cdot v^2}$	0,161 619 450
$l = \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{2}$	0,329 373 056
$x' = \text{sen } \xi \cdot \cos l$	0,002 820 741
$y' = \text{sen } l \cdot \cos \varphi_m$	0,004 163 723
$z' = \frac{\text{tg}(v \cdot l) \cdot \text{sen } \varphi_m}{\cos(v^2 \cdot \xi)}$	0,003 970 691
$x = x' \cdot \left\{ 1 - \frac{\eta^2 \cdot v'^2}{3} + \frac{1}{2} \eta^2 \cdot x'^2 \cdot [v^2 - \text{tg}^2 \varphi_m \cdot (5 - 4v^2)] \right\}$	0,002 820 741
$y = y' \cdot \left\{ 1 + \frac{\eta^2 \cdot x'^2}{6} \cdot [1 - \text{tg}^2 \varphi_m \cdot (2v^2 + 7)] \right\}$	0,004 163 722
$z = z' \cdot \left(1 + \frac{\eta^2 \cdot x'^2}{3} \right)$	0,003 970 691
$\gamma = \frac{\text{arctg } z}{v}$	0,227 099 838
$s' = \sqrt{x^2 + y^2}$	0,005 029 231
$\alpha' = \text{arctg } \frac{y}{x}$	55,884 066 06°
$\alpha_{op} = \alpha' - \gamma$	55,656 966 22° 55° 39' 25,078 39"
$\alpha_{po} = \alpha' + \gamma \pm 180^\circ$	236,111 165 9° 236° 06' 40,197 2"
$s = \frac{\pi \cdot c}{90v} \text{arcsen } s'$	64 259,810 57 m

Indice analitico

Paragrafi	Pagina
Parametri principali degli ellissoidi in esame	03
Ellissoidi: di Hayford, WGS84, GRS80	
Semiassse minore (raggio polare):	03
Differenza fra i semiassi:	03
Schiacciamento e reciproco dello schiacciamento:	03
Eccentricità lineare:	04
Prima eccentricità: .	04
Seconda eccentricità: .	04
Altri valori derivati:	04
$1-e^2$; $\sqrt{1-e^2} = \frac{b}{a}$; $\frac{1}{1-e^2}$; $\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}$; $1+e'^2$; $\sqrt{1+e'^2} = \frac{b}{a}$	
Inoltre: .	05
$(1-e^2) \bullet (1+e^2) = 1$ $\eta_\phi^2 = e'^2 \bullet \sin^2 \phi$ $W_\phi = \sqrt{(1-e^2) \bullet \sin^2 \phi}$	
Raggio della sfera di ugual superficie:	05
Raggio medio:	05
Raggio della sfera di ugual volume:	05
Sezione meridiana alla latitudine ϕ:	05
all'equatore $\phi = 0^\circ$ alla latitudine $\phi = \pm 45^\circ$ ai poli $\phi = \pm 90^\circ$	
Gran normale alla latitudine ϕ:	06
all'equatore $\phi = 0^\circ$ alla latitudine $\phi = \pm 45^\circ$ ai poli $\phi = \pm 90^\circ$	
Raggio di curvatura polare:	06
Raggio della sfera oscuratrice, o sfera locale, alla latitudine ϕ:	06
all'equatore $\phi = 0^\circ$ alla latitudine $\phi = \pm 45^\circ$ ai poli $\phi = \pm 90^\circ$	
Raggio del parallelo alla latitudine ϕ:	07
Alla latitudine $\phi = \pm 45^\circ$ ai poli $\phi = \pm 90^\circ$	
Circonferenza del parallelo alla latitudine ϕ:	07
Alla latitudine $\phi = \pm 45^\circ$ ai poli $\phi = \pm 90^\circ$	
Circonferenza al circolo equatoriale $\phi = 0^\circ$:	07
Lunghezza del grado di parallelo alla latitudine ϕ:	08
Alla latitudine $\phi = \pm 45^\circ$ ai poli $\phi = \pm 90^\circ$	
Lunghezza del grado equatoriale $\phi = 0^\circ$:	08
Lunghezza del quadrante di meridiano:	08
Circonferenza al circolo meridiano:	08
Lunghezza del grado di meridiano alla latitudine ϕ:	08
Lunghezza del grado medio di meridiano:	09
Lunghezza dell'arco di meridiano fra due latitudini ϕ e ϕ':	09
Velocità tangenziale di rotazione alla latitudine ϕ:	09
Alla latitudine $\phi = \pm 45^\circ$ ai poli $\phi = \pm 90^\circ$	
Velocità angolare di rotazione:	10
Velocità tangenziale di rotazione all'equatore:	10

Indice alfabetico

Paragrafi	Pagina
Accelerazione centripeta di rotazione all'equatore $\varphi = 0^\circ$	10
Accelerazione centripeta di rotazione alla latitudine φ	09
Circonferenza al circolo equatoriale $\varphi = 0^\circ$	07
Circonferenza al circolo meridiano	08
Circonferenza del parallelo alla latitudine φ	07
Curvatura di Gauss alla latitudine φ	11
Curvatura totale alla latitudine	11
Differenza fra i semiassi	03
Eccentricità lineare	04
Gran normale alla latitudine φ	06
Latitudine ridotta « μ »	12
Latitudine geocentrica « ψ »	12
Latitudine geografica « φ »	13
Lunghezza del grado di meridiano alla latitudine φ	08
Lunghezza del grado di parallelo alla latitudine φ	08
Lunghezza del grado equatoriale $\varphi = 0^\circ$	08
Lunghezza del grado medio di meridiano	09
Lunghezza del quadrante di meridiano	08
Lunghezza dell'arco di meridiano fra due latitudini φ e φ'	09
Prima eccentricità	04
Raggio del parallelo alla latitudine φ	07
Raggio della sfera di ugual superficie	05
Raggio della sfera di ugual volume	05
Raggio della sfera oscuratrice, o sfera locale, alla latitudine φ	06
Raggio di curvatura polare	06
Raggio medio	05
Schiacciamento e reciproco dello schiacciamento	03
Seconda eccentricità	04
Semiasse minore (raggio polare)	03
Sezione meridiana (raggio di curvatura meridiano) alla latitudine φ	05
Superficie	10
Velocità angolare di rotazione	10
Velocità tangenziale di rotazione all'equatore	10
Velocità tangenziale di rotazione alla latitudine φ	09
Volume	10

Bibliografia

- [R. 01] U. Bartorelli (1975)
Topografia e Cartografia
Ed: Cooperativa Libreria Editrice degli studenti dell'Universitaria di Padova (Padovano)
- [R. 02] G. Bezoari – C. Monti – A. Selvini (1978)
Topografia e Cartografia
Ed: Cooperativa Libreria Universitaria del Politecnico (Milano)
- [R. 03] G. Binardi (1965)
Corso di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria
Ed: I.G.M. - Istituto Geografico militare – (Firenze)
- [R. 04] C. D'Arrigo (1990)
Appunti di Geometria dell'ellissoide terrestre
Ed: I.G.M. - Istituto Geografico militare – (Firenze)
- [R. 05] G. Folloni (1982)
Principi di Topografia
Ed: Patron Editore
- [R. 06] N. Franchi (1979)
Elementi di Cartografia
Ed: I.G.M. - Istituto Geografico Militare – (Firenze)
- [R. 07] G. Tadini (1960)
Geografia astronomica applicata
Ed. Hoepli
- [R. 08] D. Tagliabue (1999)
Il contributo di Jean-Baptiste Delambre (1749-1822)
alla determinazione del quarto di meridiano
Tesi di laurea