

Scuola di speleologia di Cagliari della CNSS-SSI



Speleo Club di Cagliari

Geodesia, Cartografia e Carte topografiche

Tomo primo

Paolo Salimbeni



Comitato
Esecutivo
Regionale
Sardegna

Commissione
Nazionale
Scuole
di Speleologia



Anno 7E9₀₃

Testi Tecnici

Prima edizione: 02 / 1998

Ultima edizione 03 / 2025



Prefazione

Risalgono ad epoche antiche le ipotesi e le discussioni sulla vera forma della Terra; in quei tempi vi era e chi la riteneva piatta e chi la riteneva sferica.

Fu il filosofo greco, di origine fenicia, **Talete di Mileto** (639 - 548 aC) il primo ad esprimere la convinzione della rotondità della Terra, mentre fu e l'astronomo e il geografo e il poeta greco **Eratostene di Cirene** (276 aC - 196 aC) ad eseguire quella che può essere considerata la *prima propriamente detta misura delle dimensioni della Terra*.

Il geografo greco **Marino di Tiro** (prima metà del II secolo) introdusse per primo e le latitudini e le longitudini espresse in gradi anziché in stadi e fu l'ideatore della **Cilindrica equidistante**, la prima proiezione usata per le Carte terrestri.

Lo seguì e l'astronomo e il geografo greco **Claudio Tolomeo** (100 - 168) che e continuò e sviluppò le idee di Marino, stabilendo le fondamenta della geografia matematica e della cartografia razionale; egli elaborò le proiezioni: *cilindrica, conica equivalente, omeòtera*.

Tolomeo ha costruito il ponte fra il periodo antico e l'età moderna della cartografia; con lui si chiude l'era della speculazione cosmografica.

L'Autore

Perché due Tomi?

Qualche lettore si sarà domandato il motivo per cui a marzo del 2020 ho diviso la dispensa *La Corda e i Nodi nella pratica speleologica* in due Tomi ed ora ho diviso anche questa.

La ragione è dovuta al fatto che io non ho la possibilità di inserire, nel sito, file superiori a «25 MB» (dovrei sempre rivolgermi all'amministratore), per cui quando una dispensa raggiunge tale dimensione, preferisco dividerla per poterla gestire personalmente.

L'Autore sarà grato a tutti coloro che gli segnaleranno eventuali od *errori* od *imprecisioni* (sono graditi anche e *consigli* ed *opinioni*).

Paololuigi Salimbeni via P. Cavarò, 73 09131 Cagliari
cellulare.: +39 3493897629
e-mail: p.salimba@gmail.com

Questa ed altre dispense, sempre dello stesso Autore, nel sito di **Paolo Salimbeni** «<http://www.paolosalimbeni.it>»; vedi in: **Dispense**.

Dello stesso Autore, e nel medesimo sito, alcune presentazioni in **PowerPoint**; vedi in: **Presentazioni**.



Paolo Salimbeni

Copyright © Paolo Salimbeni

Tutti i diritti sono riservati, a norma di legge ed a norma delle convenzioni internazionali; nessuna parte dell'opera può essere riprodotta, tradotta o diffusa, in qualsiasi forma o sistema (per fotocopia, microfilm, supporti magnetici, o qualsiasi altro procedimento), o rielaborata o trasmessa, con l'uso di sistemi elettronici, senza l'autorizzazione scritta dell'autore. . . . **o no ?!**

All rights reserved, no part of this book may be reproduced, who may quote brief passages or reproduce illustrations in un review with appropriate credit; nor ay any part of this book be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means electronic, photocopying, recording, or other without permission in writing from the Author. . . . **or not ?!**

Geodesia, Cartografia e Carte topografiche

La Geodesia

Definizione di Geodesia

La **Geodesia** (dal greco γῆ, *gê*, "terra" e δαίω, *daío*, "divido") può essere definita come «**la disciplina che si occupa sia di stabilire e la forma e le dimensioni della Terra sia di determinare il suo campo gravitazionale sia di studiare i fenomeni geodinamici, ad essa associati, in tutti i suoi aspetti (spostamento dei poli, maree terrestri e movimenti della crosta)**».

A seconda dei metodi utilizzati, si suddivide in:

Geodesia geometrica la quale studia e determina la forma della Terra mediante sia la misura e delle longitudini e delle latitudini sia degli archi e di meridiano e di parallelo.

Geodesia gravimetrica la quale si avvale, per contro, di misure del campo gravitazionale.

Geodesia teoretica o dinamica la quale riduce il problema, della forma della Terra, alla ricerca teorica delle figure di equilibrio di un fluido rotante, soggetto ed alla mutua attrazione delle sue particelle ed alla forza centrifuga.

Geodesia astronomica la quale si occupa e della determinazione delle coordinate geografiche e della loro variazione nel tempo (variazione delle latitudini e delle longitudini).

Geodesia spaziale la quale impiega misure ottenute mediante l'impiego di satelliti artificiali terrestri.

La forma della terra

Superficie: fisica, dinamica reale, dinamica teorica, geometrica

E' compito della **Geodesia** determinare la *forma* e le *dimensioni*, da attribuire alla *superficie terrestre*, definendo «**una superficie che, priva di tutte quelle irregolarità proprie della superficie reale del terreno, presenti caratteristiche di continuità e levigatezza si da rendere possibile, nella trattazione dei problemi ad essa inerenti, l'impiego di procedimenti esclusivamente matematici**».

La forma della terra fu, verso il XVIII secolo, oggetto d'aspre dispute scientifiche fra i sostenitori dell'ipotesi avanzata da **Colin Maclaurin** (1698 – 1746), che riteneva la Terra schiacciata ai poli: sferoide oblato (conseguenza della *teoria gravitazionale*) e i sostenitori di **Giovanni Domenico Cassini** (1625 – 1712) il quale, dalle sue osservazioni, deduceva, erroneamente, una forma della terra in netta opposizione alla precedente; per lui la terra era schiacciata all'equatore (sferoide prolato).

Si dovette attendere fino al 1742 perché il Presidente dell'Accademia di Francia potesse annunciare, in una solenne seduta, i risultati definitivi, sulla forma della terra, con una frase rimasta famosa «**La terre est aplatie**».

Constatata comunque la difficoltà di operare su di una *superficie reale*, così articolata e varia, si è pensato di semplificarne la trattazione approssimandola, secondo le diverse finalità operative, a superfici più elementari; si possono pertanto distinguere [fig. 01].

La **Superficie Fisica** o *effettiva* o **Forma reale della terra** è la superficie che può essere osservata direttamente, con tutte le sue asperità ed irregolarità; la sua morfologia è estremamente complessa e pertanto non è possibile darne una definizione matematica.

La **Superficie Dinamica reale** o **Superficie Geoidica** o, più semplicemente il **Geoide**, è una particolare superficie equipotenziale, del campo gravitazionale terrestre, coincidente con la superficie libera dei mari, considerati e perfettamente immobili e privi delle loro ed accidentali e periodiche variazioni, immaginando le loro acque estendersi, in canali ideali completamente privi d'attrito, fin sotto i continenti formando una superficie perpendicolare, in ogni punto, alla direzione della verticale.

La **Superficie Dinamica teorica** o **Ellissoide di riferimento** è la superficie matematica che meglio approssima la superficie *effettiva* della terra; è rappresentata da un *ellissoide di rotazione schiacciato*, ossia con l'asse minore «z» coincidente con l'asse di rotazione (*ellissoide oblato*), il quale è definito, in forma canonica, dalla semplice equazione:

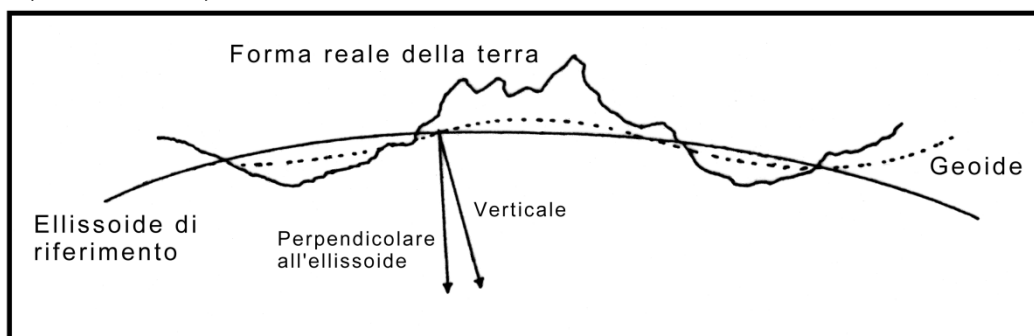
$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

[01]

In cui: «a e b» = i semiassi dell'ellissoide generatrice (con $a > b$), «X, Y Z» = gli assi cartesiani del sistema di riferimento.

La **Superficie Geometrica** è semplicemente la superficie che si ritiene più idonea, in quella particolare situazione, alle proprie esigenze; può essere, di volta in volta, una superficie: *piana, sferica, ellissoidica, ecc..*

[fig. 01]



In ultima analisi si è deciso di assumere, quale superficie di riferimento, per rappresentare la «vera» forma della terra, quella dell'**ellissoide di rotazione**, avente l'asse minore coincidente con l'asse di rotazione della terra (ma non sempre), e di determinare in seguito gli scarti relativi, della sua superficie, con quella del **geoide** che risente in maniera apprezzabile, seppur molto attenuata, delle irregolarità della crosta terrestre.

Tali scostamenti raggiungono dei valori massimi, valutati intorno al centinaio di metri, e si presentano come delle ondulazioni (onde geodetiche) del **geoide** rispetto all'**ellissoide**.

Conseguenza diretta di tali ondulazioni è che, in un generico punto «G», la verticale (materializzabile con la direzione che assume un filo a piombo) non coincide, se non in situazioni particolari, con la normale all'ellissoide nel medesimo punto.

L'angolo formato dalle due direzioni, generalmente non nullo, è la «**deviazione dalla verticale**»; il suo valore medio si aggira attorno a qualche secondo di grado mentre il valore massimo si aggira sul primo di grado.

Curiosità

Il matematico tedesco **Karl Gustav Jakob Jacobi** (1804 – 1851) ha dimostrato che, in particolari condizioni, anche l'**ellissoide triassiale**, ruotante intorno all'asse minore, può essere una *figura di equilibrio*; i più recenti risultati, ottenuti utilizzando misurazioni eseguite con satelliti artificiali, sembrano confermare quest'ultima come la configurazione più attendibile da attribuire alla forma della terra (*figura piriforme*).

L'ellissoide di riferimento

Nel volgere degli anni, nel tentativo di approssimare sempre più la *superficie dinamica teorica* a quella *effettiva*, sono stati calcolati svariati ellissoidi: **Delambre**, **Bessel**, **Clarke**, **Helmert**, **Army Map Service**.

Alcuni ellissoidi storicamente importanti

Per completezza segnaliamo altri ellissoidi, con i relativi parametri principali, alcuni dei quali storicamente importanti, altri ancora in uso presso alcune nazioni; l'ellissoide di **Bessel** è stato adottato, in Italia, fino al 1947 anno in cui si è iniziato a sostituirlo con l'attuale.

anno	Denominazione	a	m	s
1738	Bauguer Maupertuis	6 377 300		1 / 216,8
1810	Delambre	6 376 985		1 / 308,6
1830	Everest	6 377 276		1 / 300,8
1841	Bessel	6 377 397		1 / 299,2
1866	Clarke I	6 378 206,4		1 / 294,978 698 2
1868	Fiscer	6 378 338		1 / 288,5
1880	Clarke II	6 378 249,145		1 / 293,465
1891	Harkness	6 377 972		1 / 300,0
1906	Helmert	6 378 140		1 / 298,3
1926	Heiskanen	6 378 397		1 / 297,0
1942	Krassowsky	6 378 245		1 / 298,3
1948	Jeffreys	6 378 099		1 / 297,1
1956	Army Map Service (USA)	6 378 260		1 / 297,0
1965	Australia	6 378 160		1 / 298,25
1967	GRS67	6 378 160		1 / 298,247 167 427
1972	WGS72	6 378 137		1 / 298,26
1980	GRS80	6 378 137		1 / 298,257 222 101

In cui: a = semiasse maggiore - s = schiacciamento $(a - b) / a$ - b = semiasse minore

Al congresso dell'Unione Geodetica e Geofisica Internazionale (U.G.G.I.), tenutasi a Madrid nel 1924, fu deciso di adottare, quali parametri dell'**ellissoide di riferimento**, i valori proposti dal ed ingegnere e geodeta statunitense **John Fillmore Hayford** (1868 – 1925); l'ellissoide così definito, ottenuto applicando il noto *metodo delle aree*, è chiamato **Ellissoide Internazionale (EI)** o di **Hayford** ed è caratterizzato dai seguenti parametri principali:

Semiasse maggiore	a	= 6 378 388,000
Semiasse minore	b	= 6 356 911,946
Raggio di curvatura polare	c = a ² / b	= 6 399 936,608
Schiacciamento	s = (a - b) / a	= 1/297 = 0,003 367
Prima eccentricità	e ² = (a ² - b ²) / a ²	= 0,006 722 670 022
Seconda eccentricità	e' ² = (a ² - b ²) / b ²	= 0,006 768 170 197
Gran normale	N = a / √(1 - e ² • sen ² φ)	
Raggio del parallelo	r = a • cos φ / √(1 - e ² • sen ² φ)	
Raggio della sfera osculatrice	R = a • √(1 - e ²) / (1 - e ² • sen ² φ)	

Osservazione

La differenza fra il semiasse maggiore e il semiasse minore è di circa «21 km»; il raggio medio terrestre è di circa «6 371 km».

L'equazione del Geoide,

La Terra è un corpo celeste, uno degli otto pianeti del sistema solare, la cui massa è limitata da una superficie chiusa denominata **superficie fisica della Terra** o **litosfera**.

La Terra è, inoltre, animata da diversi moti i più importanti dei quali, per gli studi geodetici sono:

moto di rotazione che si compie in un giorno siderale pari a 86164,091 s (la velocità angolare di rotazione è, pertanto, di $\omega = 2 \cdot \pi / 86\,164,091 = 7,2921 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, mentre la velocità tangenziale di rotazione è di $V_t = 40\,075\,017 / 86\,164,091 = 465,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ pari a $1674,36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$).

moto di rivoluzione che si compie in un anno siderale pari a circa 365 giorni solari, descrivendo un'orbita ellittica denominata *eclittica*, pari o a 31 558 149,504 s o a 365,256 36 giorni solari medi.

Curiosità

Per un più esteso elenco dei vari moti della Terra, consultare la dispensa dello stesso Autore *Formule di Astronomia*, a pagina 40, nel sito «www.csispecus.it», vedi in: Didattica - Dispense.

La terra è un corpo quasi sferico poiché le maggiori quote e le maggiori profondità, dell'ordine del chilometro (Monte Everest $\approx 8\,848 \text{ m}$, fossa delle Marianne $\approx 11\,000 \text{ m}$), sono valori trascurabili se confrontate con la dimensione media del raggio terrestre $\approx 6\,371 \text{ m}$; si può, pertanto, cercare di sostituire, alla superficie reale, una superficie di riferimento strettamente legata alla direzione della gravità.

Sulla Terra esiste, infatti, una direzione che può essere individuata strumentalmente, materializzabile attraverso il filo a piombo, denominata «verticale» e definita vettorialmente dalla direzione della *forza di gravità* «g» e determinabile in ogni punto del suo campo gravitazionale in: direzione, verso, modulo (con un gravimetro).

La Geodesia si è prefissata la ricerca della superficie di riferimento più adatta ai suoi scopi; a tal uopo si sono analizzate le forze che agiscono su un generico punto «P», sulla superficie terrestre, sapendo che il vettore gravità «g», nel punto «P», è somma delle diverse forze generate dai diversi movimenti ai quali viene sottoposto il punto «P».

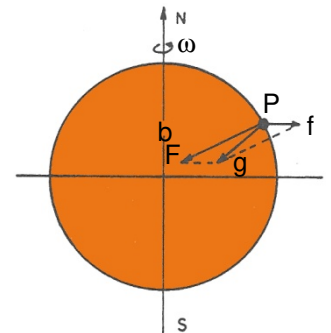
I contributi maggiori sono forniti sia dall'**attrazione newtoniana** «F» sia dalla **forza centrifuga** «f», mentre può essere completamente ignorato il contributo delle restanti forze come, ad esempio, quella dovuta all'attrazione *Luni-Solare* [fig. 02].

Tralasciando il complesso procedimento matematico, si perviene infine alla formulazione dell'equazione cartesiana di una superficie equipotenziale della gravità.

$$W = G \cdot \iiint_{\tau} \frac{\delta \cdot da \cdot db \cdot dc}{\sqrt{(X-a)^2 + (Y-b)^2 + (Z-c)^2}} + \frac{1}{2} \cdot \omega^2 (X^2 + Y^2) \quad [02]$$

Questa formula sarebbe completamente fuori luogo nella presente dispensa se non servisse esclusivamente a dare in'idea delle complessità matematiche che si dovrebbero superare anche se si avessero le nozioni indispensabili alla sua risoluzione; la determinazione analitica di tale equazione, infatti, non solo implica la risoluzione di un integrale triplo, ma presuppone anche la conoscenza della densità «δ» per ogni elemento di volume.

Purtroppo non conosciamo con la dovuta precisione la distribuzione della densità, all'interno della Terra, che aumenta con la profondità, ma con una legge di distribuzione ancora



[fig. 02]

non ben nota (sappiamo che per la crosta terrestre la densità è $\delta c = 2\,670 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, mentre il suo valore medio è $\delta m = 5\,520 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$).

Per diversi valori di «W», si ricava un'intera famiglia di superfici equipotenziali, ma, per convenzione, si considera come superficie di riferimento quella coincidente col livello marino medio; tale superficie è denominata **Geoide** [fig. 03].

Curiosità

Il termine **Geoide** fu coniato dal e matematico e fisico e geodeta tedesco **Johann Benedict Listing** (1808 - 1882).

Il geoide ha una superficie meno irregolare di quella reale terrestre, ma resta ancora, come abbiamo visto, una superficie molto complessa, potendosi assimilare ad uno sferoide schiacciato ai poli con delle gibbosità in corrispondenza delle zone superficiali di maggiore densità).

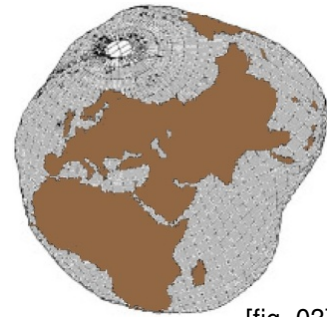
È però possibile, dopo aver e rielaborato l'equazione [02] ed aver eseguito un certo numero di derivazioni e di sviluppi in serie ed aver imposto alcune semplificazioni, pervenire ad un'espressione finale, che non richieda la conoscenza della distribuzione interna della densità, ottenendo l'equazione di una superficie di rotazione chiamata **Sferoide**.

L'equazione dello sferoide in coordinate geocentriche polari, passante per un punto prefissato del livello marino medio, è data dalla più semplice:

$$\sigma = a \cdot (1 - \alpha \cdot \sin^2 \psi)$$

In cui: a = semiasse maggiore [semiasse equatoriale] - α = schiacciamento, definito anche come $[(a-c)/a \text{ o } 1-c/a]$ - c = semiasse minore [semiasse polare] - ψ = latitudine geocentrica.

Lo **sferoide** è una superficie di rotazione molto simile ad un ellissoide avente gli stessi valori per i due semiassi e «a» e «b» ed è, pertanto, relativamente facile passare dalla [03] ad una superficie ellissoidica quale la [01], pagina 4.



[fig. 03]

La definizione di Datum geodetico

Si può definire **Datum geodetico** un qualsiasi sistema geodetico di riferimento che permette di esprimere in termini matematici la posizione di punti sulla superficie fisica; nella geodesia classica, consiste nello stabilire un **ellissoide orientato localmente** «el» con centro nel punto «cl» (punto medio dell'asse maggiore) [fig. 04].

Per quasi tutte le realizzazioni, sia in geodesia sia in topografia, si utilizzano sistemi di riferimento solidali con la Terra considerata ferma (Earth-Fixed).

La definizione di **Datum geodetico** è tridimensionale, ma viene generalmente utilizzata in **planimetria** (horizontal datum); l'altimetria (quote od ortometriche o geodetiche) richiede la definizione di un ulteriore datum (vertical datum).

In pratica, si stabilisce un determinato **ellissoide** (ad esempio quello di **Hayford**) del quale sono noti i parametri principali (ad esempio ed il semiasse maggiore e lo schiacciamento); l'ellissoide viene poi **orientato** in un dato punto «P» (detto **punto di emanazione**), imponendo che in quel punto si verifichino le seguenti condizioni:

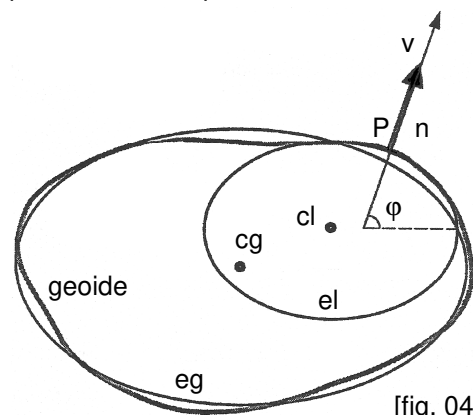
- ◆ la normale all'ellissoide «n» coincida con la verticale «v».
- ◆ la direzione del meridiano ellissoidico coincida con la direzione del meridiano astronomico.
- ◆ la quota ellissoidica coincida con la quota ortometrica.

Nel punto di emanazione risulta nulla la **deviazione della verticale** poiché l'ellissoide orientato localmente risulta tangente al geoide nel punto di emanazione.

In sintesi, le coordinate geografiche ellissoidiche (latitudine, longitudine) del punto di emanazione vengono determinate per via astronomica, parimenti si determina per via astronomica la direzione del meridiano; le coordinate geografiche astronomiche vengono, infine, attribuite al punto di emanazione come **coordinate geografiche ellissoidiche**.

Chiarimenti

Esaminiamo il Datum italiano **Roma 40**: l'ellissoide è quello di Hayford, l'orientamento è stato realizzato a Roma M.Mario (osservatorio astronomico e punto di emanazione della rete geodetica nazionale) con misure astronomiche eseguite nel 1940; la direzione su cui è stata imposta la coincidenza dell'azimut è il lato «M.Mario - M.Soratte» della rete geodetica fondamentale.



[fig. 04]

Precisazioni

L'**azimut** (dall'arabo *as-sûmut*, plurale di *as-samt*, ovvero le *vie diritte*, la *via diritta*) è l'angolo compreso fra la direzione del **nord** e la direzione che stiamo prendendo in esame.

Nelle carte topografiche, l'azimut può essere sia geografico, se riferito al **nord geografico** «N», sia magnetico, se riferito al **nord magnetico** «Nm»

Nella **geodesia satellitare**, attualmente basata principalmente sul **Sistema GPS**, si utilizza un **Datum geodetico di tipo globale**, valido, pertanto, per tutto il globo terrestre, in cui la Terra è in movimento.

La definizione di un datum globale si basa sulla determinazione di una terna geocentrica di assi ortogonali «O Z X Y»; l'origine «O», indicata in [fig. 04] con «cg», coincide col centro di massa terrestre, l'asse «Z» coincide con l'asse di rotazione terrestre (asse polare), l'asse «X» è diretto secondo in meridiano fondamentale (quello di Greenwich), l'asse «Y», ortogonale al precedente, completa la terna destrorsa; ambedue gli assi «X» e «Y» giacciono sul piano equatoriale.

La posizione del **geocentro** e la direzione dell'asse polare, variabile nel tempo, sono stabilite convenzionalmente; attualmente, per il Sistema GPS si utilizza il **WGS84**.

Per analogia con i sistemi classici, e per rendere più agevole la georeferenziazione dei punti per mezzo delle coordinate geografiche, alla terna cartesiana è associato un ellissoide geocentrico di riferimento, indicando e il **semiasse maggiore** e lo **schacciamento**.

In verità, la definizione del **Datum WGS84** è più complessa comprendendo anche alcuni parametri **fisico-meccanici** (massa della terra, velocità angolare di rotazione, ecc.) anche se, per le applicazioni **geodetico-topografiche**, questi ultimi parametri sono superflui.

Ad ogni **Datum geodetico** deve sempre essere associata una ben definita **rete geodetica** composta da un certo numero di punti rilevati e dal relativo calcolo di compensazione.

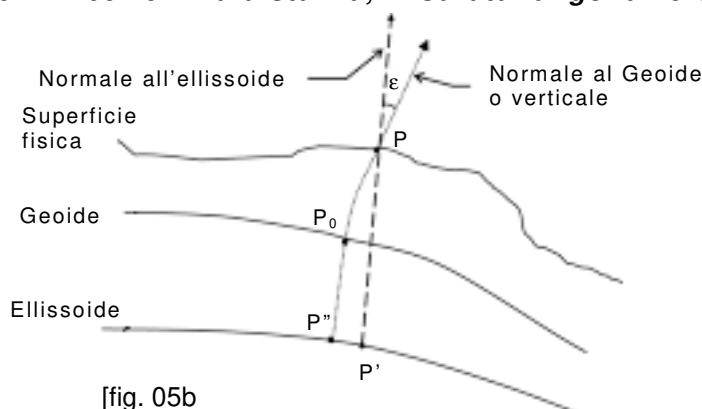
La quota ortometrica

La **quota ortometrica** o **quota geoidica** di un punto «P» sulla superficie fisica terrestre è la lunghezza della linea di forza del campo gravitazionale terrestre che passa per il punto topografico «P» in esame e che intercetta la superficie del Geode.

Ponendo nell'equazione [02] « $W = \text{costante}$ » si ottiene l'equazione cartesiana di una superficie equipotenziale della gravità per cui per diversi valori di « W » si ottiene un'intera famiglia di superfici equipotenziali chiuse, lisce, prive di singolarità, non intersecanti fra loro, non parallele [fig. 05a].

Se si analizzano due superfici vicine fra loro, la prima a potenziale « W » la seconda a potenziale « $W + dW$ », si osserva come due punti e « P_1 » e « P_2 », situati sulla superficie « W », distino dall'altra rispettivamente e « dh_1 » e « dh_2 »; per la stessa definizione di gravità, « $g_1 \neq g_2$ » si avrà, parimenti, « $dh_1 \neq dh_2$ ».

Questo implica che la normale alle diverse superfici equipotenziali, la verticale, non è un segmento, ma una linea curva; si può, pertanto, definire la **quota ortometrica** di un punto «P» come: «**La distanza, misurata lungo la verticale, del generico punto P, posto sulla superficie fisica (reale), dal Geode nel punto P_0** » [fig. 05b] in cui

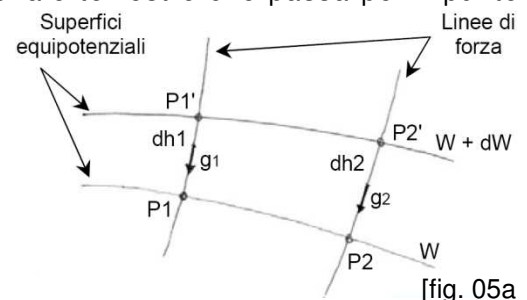


[fig. 05b]

La quota ellissoidica « $P P'$ », pertanto, può essere ricavata sommando algebricamente alla quota ortometrica « $P P_0$ » l'ondulazione del geode « $P_0 P''$ ».

$$h = H + N$$

In cui: h = « $P P'$ » quota ellissoidica - H = « $P P_0$ » quota ortometrica - N = « $P_0 P''$ » ondulazione del Geode (o separazione geodetica).



[fig. 05a]

« ϵ » indica la deviazione della verticale che, in effetti, vale poche decine di secondi d'arco sessagesimale (in figura la sua ampiezza è stata esagerata per motivi di chiarezza).

Data la limitata lunghezza del tratto compreso fra il punto «P», sulla superficie terrestre, ed il punto « P_0 », sul Geode, possiamo considerare, in prima approssimazione, la distanza « $P P_0$ » come un segmento anziché un tratto curvo.

Le latitudini

Consideriamo l'ellisse meridiana, di semiassi e «a» e «b», ottenuta con la nota costruzione a mezzo delle due circonferenze di raggi e «a» e «b» riportata in figura: «a» semiasse maggiore dell'ellisse, «b» asse minore dell'ellisse, «ζ» asse polare, «ξ» asse equatoriale, «φ» *latitudine geografica*, «ψ» *latitudine geocentrica*, «u» *latitudine ridotta*, «P» punto di cui si rappresentano le latitudini.

Anticipando si ha:

$$\psi < u < \varphi$$

La **latitudine astronomica** di un punto sulla superficie terrestre è l'angolo che la verticale in quel punto forma col piano dell'equatore; il suo valore è uguale all'angolo sotteso dall'arco di meridiano del luogo, compreso fra lo zenit astronomico e l'equatore celeste.

La **latitudine geografica** è sia la distanza angolare «φ» di un punto «P» dall'equatore misurata lungo il meridiano che passa per quel punto sia l'angolo «φ» che la normale all'ellissoide nel punto «P» forma con il piano equatoriale «ξ»; s'identifica con la *latitudine astronomica*, quando o non esista o si è corretta la prima dalle deviazioni locali della verticale, per cui quest'ultima direzione coincida con la normale al geode.

La *latitudine geografica* assume valori compresi fra +90° (al polo nord), -90° (al polo sud), con lo zero in corrispondenza dell'equatore.

La **latitudine geocentrica** è l'angolo «ψ» che il raggio della Terra, nel punto considerato «P», fa col piano equatoriale «ξ»; in tal caso, lo zenit geocentrico sostituisce lo zenit astronomico.

La *latitudine geocentrica* è, in valore assoluto, minore della latitudine geografica (al massimo di 11,5' a 45° di latitudine) eccetto che ai poli e all'equatore, dove le due latitudini coincidono.

La **latitudine ridotta** «u» necessita di una definizione più articolata: se s'immagina la sfera concentrica alla Terra avente in comune con essa l'equatore e si fanno corrispondere ai punti della superficie terrestre quelli della sfera posti sulla stessa normale all'equatore, la latitudine ridotta d'un punto «P», della superficie terrestre, è la latitudine geocentrica del punto «P¹» corrispondente sulla sfera ora definita.

Tra e la *latitudine geografica* «φ» e la *latitudine ridotta* «u» e la *latitudine geocentrica* «ψ», valgono le seguenti relazioni:

$$\sin \varphi = \frac{\sin u}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \cos^2 u}}$$

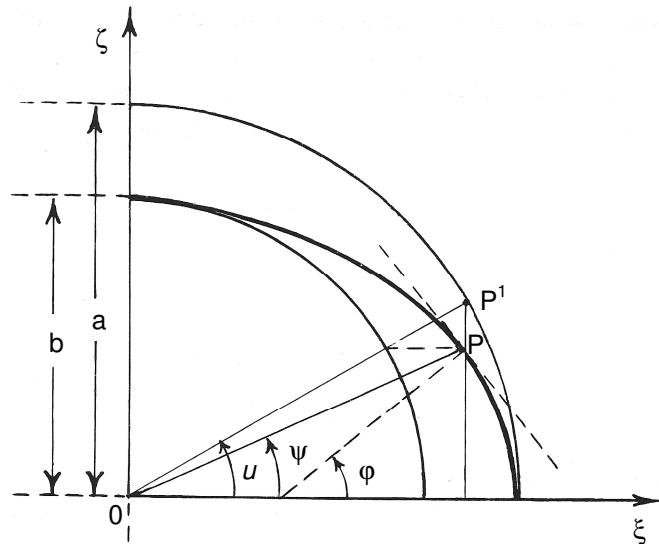
$$\sin u = \frac{\sin \varphi \cdot \sqrt{1 - e^2}}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi}}$$

$$\sin \psi = \frac{\sin \varphi \cdot (1 - e^2)}{\sqrt{\cos^2 \varphi + (1 - e^2)^2 \cdot \sin^2 \varphi}}$$

$$\cos \varphi = \frac{\cos u \cdot \sqrt{1 - e^2}}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \cos^2 u}}$$

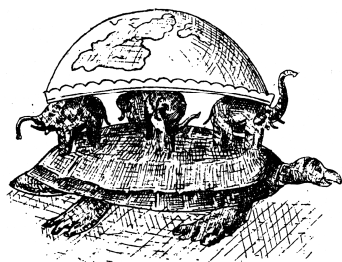
$$\cos u = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi}}$$

$$\cos \psi = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{\cos^2 \varphi + (1 - e^2) \cdot \sin^2 \varphi}}$$



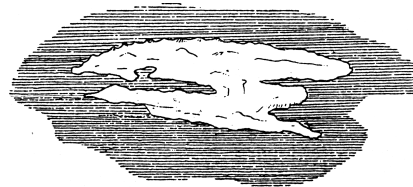
Prima digressione

I tempi antichi



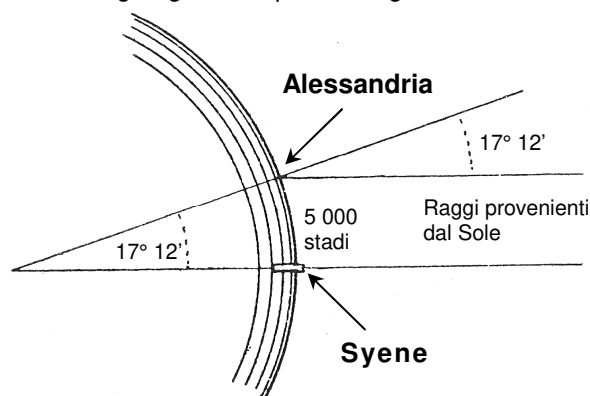
Tralasciando la fantasiosa concezione indiana che rappresentava la Terra come un grande casco emisferico sostenuto da quattro elefanti che posavano su un'enorme tartaruga nuotante nell'oceano, in epoche remote si immaginava la Terra piatta galleggiante sul mare che la circonda.

Nota è la concezione biblica che può essere rappresentata con la figura qui a destra.



Le dimensioni della terra

La prima propriamente detta **misura della Terra** fu eseguita, nel 220 a.C., dal ed astro-nomo e geografo e poeta e grammatico **Aristotele di Cirene** (276 a.C. - 196 a.C.).



A tal uopo, egli misurò l'arco di meridiano fra **Alessandria** e **Syene** (l'odierna Assuam), certo della sfericità della Terra ed ipotizzando per semplicità, che le due città si trovassero sullo stesso meridiano.

Misurò, poi, l'altezza del Sole in **Alessandria** quando questo, nel solstizio d'estate, era allo zenit di **Syene**.

Si sapeva, infatti, che in quel giorno dell'anno il sole, a Syene, si rifletteva nell'acqua di un pozzo verticale molto profondo.

La distanza fra le due città era allora stimata in $d = 5\,000$ stadi, mentre la distanza zenitale del Sole, misurata in Alessandria con un gnomone

(un paletto infisso sul terreno), risultò di $\alpha = 7^\circ 12'$.

Si è potuto impostare, pertanto, la proporzione:

$$cT : d = 2 \cdot \pi : \alpha$$

In cui: cT = circonferenza terrestre - d = distanza fra Alessandria e Syene - α = distanza zenitale misurata in Alessandria.

Risolvendo:

$$cT = \frac{5\,000 \cdot 360}{7,2^\circ} = 250\,000 \text{ stadi}$$

Ipotizzando che **Aristotele** abbia usato lo stadio egiziano pari a «157,5 m» si avrebbe:

$$cT = 250\,000 \cdot 157,5 = 39\,375\,000 \text{ m } (39\,375 \text{ km})$$

Per confronto col valore ottenuto da **Aristotele**, la lunghezza della circonferenza meridiana terrestre attualmente considerata corretta e di 40 009 km, con una differenza, in difetto, di soli «634 km».

La Cartografia

Definizione di Cartografia

La **Cartografia** è stata definita, dall'AIC (Associazione Italiana di Cartografia), come «*l'insieme degli studi e delle operazioni scientifiche, artistiche e tecniche che, a partire dai risultati delle levate originali o dall'esame e dallo studio dei dati di una documentazione, vengono compiuti sia per l'elaborazione e l'allestimento delle Carte, Piani ed altri sistemi di espressione sia per la loro utilizzazione*».

E' pertanto evidente che l'oggetto principale della *Cartografia* sono le *Carte*, considerate come particolari forme d'espressione della realtà; suoi scopi principali sono: «*lo studio multilaterale indirizzato alla ricerca dei metodi e dei procedimenti più idonei per la rappresentazione, sul piano, della superficie terrestre, considerata sferica o ellissoidica, o di una sua parte*».

Le **Carte topografiche** (e gli elementi cartografici in genere) possono essere definite pertanto come «*la rappresentazione piana, convenzionale, simbolica, di una certa estensione di territorio, raffigurata come se la guardassimo dall'alto (visione nadirale), atta a riprodurre, mediante segni appropriati, i molteplici elementi presenti sul territorio, nei giusti rapporti di posizione reciproca*».

Le caratteristiche essenziali, di tutte le Carte (di tutti gli *elementi cartografici*) sono: la chiarezza, la completezza, la precisione.

Le proiezioni cartografiche

Per eseguire la rappresentazione di una superficie, su di un'altra, bisogna innanzi tutto stabilire una corrispondenza biunivoca fra tutti i punti delle due superfici.

Questa corrispondenza non è altresì sufficiente per affermare che due figure corrispondenti sono anche simili fra loro (a parte la scala della rappresentazione); bisogna, infatti, esaminare la natura intrinseca delle due superfici poiché, la similitudine cercata, può essere assicurata solo nel caso esse siano *applicabili* o *svilupparabili* una sull'altra.

Si può pertanto affermare che: «*una superficie è applicabile su di un'altra quando, considerandola come un velo flessibile ma inestensibile, si riesce a farla combaciare perfettamente con l'altra senza che si verifichino allungamenti o contrazioni, sovrapposizioni o rotture*».

Gauss ha dimostrato che «*due superfici sono applicabili o svilupparabili, l'una sull'altra, solo quando in ogni punto corrispondente esse hanno la stessa curvatura totale*».

Il **piano**, il **cono**, il **cilindro**, sono superfici a *curvatura totale* ovunque nulla e pertanto sono applicabili l'una sull'altra (una figura disegnata su una qualunque di esse può essere trasportata, sulle altre due, senza alcuna deformazione).

Il **piano** è una superficie a curvatura totale nulla:

$$K = \frac{1}{R^2} = \frac{1}{\infty^2} = 0$$

In cui R = raggio della circonferenza generatrice.

La **sfera** è una superficie a *curvatura totale* costante pari a:

$$K = \frac{1}{R^2}$$

L'**ellissoide** di rotazione è una superficie a *curvatura totale* variabile (costante lungo ciascun parallelo) pari a:

$$K = \frac{1}{p \cdot N} = \frac{(1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi)^2}{a^2 \cdot (1 - e^2)}$$

In cui: p = raggio di curvatura del meridiano - N = gran normale - e^2 = prima eccentricità
- φ = latitudine - a = semiasse maggiore dell'ellisse generatrice.

Nel caso delle rappresentazioni cartografiche, in cui la superficie obiettiva è l'**ellissoide**, o la **sfera**, mentre il quadro della rappresentazione è il **piano**, la condizione di *applicabilità* non è soddisfatta in alcuno dei punti corrispondenti.

I moduli di deformazione

Deformazione: angolare, lineare, superficiale

Nel «*costruire*» una Carta si deve pertanto accettare, necessariamente, di introdurre delle inevitabili deformazioni le quali possono essere così quantificate:

Il **modulo di deformazione lineare** « m_L » è il rapporto fra un elemento infinitesimo di una curva « dL_c », sul piano della rappresentazione (superficie subbiettiva), e il corrispondente elemento infinitesimo « dL_t », sulla superficie obiettiva rappresentata:

$$m_L = dL_c / dL_t$$

Il **modulo di deformazione superficiale** « m_S » è il rapporto fra l'area di una figura infinitesima « dS_c », sul piano della rappresentazione, e l'area della corrispondente figura infinitesima « dS_t », sulla superficie obiettiva rappresentata:

$$m_S = dS_c / dS_t$$

Il **modulo di deformazione angolare** « m_A » è la differenza fra l'azimut « α_c » che una generica direzione, spiccata da un punto «G» sul piano della rappresentazione, forma con la trasformata del meridiano passante per «G» e l'azimut « α_t » che l'elemento ellissoidico corrispondente « ds' » forma, nel punto «G», con il meridiano passante per esso.

$$m_A = \alpha_c - \alpha_t$$

L'**azimut** « α » di un punto «A», rispetto ad un punto «G» situato sulla superficie terrestre, è l'angolo diedro che il piano meridiano, passante per «G», forma col piano individuato da «A» e dalla verticale in «G».

Sulle proiezioni cartografiche

Premessa

Una **proiezione cartografica** può essere definita come «*il risultato di trasformazioni geometriche, matematiche o empiriche di punti geografici espressi o in coordinate geografiche o in coordinate cartesiane per mezzo delle quali si possono realizzare, in una determinata scala, rappresentazioni della superficie terrestre, considerata per approssimazione come una superficie o sferica o ellissoidica, sul piano della Carta*».

I vari sistemi e matematici e geometrici, utilizzati per riportare sul piano il reticolato geografico, prendono il nome di proiezioni geografiche; in generale, con riferimento sia al metodo di rappresentazione sia alla superficie sulla quale si rappresenta il reticolato geografico sia alla superficie terrestre considerata, le proiezioni geografiche sono raggruppabili in: **vere, modificate, convenzionali**.

Le proiezioni

Le **proiezioni vere o pure** sono ottenute mediante il trasporto del reticolato geografico, eseguito con metodi geometrici, su una superficie ausiliaria, applicando i soli principi geometrici; se questa superficie è un piano, si hanno le proiezioni prospettiche, se questa superficie corrisponde a quella o di un cilindro o di un cono, quindi di un solido sviluppabile su un piano, si hanno le proiezioni per sviluppo.

Le **proiezioni modificate** sono ottenute dalle precedenti apportando correzioni, attraverso l'applicazione di formule matematiche, così da diminuire inevitabili deformazioni.

Le **proiezioni convenzionali**, dette più propriamente **rappresentazioni**, richiedono, per la loro costruzione, il ricorso non alla geometria proiettiva, come nelle due precedenti, ma a relazioni matematiche con le quali si desidera ottenere particolari risultati.

Le **proiezioni prospettiche o prospettive piane**, si ottengono immaginando di proiettare un emisfero o una sua parte, da un determinato centro di vista, su un piano tangente il globo terrestre e perpendicolare al diametro del globo terrestre passante per il centro di vista stesso; a seconda del punto di tangenza del piano, la proiezione viene detta [fig. 06]:

- ◆ **polare**, in cui il piano è tangente a uno dei due poli.
- ◆ **equatoriale**, in cui il piano è tangente a un punto dell'equatore.
- ◆ **obliqua**, in cui il piano è tangente a un altro punto qualsiasi della superficie del globo terrestre.



[fig. 06]

Considerando, invece, la posizione del punto di vista, cioè il punto da cui si immagina che fuoriescano le visuali, le proiezioni azimutali possono essere definite [fig. 07]:

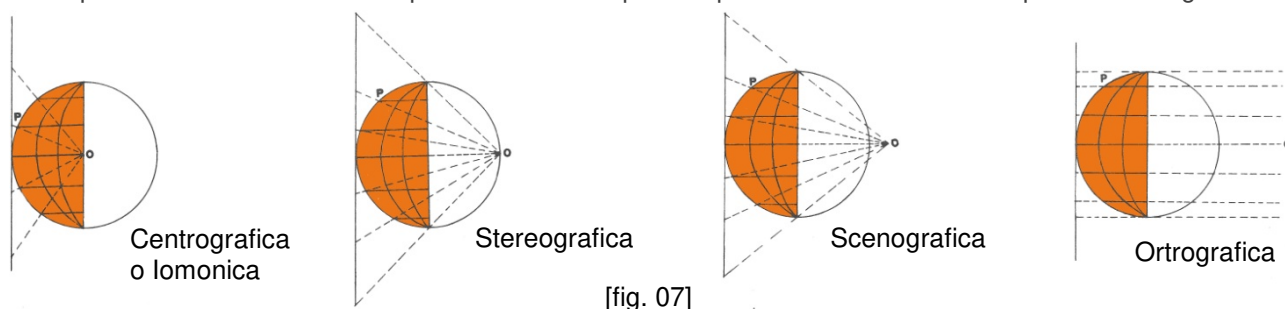
Centrografiche o gnomoniche, in cui il centro di vista si trova al centro del globo terrestre; il difetto di una carta costruita con questo metodo è che la proporzionalità fra distanze reali e cartografate diminuisce con l'aumentare della distanza di un punto della superficie terrestre dal punto di tangenza.

Stereografiche, in cui il centro di vista è situato sulla superficie del globo terrestre ed è opposto a quello di tangenza del piano; le distanze fra i paralleli non sono proporzionali a quelle reali (aumentano allontanandosi dal punto di tangenza), ma l'errore è meno accentuato rispetto alla proiezione precedente.

Scenografiche, in cui il centro di vista è situato all'esterno del globo terrestre, ma non all'infinito; il centro di vista è opposto a quello di tangenza del piano.

Ortografiche, in cui il centro di vista è situato all'infinito e i raggi di proiezione sono fra loro paralleli.

I paralleli risultano tanto più ravvicinati quanto più ci si allontana dal punto di tangenza.



[fig. 07]

Le **Proiezioni di sviluppo** si ottengono sviluppando in un piano la superficie curva, o cilindrica o conica, su cui in precedenza si è proiettato la superficie della Terra.

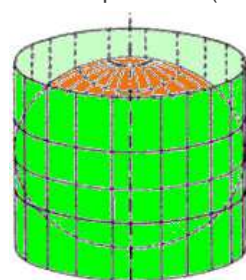
Queste proiezioni, dette o **cilindriche** o **coniche**, possono essere distinte sia in o *tangenti* o *secanti*, a seconda che la superficie o cilindrica o conica sia o tangente o secante la superficie terrestre, sia in o *dirette* o *inverse*, a seconda che l'asse del cilindro o del cono o coincida con quello terrestre o coincida con il piano dell'equatore, sia *oblique*, se l'asse del cilindro o del cono è in una posizione diversa dalle precedenti.

Nella **proiezione cilindrica** la superficie laterale del cilindro è tangente all'equatore (cilindro diretto), i meridiani sono rappresentati da linee parallele, equidistanti e perpendicolari all'equatore, i paralleli sono rappresentati da rette uguali e parallele all'equatore, che si avvicinano progressivamente in direzione dei poli (a causa della curvatura della Terra) [fig. 08].

La proiezione, sviluppata sulla superficie ausiliaria, si presenta come un reticolato composto da maglie rettangolari di dimensioni variabili con la latitudine, ovvero sempre più piccole via via che ci si avvicina ai poli.

Questa proiezione è sia equivalente sia equidistante solo lungo l'equatore; la deformazione è minima per le regioni equatoriali, lungo la linea di tangenza, mentre, per contro, aumenta per le regioni polari.

I due poli, che sulla superficie Terrestre sono due punti, sulla carta sono rappresentati da linee lunghe tanto quanto l'equatore.

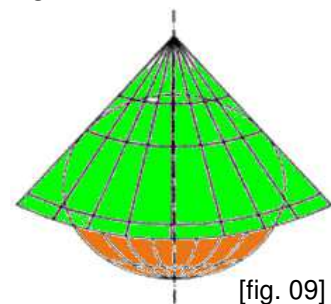


[fig. 08]

Nella **proiezione conica** il cono, all'interno del quale si colloca il globo terrestre, è tangente lungo un parallelo di quest'ultimo; dopo lo sviluppo in piano, il reticolato è composto da meridiani e rettilinei e divergenti a ventaglio dal polo e dai paralleli, rappresentati da archi di circonferenze concentriche [fig. 09].

La zona in cui si hanno le minori deformazioni è quella a cavallo del parallelo di tangenza ove, solo lungo la linea di tangenza, la proiezione è equidistante.

Le **Proiezioni modificate** sono ottenute dalle precedenti apportando delle correzioni, attraverso l'applicazione di algoritmi matematici, così da attenuare le inevitabili deformazioni; comprendono, pertanto, tutte quelle proiezioni che non ricadono completamente in uno dei casi già esaminati.



[fig. 09]

Curiosità

La più diffusa, fra le proiezioni modificate, credo sia la **proiezione cilindrica isogona di Mercatore**, nome italianizzato del e matematico e geografo e cartografo fiammingo **Gerhardus Kremer** (1512-1594), ottenuta da una proiezione cilindrica tangente all'equatore.

La Carta è una isogonica, equivalente lungo l'equatore, in cui le si è applicato l'artificio di compensare le deformazioni in longitudine aumentando proporzionalmente le distanze dei paralleli alle alte latitudini, e i meridiani e i paralleli sono rappresentati da due fasci di rette parallele tra loro ortogonali; mentre, però i meridiani si mantengono tra loro equidistanti, i paralleli, per contro, si distanziano sempre più andando dall'equatore verso i poli.

Le **Proiezioni convenzionali** o **analitiche**, definite più propriamente **rappresentazioni** richiedono, per la loro costruzione, il ricorso non alla geometria proiettiva, come nelle precedenti, ma a relazioni matematiche con le quali si desidera ottenere particolari risultati; possono essere suddivise sia in **pseudocilindriche** sia in **pseudoconiche**, che presentano analogie con le corrispondenti proiezioni e cilindriche e coniche, sia in **discontinue**, dette anche **interrotte**, nelle quali si ricorre contemporaneamente a proiezioni diverse per rappresentare varie parti della superficie terrestre.

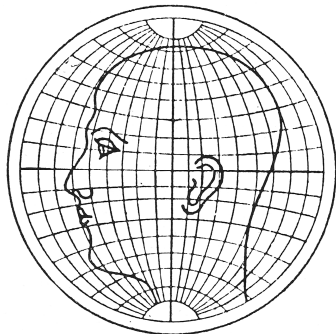
Le proiezioni **pseudoconiche** comprendono, inoltre, le **policoniche** e le **policentriche**, per la cui realizzazione si utilizzano più superfici di proiezione.

Seconda digressione

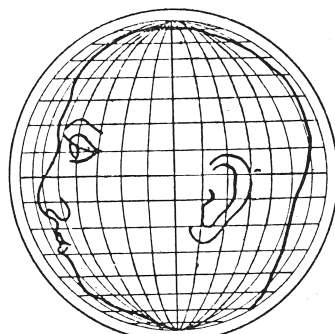
La testa di Dentz e Adams

Abbiamo detto che in tutte le rappresentazioni cartografiche sono presenti delle inevitabili deformazioni, ma forse non era chiaro che differenti proiezioni implicano differenti deformazioni.

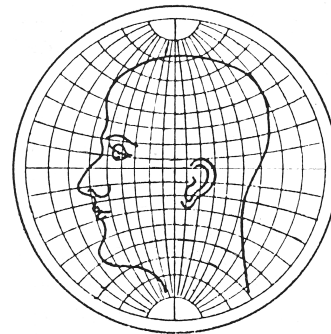
L'ormai famosa **testa di Dentz e Adams** visualizza, con effetto chiaramente dimostrativo, le deformazioni che assume in alcune diverse proiezioni.



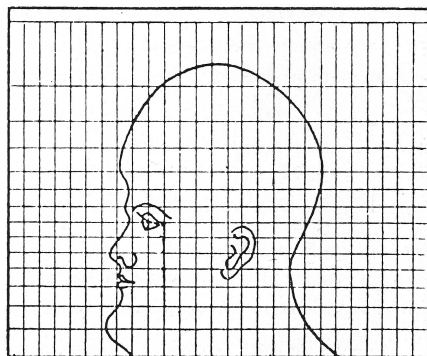
Rappresentazione
globulare



Rappresentazione
ortografica

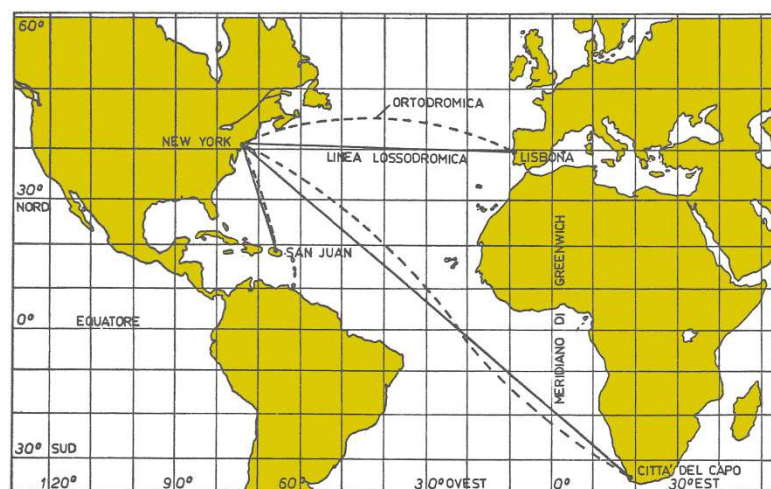


Rappresentazione
stereografica



La rappresentazione di Mercatore

La proiezione cilindrica diretta modificata di **Mercatore**, che è conforme, è utile per la costruzione di carte e nautiche e aeronautiche; su di essa è possibile tracciare la **linea lossodromica** (linea congiungente due punti, che interseca tutti i meridiani secondo uno stesso angolo lungo tutta la rotta) come un segmento, mentre nella realtà essa è rappresentata da una geodetica (una linea curva), data la sfericità terrestre.



Per brevi tratte è più conveniente seguire la rotta lossodromica perché, anche se è un percorso più lungo, è più semplice percorrerla.

Per lunghe tratte è, per contro, più conveniente seguire la rotta ortodromica perché, nonostante sia un percorso più complesso da se-

guire, è più corto e fa risparmiare tempo e carburante.

La rappresentazione conforme di Gauss

Una cilindrica inversa

La **Rappresentazione conforme di Gauss** è una cilindrica inversa poiché si ottiene supponendo che la superficie cilindrica ausiliaria risulti tangente, alla superficie ellissoidica terrestre, lungo un meridiano [dis. 02].

Osservazioni

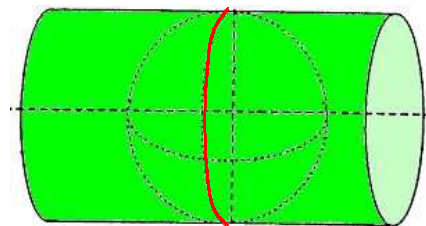
La proiezione geometrica **Cilindrica diretta**, ottenuta supponendo il cilindro tangente, all'ellissoide, lungo l'equatore è, per contro, **afilattica**

Formulata dal matematico tedesco **Karl Friedrich Gauss** (1777 – 1855) nel 1820, ed interamente sviluppata da **L. Krüger** nel 1912, fu oggetto di studio da parte di molti geodeti [fig. 10a].

Fra questi si distinse il geodeta italiano **Gianni Boaga** (1902 – 1955) il quale elaborò particolari formule logaritmiche, ed approntò le tabelle di conversione valide per il nostro territorio nazionale, allo scopo di introdurre la **rappresentazione di Gauss** come base per la cartografia ufficiale italiana.

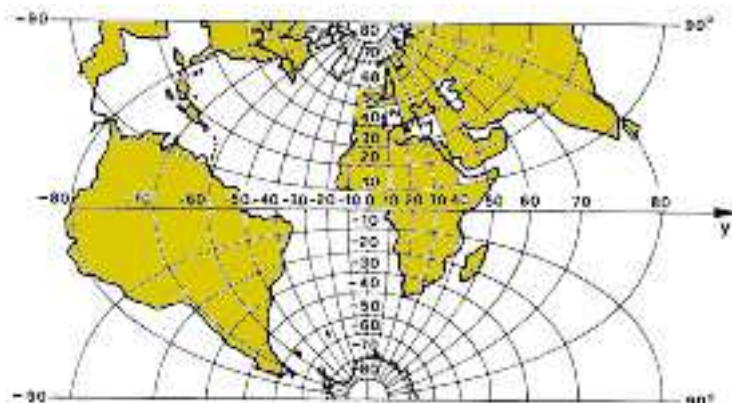
In considerazione dell'importanza del suo lavoro, tale sistema prese, come denominazione italiana, quella di: **proiezione di Gauss-Boaga**.

Le condizioni *al contorno* proprie della rappresentazione *conforme di Gauss*, la sola che prenderemo in considerazione, sono:



[fig. 10a]

1) le trasformate dell'equatore (latitudine $\varphi = 0^\circ$) e del meridiano centrale del fuso di riferimento (longitudine $\lambda = 0^\circ$) sono rispettivamente rappresentate, sul piano della proiezione, da due rette: l'asse delle ascisse «Y», e l'asse delle ordinate «X»; l'intersezione fra la trasformata del meridiano centrale e la trasformata dell'equatore individuano il punto origine del sistema di riferimento ($\varphi = 0^\circ$; $\lambda = 0^\circ$) [fig. 10b].



[fig. 10b]

2) in tutti i punti dell'asse «X» il modulo di deformazione lineare rimane uguale ad uno, o parimenti sono conservate le lunghezze oggettive lungo la direzione dell'asse «X».

Assumendo il meridiano origine coincidente con quello di tangenza, del cilindro trasverso con l'ellissoide, per $\lambda = 0^\circ$, si ha:

$$\left\{ \begin{aligned} x &= B_\phi + \frac{N \cdot \sin \phi \cdot \cos \phi}{2!} \cdot \lambda^2 + \frac{N \cdot \sin \phi \cdot \cos^3 \phi}{4!} \cdot (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) \cdot \lambda^4 + \dots \\ &\dots + \frac{N \cdot \sin \phi \cdot \cos^5 \phi}{6!} \cdot (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330\eta^2 t^2) \cdot \lambda^6 + \dots \end{aligned} \right.$$

[02]

$$\left\{ \begin{aligned} y &= N \cdot \cos \phi \cdot \lambda + \frac{N \cdot \cos^3 \phi}{3!} \cdot (1 - t^2 + \eta^2) \cdot \lambda^3 + \dots \\ &\dots + \frac{N \cdot \cos^5 \phi}{5!} \cdot (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 \cdot t^2) \cdot \lambda^5 + \dots \end{aligned} \right.$$

in cui: x = latitudine in coordinate piane cartesiane - y = longitudine in coordinate piane cartesiane (per ottenere la longitudine in coordinate U.T.M. si deve sommare l'ascissa convenzionale «500 km» - B_ϕ = lunghezza dell'arco di meridiano centrale del fuso, dall'equatore alla latitudine ϕ - e^2 = seconda eccentricità - N = gran normale - $t = \tan \phi$ - $\eta^2 = e^2 \cdot \cos^2 \phi$.

La Cartografia ufficiale italiana

La Carta d'Italia

Allo scopo di contenere le deformazioni e di assicurare, sui valori delle coordinate, la precisione richiesta per i punti geodetici della rete di 1° ordine, si stimò opportuno, in un primo tempo, ripartire il territorio italiano in cinque fusi di 3° di ampiezza; valutata infatti fino le quarte potenze di «λ», l'espressione del modulo di deformazione lineare, in funzione delle coordinate geografiche «φ» e «λ», diviene:

$$m = 1 + \frac{\lambda_{\max}^2 \cdot \cos^2 \varphi}{2} \cdot (1 + \eta^2) + \frac{\lambda_{\max}^2 \cdot \cos^4 \varphi}{24} \cdot (5 - 4 \cdot \tan^2 \varphi) \quad [03]$$

essendo: $\lambda_{\max}$ = semi ampiezza angolare del fuso di riferimento.

Trascurando, nella [03], le quarte potenze di «λ» poiché nulla aggiungono alla precisione del risultato (in questo caso il loro contributo è minore di $5 \cdot 10^{-8}$, affatto trascurabile) e rilevando che il valore delle deformazioni massime si verificava, più o meno, in coincidenza della zona meridionale dell'isola di Sicilia, risolvendo per $\lambda_{\max} = 1^\circ 30'$ e per $\varphi = 36^\circ 30'$, si aveva:

$$m \cong 1,000222$$

ed il valore del *modulo di deformazione lineare* risultava ampiamente nei limiti prefissati dall'errore di graficismo; quest'ultimo, per quanto riguarda le Cartine al 1:25 000, può essere stimato in circa cinque metri..

In seguito, uniformandosi così alla scelta di altre nazioni che già avevano adottato la proiezione di Gauss, fu deciso di utilizzare soltanto due fusi di 6° di ampiezza: fuso Est e fuso Ovest; i meridiani centrali risultano rispettivamente a 9° ed a 15° da Greenwich (rispettivamente a 3° 27' 08".4 Est e 2° 32' 51".6 Ovest da M. Mario).

Dall'espressione della [03], impiegando sempre la formula in forma semplificata (in questo caso il contributo della parte non considerata è minore di $1 \cdot 10^{-6}$, ugualmente trascurabile) e rilevando che il valore delle deformazioni massime si verifica, più o meno, in coincidenza della zona orientale della penisola Salentina, risolvendo per $\lambda_{\max} = 3^\circ$ e per $\varphi = 40^\circ$, si sarebbe ottenuto:

$$m \cong 1,000807$$

ed è chiaro che il valore massimo del *modulo di deformazione lineare* sarebbe risultato troppo elevato e pertanto inaccettabile ai fini cartografici.

Per ovviare a tale inconveniente si è pensato di applicare un *coefficiente di riduzione* del 0.4%, equivalente ad un rapporto di riduzione di $r = 0,9996$, per il quale sono stati moltiplicati i valori delle *coordinate gaussiane* che compaiono nelle *formule di corrispondenza*; in questo modo il valore del modulo di deformazione lineare massimo si riduce circa alla metà rientrando nei limiti degli errori di graficismo ammessi [fig. 11].

$$m \cong 1,000407$$

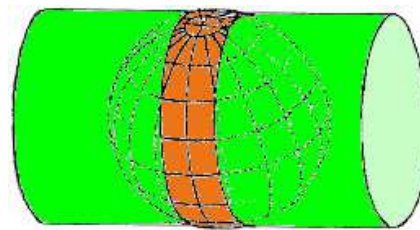
Questo espediente, che equivale in pratica a considerare il cilindro trasverso secante all'ellissoide, produce l'effetto di variare il valore del modulo di deformazione lineare in modo da fargli assumere, sul meridiano centrale, il valore di $m = 0.9996$ e, sui meridiani di bordo del fuso, il valore di $m = 1.0004$.

Il valore $m = 1$, conservazione delle lunghezze oggettive, si ha ora lungo due meridiani, chiamati **meridiani standard**, posti a circa $\pm 2^\circ$, o parimenti a circa ± 180 km (alla latitudine media italiana di 42° N), dal meridiano centrale del fuso [dis. 03].

Curiosità

La prima «**Carta geografica della Sardegna**», composta da due fogli in scala 1:380 000, fu compilata, nel 1811 da **Rizzi-Zannoni** su materiale rilevato da **Padre Tommaso Napoli**.

Le distanze sono state misurate a tempi di marcia a cavallo e le poche misure angolari sono state ricavate per mezzo di una bussola, fissata al pomo della sella, munita di un cerchio di cartone, da lui stesso graduato, e di un tubo, anch'esso di cartone, utilizzato per eseguire le collimazioni.



[fig. 11]

Le Carte dell'I.G.M.

La Serie 25/v

La **vecchia Carta fondamentale d'Italia (Serie 25/V)**, comprendente tutto il territorio nazionale, è composta da 285 elementi (**Fogli**), alla scala 1:100 000 (1 mm = 100 m), contrassegnati con un numero progressivo da **1** a **227**; otto (1A, 4A, 4B, 4C, 14A, 40A, 53A) hanno numerazione anomala [dis. 01].

La **serie 25/V** è inquadrata nel **sistema geodetico italiano** [vedi oltre: **I Sistemi geodetici di riferimento**].

Ogni **Foglio**, delle dimensioni di venti primi (20'), in Latitudine, per trenta primi (30'), in Longitudine (copre pertanto una superficie di circa 1600 km²), è stato diviso in quattro **Quadranti** contrassegnati da numeri romani (**I, II, III, IV**), iniziando dal quadrante in alto a destra e procedendo in senso orario, i quali, ingranditi alle stesse dimensioni del **Foglio**, risultano alla scala 1:50 000 (1 mm = 50 m) [fig. 12].

Ogni **Quadrante**, delle dimensioni di dieci primi (10'), in Longitudine, per quindici primi (15'), in Latitudine (copre pertanto una superficie di circa 400 km²), è stato, a sua volta, suddiviso in quattro **Tavolette** contrassegnate dagli estremi geografici (**NE, SE, SO, NO**) le quali, ingrandite ancora alle dimensioni del **Foglio**, risultano essere alla scala 1:25 000 (1 mm = 25 m).

Alcune **Tavolette**, delle dimensioni di cinque primi (5'), in Longitudine, per sette primi e mezzo (7.5'), in Latitudine (coprono pertanto una superficie di circa 100 km²), sono state infine divise in **Sezioni**; queste ultime, contrassegnate dalle prime lettere dell'alfabeto: **A, B, C, D** (la **numerazione** inizia dal riquadro in alto a destra e procede in senso orario) risultano alla scala 1:10 000 (1 mm = 10 m) e coprono una superficie di circa 25 km².

In considerazione della maggior praticità e della sufficiente precisione ottenibile, ritengo che l'elemento cartografico più utile, almeno per gli scopi che si prefigge la speleologia, sia la **Tavoletta**.

Per indicare inequivocabilmente una Tavoletta si deve pertanto specificare: il numero del **Foglio**, il **quadrante**, l'**orientamento**, meglio anche il **nome**.

Questi dati, chiamati **estremi della Carta** o **elementi sistematici della cartografia italiana**, sono segnati sul margine superiore delle Carte, unitamente ad uno schema raffigurante la loro posizione relativa alle contermini.

Volendo indicare la **Tavoletta** contrassegnata dal **Punto interrogativo «?»** dovremmo specificare che appartiene al Foglio n° **226**, Quadrante **II**, Orientamento **N.O.** [fig. 12].

Scriveremo quindi: F° 226 II N.O. S. Nicolò Gerrèi.

La Serie 25

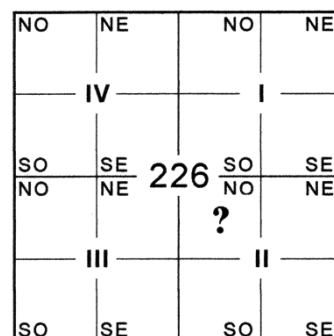
La **nuova Carta fondamentale d'Italia (Serie 25)**, comprendente anch'essa tutto il territorio nazionale, è composta da 636 elementi (**Fogli**), alla scala 1:50 000 (1 mm = 50 m), contrassegnati con un numero progressivo da **001** a **652** (tre **Fogli** sono stati soppressi: «130», «150», «151», quindici **Fogli** costituiscono il «fuori margine», di Fogli adiacenti, e due hanno la numerazione bis: «557 bis», «580 bis»).

La **serie 25** è inquadrata nel **sistema geodetico europeo** [vedi oltre: **I Sistemi geodetici di riferimento**].

Ogni **Foglio**, delle dimensioni di venti primi (20'), in Longitudine, per dodici primi (12'), in Latitudine, è stato diviso in quattro **Sezioni**, contrassegnate da numeri romani (**I, II, III, IV**), iniziando dalla sezione in alto a destra, le quali, ingrandite alle dimensioni del **Foglio**, risultano alla scala 1:25 000 (1 mm = 25 m); ogni **Sezione** ha le dimensioni di dieci primi (10'), in Longitudine, per sei primi (6'), in Latitudine [fig. 13].

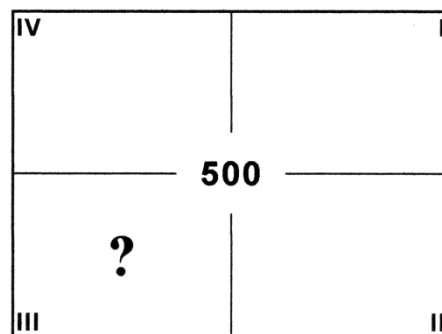
Per indicare inequivocabilmente una Sezione si deve pertanto specificare: il numero del **Foglio**, la **Sezione**, meglio anche il **nome**.

Volendo indicare la **Sezione** contrassegnata dal **Punto interrogativo «?»** dovremmo specificare che appartiene al Foglio n° **500**, Sezione **III** [fig. 13].



F° 226 II NO (S. Nicolò Gerrèi)

[fig. 12]



F° 500 III (Olivena)

[fig. 13]

Scriveremo quindi: F° 500 III Oliena.

Nella cartografia **serie 25** l'elemento cartografico più idoneo, ai fini speleologici, risulta pertanto la **Sezione**.

In essa è rappresentato un territorio più vasto, circa il 50%, di quello rappresentato sulle Tavole (circa 150 km² contro i circa 100 km²).

D'ora in poi, quando parleremo di *Carte topografiche*, o più semplicemente di *Carte* o *Cartine*, sottintenderemo sempre, se non diversamente specificato, uno dei due elementi cartografici in scala 1:25 000 indifferentemente: *Tavole* (serie 25/V) o *Sezioni* (serie 25).

Informazioni

L'**Autore** ha elaborato un programma il quale, date le coordinate geografiche, di un punto «G», fornisce l'indicazione completa dell'elemento cartografico a cui appartiene «G».

La Carta tecnica regionale

La **Carta Tecnica Regionale della Sardegna (CTR)**, alla scala 1:10 000 (1 mm = 10 m), è inquadrata nel **sistema geodetico europeo** [vedi oltre: **I Sistemi geodetici di riferimento**] ed è composta da 715 elementi (**Sezioni**) contrassegnati, ciascuno, da un numero composto di sei (6) cifre.

Le prime tre cifre indicano il numero che identifica il **Foglio** (nella cartografia edita dall'I.G.M., alla scala 1:50 000, *serie 25*), le seconde tre cifre indicano la posizione di ogni elemento mediante una numerazione che comprende l'intero *Foglio* ed ad iniziare dal numero «010» prosegue, di dieci in dieci, da sinistra verso destra e dall'alto verso il basso per un totale di sedici (16) elementi: «010», «020», «030», «040», «050», «060», «070», «080», «090», «100», «110», «120», «130», «140», «150», «160» [fig. 14].

Ogni **Sezione** (così è chiamato *l'elemento cartografico*), delle dimensioni di cinque primi (5'), in Longitudine, per tre primi (3'), in Latitudine, copre una superficie di circa 39 km² ed è inquadrata nel **Sistema geodetico europeo**.

Sulla **CTR** sono presenti sia le **Coordinate geografiche europee** (mancano invece le *Coordinate geografiche italiane*) sia le indicazioni necessarie per tracciare le maglie dei reticolati chilometrici sia delle **Coordinate piane U.T.M.** sia delle **Coordinate piane Gauss-Boaga**, sono inoltre riportati i valori dei *vertici di quadrettatura* sia delle *Coordinate ellissoidiche europee* sia delle *Coordinate piane U.T.M.* sia delle *Coordinate piane Gauss-Boaga*.

Volendo indicare la **Sezione** contrassegnata dal **numero in grassetto** dovremmo specificare che appartiene al Foglio **500** (I.G.M. serie 25) ed alla Sezione **120** Dorgali [fig. 14].

Scriveremo quindi: Sezione 500-120 Dorgali.

010	020	030	040
IV		I	
050	060	070	080
500			
090	100	110	120
III		II	
130	140	150	160

Sezione 500-120 (Dorgali)

[fig. 14]

Le Carte

Classificazione delle Carte

In base alle deformazioni: conformi, equivalenti, afilattiche

In base alle deformazioni che inevitabilmente sono presenti ed alle proprie caratteristiche peculiari, le rappresentazioni possono essere distinte in:

Conformi (Gauss) o **Isogoniche** o **Autogonali** (Tissot) o **Ortoformi** (Germain): quando si ha corrispondenza fra gli angoli « α_t » misurati direttamente sul terreno e i medesimi angoli « α_c » misurati sulla *Cartina*; il *modulo di deformazione angolare* « m_a » è, in questo caso, uguale a zero.

Equivalenti: quando si ha una proporzionalità diretta fra aree infinitesimali « S_c », misurate sul terreno, e le medesime aree « S_t », misurate sulla *Cartina*; il *modulo di deformazione superficiale* « m_s » è, in questo caso, costante sull'intera Carta:

Afilattiche o **Autaliche**: quando si rinuncia alla conservazione sia degli elementi superficiali sia di quelli angolari, e si impongono determinate condizioni cercando di minimizzare tutte le deformazioni mantenendole entro limiti accettabili.

Osservazioni

Nessuna rappresentazione cartografica può essere, contemporaneamente, sia *conforme* sia *equivalente*.

Ciò equivarrebbe ad affermare che sarebbe possibile ottenere, sul piano, una rappresentazione perfettamente *fedele* della *superficie ellissoidica*, o di una sua parte.

La teoria dimostra inoltre che mentre è possibile costruire delle Carte o soltanto *conformi* o soltanto *equivalenti* è impossibile ottenere l'*equidistanza*, se non in un'unica direzione ben definita, simultaneamente anche od alla conformità od alla equivalenza.

In base alla scala: geografiche, corografiche, topografiche ed altre

Il numero e la definizione delle informazioni presenti in una Carta è, generalmente, funzione della Scala; sembra pertanto utile fornire una distinzione degli elementi cartografici più comuni, in uno schema peraltro non rigido, in base alla Scala o *rapporto di riduzione*:

Carte geografiche (alla scala 1:1 000 000 o minori)

Carte corografiche (alla scala da 1:1 000 000 esclusa, a 1:100 000)

Carte topografiche (alla scala da 1:100 000 esclusa, a 1:50 000)

a *piccola scala* (da 1:100 000 a 1:50 000)

a *media scala* (da 1:50 000 a 1:10 000)

a *grande scala* (da 1:10 000)

Le diciture varie

Le **diciture illustrative** sono inserite fuori cornice con lo scopo di rendere più completa, e più chiara, l'interpretazione della Carta [dis. 04].

Oltre ad alcune diciture già considerate quali: il nome dell'elemento cartografico, il numero del Foglio ed eventualmente l'indicazione del Quadrante e della tavoletta, il grafico indicante la sua posizione rispetto alle contermini, ve ne sono altre:

l'indicazione del *sistema geodetico* con l'orientamento dell'*ellissoide* e la longitudine di *M. Mario da Greenwich*.

le indicazioni relative al *reticolato chilometrico* con un esempio di designazione di un Punto.

il valore sia della *declinazione magnetica* (ad una certa data) sia della *convergenza*, ambedue misurate al centro della Carta.

il *coordinatometro* utile per la valutazione dei decimetri sul reticolato chilometrico: 1 dm a stima.

l'indicazione dell'*equidistanza* (ne ripareremo meglio più avanti, nel paragrafo «**Le curve altimetriche (isoipse)**»).

il prospetto con i valori, in coordinate *Gauss-Boaga*, dei vertici di quadratura.

la *scala grafica* e quella *numerica* o *di proporzione* (sono trattate ambedue diffusamente nella dispensa «**Il rilievo delle cavità sotterranee**» nel paragrafo «**Le informazioni indispensabili**»).

un sunto dei *segni convenzionali* di più frequente consultazione.

i *dati di costruzione* della Carta: la data del rilievo e dei successivi aggiornamenti, il tipo di rilevamento utilizzato (dai più vecchi ai più recenti), gli strumenti usati, la valutazione della Carta.

La simboleggiatura cartografica

La **simboleggiatura cartografica** è utilizzata per indicare, sulle Carte, le varie entità presenti sul suolo; si avvale, a tal uopo, di particolari elementi chiarificatori, facilmente riconoscibili e di immediata interpretazione, chiamati: *segni convenzionali*.

Alcuni di essi ricordano, nell'aspetto, la forma dell'oggetto raffigurato (*simboleggiatura imitativa*); altri, per contro, ne sono completamente differenti [dis. 05a – 05b].

Tutti i simboli, con i quali si richiama l'aspetto della realtà, possono essere compresi in tre soli gruppi:

Elementi geodetici e tipografici

Elementi del paesaggio naturale

Elementi del paesaggio umano.

Gli **Elementi geodetici**, o *trigonometrici*, sono i punti geodetici appartenenti alla *rete geodetica* di 1° e di 2° ordine (importanti cime montuose, campanili, torri, ecc.); le quote sono sempre riferite al suolo sul quale sono materialmente contrassegnati.

Sulle Cartine vengono sempre indicati per mezzo di un triangolo equilatero con il vertice rivolto verso nord.

gli **Elementi tipografici** sono punti di 2 ÷ 4 cifre, segnati in modo sparso sulle Cartine ed indicano la quota di punti caratteristici (case, ponti, cucuzzoli) ma non sono associate né a punti particolari né a contrassegni sul terreno: servono come quote appoggio per le misurazioni di dettaglio.

Sulle Cartine vengono sempre indicati con un triangolo equilatero con un vertice rivolto verso sud, come parimenti avviene per i punti *trigonometrici catastali*.

Le quote riportate sulle Carte, scritte sempre orizzontalmente, sono di vario tipo: *Punti geodetici* o *trigonometrici*, *capisaldi per livellazioni speciali*, *punti quotati speciali*, *punti quotati*, *quote topografiche*; la loro importanza decresce secondo quest'ordine mentre la loro frequenza cresce al diminuire dell'importanza.

Gli **Elementi del paesaggio naturale** sono molteplici ma, nonostante il loro numero, possono essere compresi in due soli gruppi:

Elementi relativi all'orografia

Elementi relativi alla planimetria

Gli **Elementi relativi all'orografia**, o al *rilievo del terreno* comprendono: *i modi di rappresentazione*, *il lumeggiamento*.

I *modi di rappresentazione* sono funzione del tipo di Carta e della scala in cui quest'ultima è allestita.

Tralasciando volutamente i sistemi inusuali possiamo ricordare: *piani quotati*, *tinteggiatura altimetrica* o *ipsometrica*, *tratto forte*, *isoipse*, *spina di pesce*, *sfumo*, *tratteggio*, ecc.; le *Isoipse* sono le sole che saranno descritte compiutamente.

Il *lumeggiamento* consiste nell'ombreggiare certe parti dei rilievi, e degli avvallamenti, e nel lasciarne in luce altre fornendo così una più naturale impressione della plastica del terreno; si distinguono in tre tipi: *zenitale*, *a luce obliqua*, *misto*.

Gli **elementi relativi alla planimetria** comprendono: *l'idrografia continentale*, *l'idrografia marina*, *la vegetazione spontanea*.

Elementi relativi all'idrografia continentale: sorgenti, cascate, fiumane, alvei abbandonati, idrografia epiglaciale, ecc.

Elementi relativi all'idrografia marina: secche, coste sabbiose (spiagge), acquitrini costieri, canali, sorgenti subacquee, ecc.

Elementi relativi alla vegetazione spontanea: praterie, boschi, sottoboschi, macchie, cespugli, radure, ecc.

Gli **Elementi del paesaggio umano**, raffiguranti opere erette dall'uomo, concorrono a modificare il preesistente paesaggio naturale per dare forma ad un nuovo scenario detto *antropico*; si possono suddividere nei seguenti gruppi:

Sedi umane e costruzioni diverse

Case, baracche, torri, chiese, cimiteri, bastioni, ruderi, ecc.

Vie di comunicazione

Vie: stradali, ferrate, fluviali, marittime, aeree, ecc.

Irrigazioni

Pozzi artesiani, fontane, cisterne, abbeveratoi, acquedotti, dighe, canali irrigui, alvei di canali asciutti, ecc.

Culture vegetali

praterie, pascoli, orti, vigneti, frutteti, limiti di cultura, giardini, parchi, radure, macchie, ecc.

Cave, miniere e simili

Miniere o forme similari di sfruttamento della natura, scarpate, pozzi di petrolio o di metano, tufare, caverne, grotte, ecc.

Le **grotte o le miniere** sono raffigurate per mezzo di trattini a raggiera, disegnati lungo una circonferenza o una semi circonferenza.

Nel primo caso indicano grotte, ad andamento generalmente verticale, in terreno orizzontale; nel secondo caso indicano grotte, ad andamento generalmente orizzontale, con ingresso in pareti verticali.

Limiti: politici ed amministrativi, ecc.

Limiti statali, limiti di regione o di regione autonoma, limiti di provincia, limiti di proprietà, cippi di confine, ecc.

Il lettore mi scuserà per aver posto i limiti *politici ed amministrativi*, o similari, assieme alle opere *antropiche*; ma pur non essendo delle vere e proprie «edificazioni» gli ho ritenuti essere, pur sempre, delle «creazioni» dell'*umana specie*.

La nomenclatura

La **nomenclatura** è il complesso dei *termini particolari* o **toponimi**, con i quali sono indicate le varie entità presenti sulle Carte; tali scritturazioni seguono generalmente la toponomastica locale conservando, spesso, anche le forme dialettali.

Si è convenuto di usare grafie diverse, per indicare i diversi gruppi di *toponimi*, in modo che le scritturazioni acquistassero anche un valore simbolico; il diverso criterio col quale esse sono eseguite: dritte, inclinate, maiuscoletto, grassetto, corsive, ecc., fornisce un'utile informazione per pesare l'importanza dei singoli elementi e valutarne l'influenza relativa.

I **toponimi** sono spesso scritti utilizzando delle abbreviazioni (es. Abb.^{io} = Abbeveratoio – Gr.^{ta} = Grotta) alle quali di solito si associa un secondo *toponimo* con l'intenzione di precisare ulteriormente l'entità indicata (es. Cuili Lionis – P.^{ta} Conca 'e Crabas).

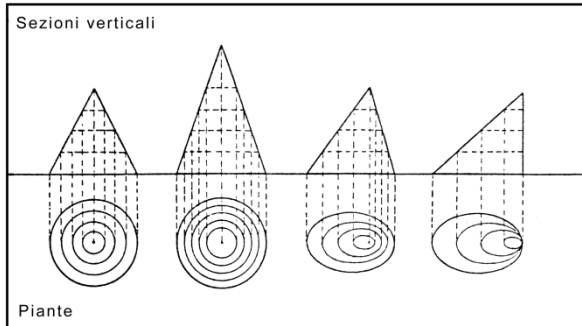
Le curve altimetriche

Isoipse, Tinte ipsometriche

Le isoipse

Le **isoipse** o *Curve di livello* o *Curve altimetriche* sono linee ideali che congiungono tutti i punti, del terreno, che stanno alla medesima quota; forniscono pertanto un'indicazione visiva, immediata ed evidente, dell'andamento altimetrico e della morfologia dei rilievi.

Per comprendere la genesi di tale simbologia prendiamo in esame alcuni coni (figure stilizzate di altrettante ipotetiche montagne) e intersechiamoli con dei piani orizzontali, tutti alla medesima distanza fra loro (medesima differenza di quota) e paralleli ad una *superficie di riferimento*, considerata a quota zero [fig. 15].



[fig. 15]

chi concentrici, nel caso del cono regolare (le prime due figure), o di ellissi, nel caso contrario (le seguenti), i quali, nel loro insieme, rappresentano la morfologia delle superfici dei vari rilievi i quali, in realtà, si presentano alquanto più articolate.

Parimenti se noi immaginiamo di intersecare con piani ideali, condotti a diverse altezze, le asperità della crosta terrestre le linee di intersezione, proiettate sulla superficie di riferimento a quota zero (livello medio marino), genereranno delle curve che rispetteranno la morfologia e l'andamento altimetrico del terreno; possiamo pertanto immaginare una rappresentazione più complessa oltre che più realistica [fig. 16].

Curiosità

Le curve che rappresentano l'andamento della profondità dei fondali marini (le corrispondenti curve altimetriche indicate, però, al di sotto del pelo libero delle acque) si chiamano curve **bati-metriche** o isobate.

La differenza di quota fra le curve consecutive, chiamata **equi-distanza**, è costante su tutta la Carta ed è scelta in modo da non appesantire troppo l'aspetto grafico (assumendo un'*equidistanza* troppo piccola si avrebbe un'eccessivo raffittimento delle *isoipse*); in genere segue la regola del millesimo (es. scala della Carta 1:25'000 - equidistanza 25 m) ma già la Carta d'Italia edita dall'I.G.M., alla scala 1:50 000, si discosta da questa regola (il valore dell'*equidistanza* è sempre indicato su ogni carta).

Al fine di fornire sia una maggiore chiarezza sia una maggiore immediatezza, di interpretazione, le Isoipse sono disegnate utilizzando tre distinti tipi di linee [fig. 25] (vedi oltre, pag. 34).

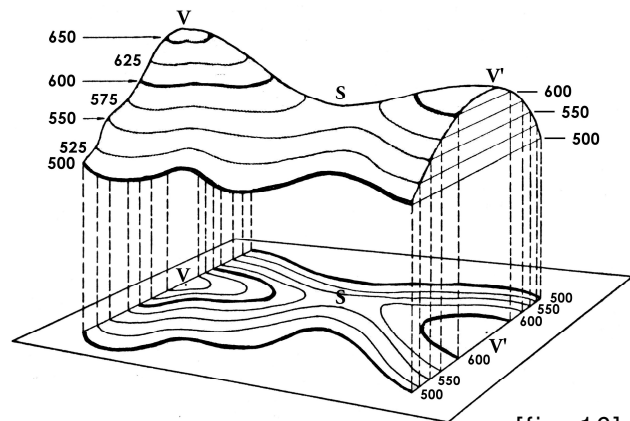
Curve **Direttrici**: disegnate con linea grossa e continua; nelle Cartine editate dall'I.G.M. alla scala 1:25 000 la loro equidistanza è di 100 m).

Curve **Intermedie**: disegnate con linea fine e continua sono comprese fra due *Direttrici*; nelle Cartine editate dall'I.G.M. alla scala 1:25 000 la loro equidistanza è di 25 m.

Curve **Ausiliarie**: disegnate con linea a piccoli tratti e sottile; nelle Cartine editate dall'I.G.M. alla scala 1:25 000 la loro equidistanza è di 5 m e sono utilizzate per esprimere meglio le irregolarità del terreno nel caso di estese superfici con minime pendenze nelle quali le isoipse intermedie risulterebbero troppo distanziate..

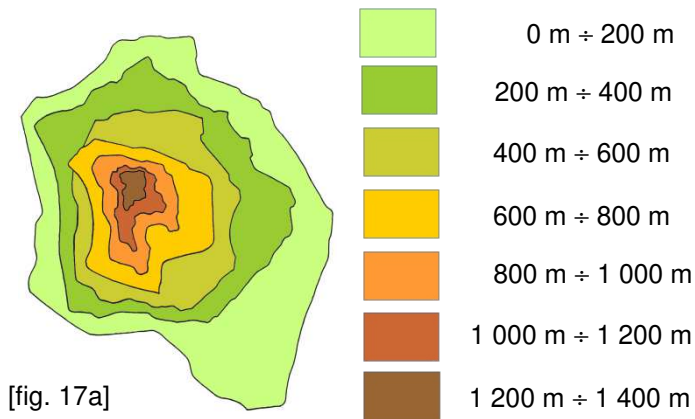
Se le *curve di livello* sono molto ravvicinate indicano *forti pendenze*, se distanziate indicano *lievi pendii*; curve con la convessità verso valle indicano *speroni*, con la convessità verso monte indicano *impluvi*.

Vedere anche la Dispensa dello stesso Autore: *Il Manualetto del Trekking* in **Le Curve di livello**, pagina 16.



[fig. 16]

Rappresentazione altimetrica a tinte ipsometriche

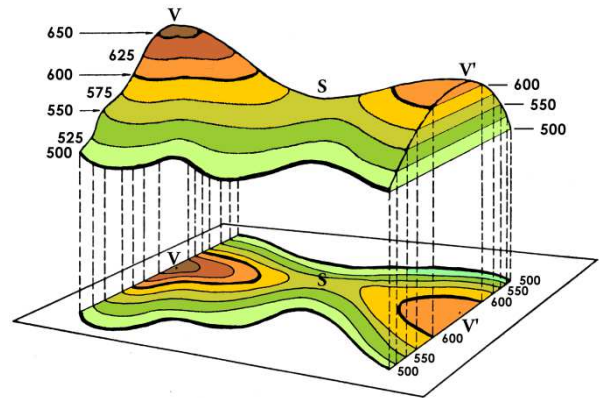


[fig. 17a]

La rappresentazione a **tinte ipsometriche** è spesso utilizzata nelle carte geografiche; consiste nell'attribuire ad una fascia di un particolare colore un determinato intervallo di quota

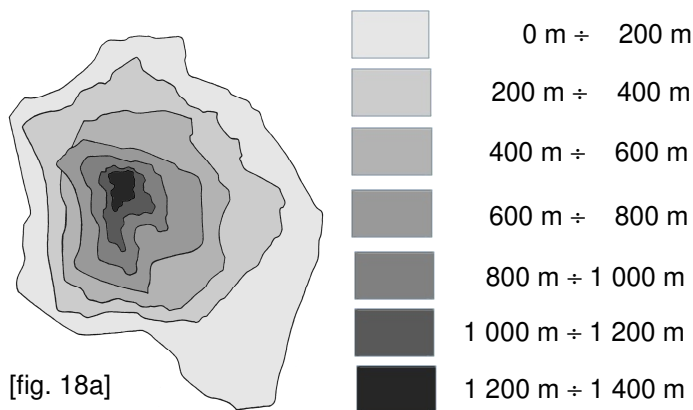
In [fig. 17a] è visualizzato un esempio di rappresentazione altimetrica a tinte ipsometriche.

La figura [fig. 16] (pagina precedente) diverrebbe, pertanto, la figura [fig. 17b].



[fig. 17b]

Oppure

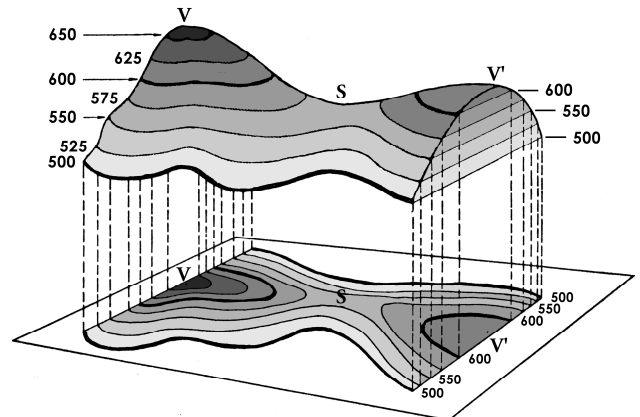


[fig. 18a]

La rappresentazione a **tinte ipsometriche** è spesso utilizzata nelle carte geografiche; consiste nell'attribuire ad una fascia di un particolare colore un determinato intervallo di quota (nelle Carte in bianco e nero, al posto dei diversi colori si utilizzano diverse sfumature di grigio in cui le tonalità più chiare rappresentano quote inferiori).

In [fig. 17] è visualizzato un esempio di rappresentazione altimetrica a tinte ipsometriche.

La figura [fig. 17b] diverrebbe, pertanto, la figura [fig. 18b].

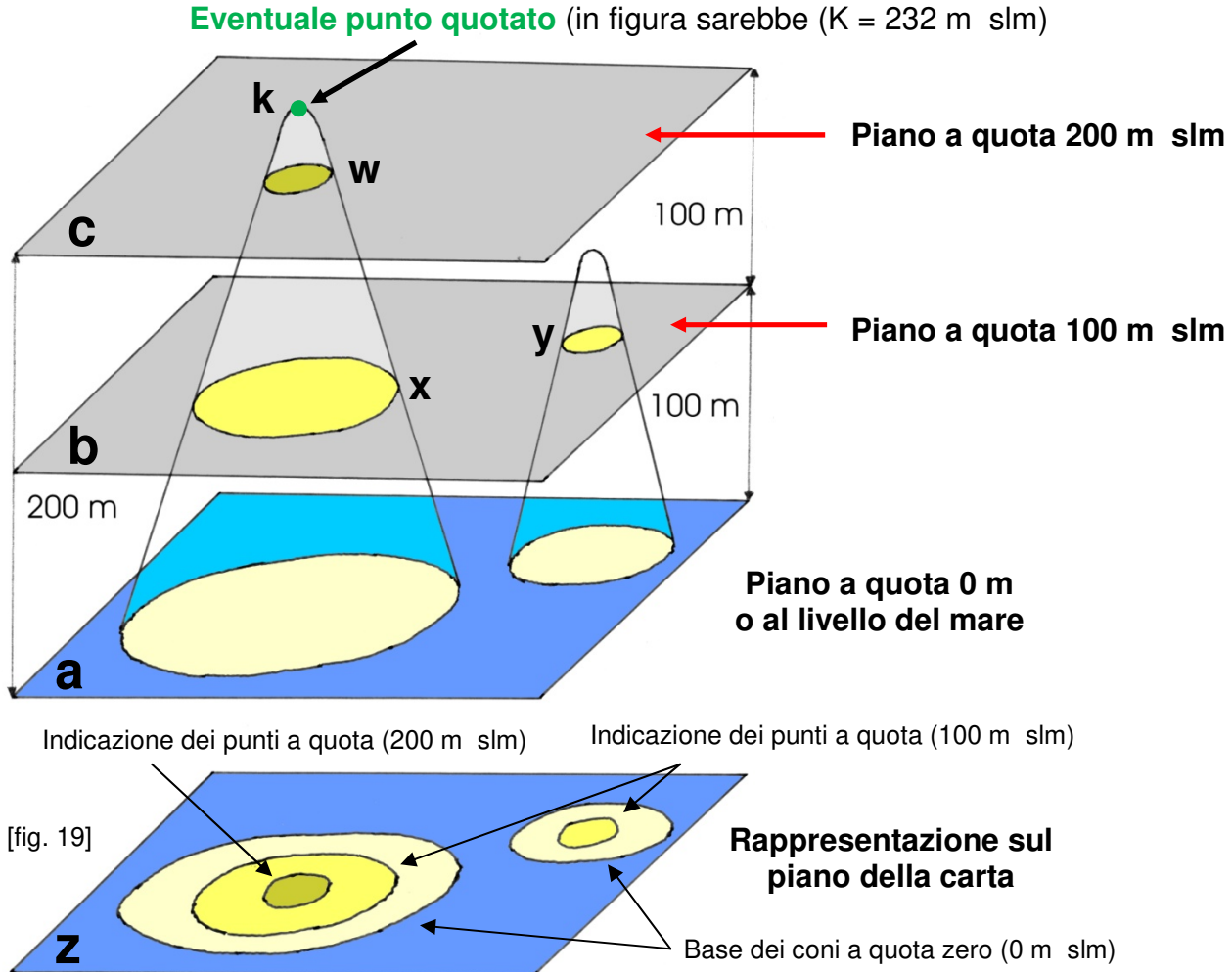


[fig. 18b]

La genesi delle isoipse

Immaginiamo sia due montagne di diversa altezza, qui stilizzate in due coni, sia un piano «a» a quota zero «0 m», da cui sorgono, che rappresenta il livello marino mesio [fig.19].

Se conduciamo un piano orizzontale «b» posto alla quota di «100 m», questo intersecherà i due coni (le montagne stilizzate) e l'intersezione di questo piano con la superficie dei coni genererà due circonferenze «x» e «y», rispettivamente e col cono più grande e col cono più piccolo, i cui punti per il fatto di giacere tutti sul piano «b» si troveranno tutti alla quota di «100 m»



Se, adesso, conduciamo un altro piano orizzontale «c» posto alla quota di «200 m», questo intersecherà solo il cono più alto e l'intersezione di questo piano con la superficie questo cono genererà una circonferenza «w» i cui punti per il fatto di giacere tutti sul piano «c» si troveranno tutti alla quota di «200 m».

Proiettando ortogonalmente le circonferenze, così ottenute, su un piano orizzontale «z», possiamo visualizzare mentalmente, con un poco di esperienza l'innalzamento dei due coni (alias le due montagne).

Nel caso, come visualizzato in verde sulla vetta del cono più alto, vi sia indicato anche il punto quotato «k», possiamo visualizzare, inoltre, l'altezza del cono (alias montagna).

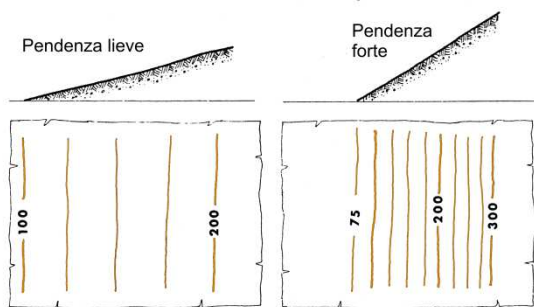
Interpretazione delle isoipse

In [fig. 20] (presente nella pagina seguente) possiamo evincere come curve di livello più distanziate indicano pendenze inferiori, mentre nella pendenze più ravvicinate indicano pendenze maggiori.

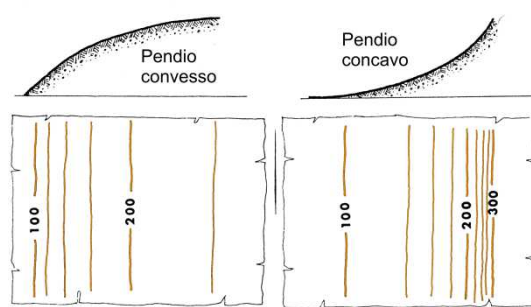
In figura [fig. 21] possiamo interpretare l'andamento del profilo longitudinale del terreno osservando la disposizione delle curve di livello.

Procedendo dal basso verso l'alto ed incontrando prima le isoipse più ravvicinate che, poi, si diradano mentre avanziamo, possiamo comprendere di essere in presenza di un pendio convesso.

Procedendo dal basso verso l'alto ed incontrando prima le isoipse più distanziate che, poi, si infittiscono mentre avanziamo, possiamo comprendere di essere in presenza di un pendio concavo.



[fig. 20]

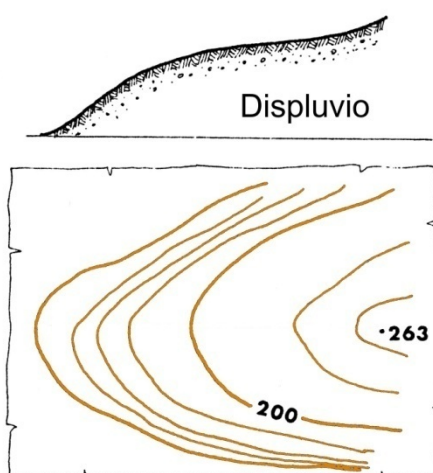


[fig. 21]

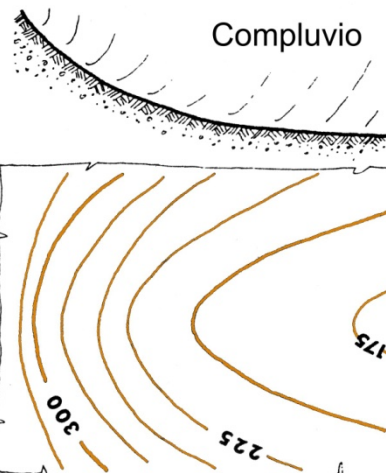
Anche nelle figure e [fig. 22] e [fig. 23] possiamo interpretare l'andamento del profilo longitudinale del terreno osservando la disposizione delle curve di livello.

In [fig. 22], procedendo dall'alto verso il basso, lungo le linee di massima pendenza, possiamo renderci conto che quest'ultima è la linea dello sparti acque.

In [fig. 23], procedendo dall'alto verso il basso, lungo la linea di massima pendenza, possiamo renderci conto che quest'ultima è la linea del raccogli acque.

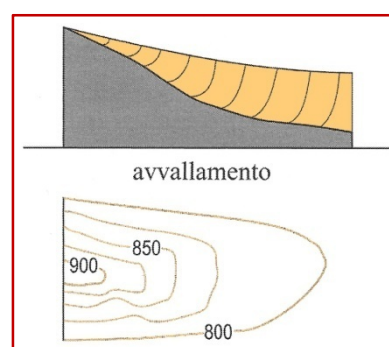
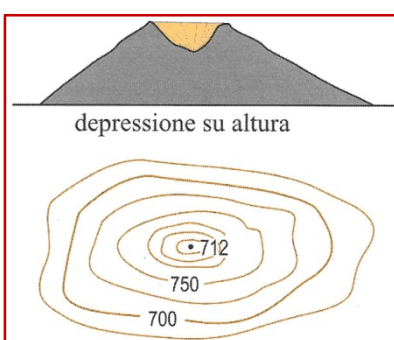
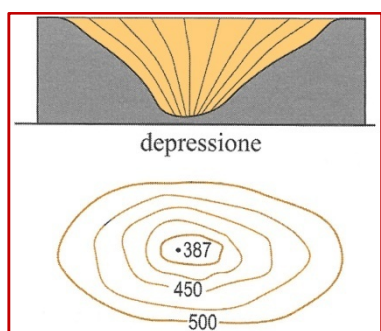
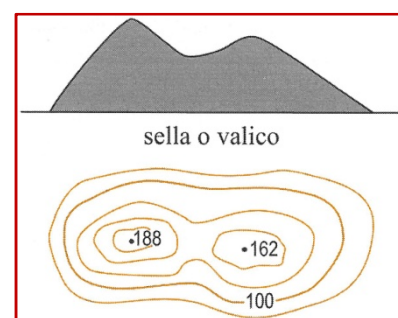
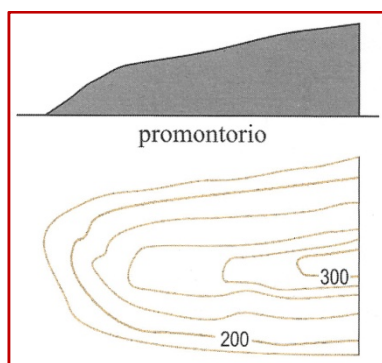
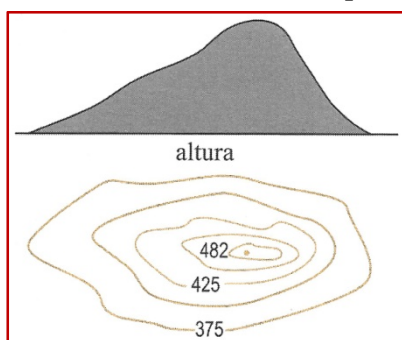


[fig. 22]

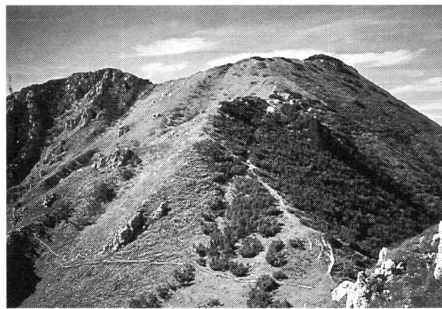
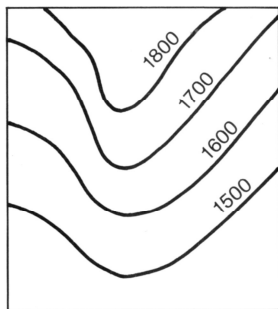


[fig. 23]

Altri esempi



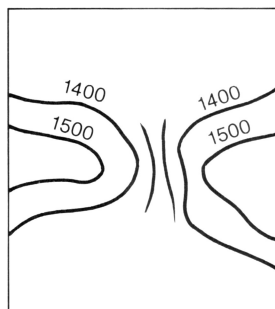
Esempi tratti dalla realtà



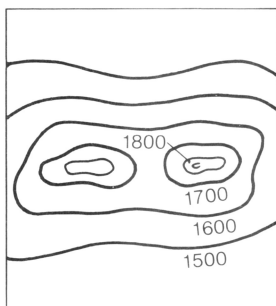
Sperone o costone o displuvio

[fig. 24]

Sella o valico o passo



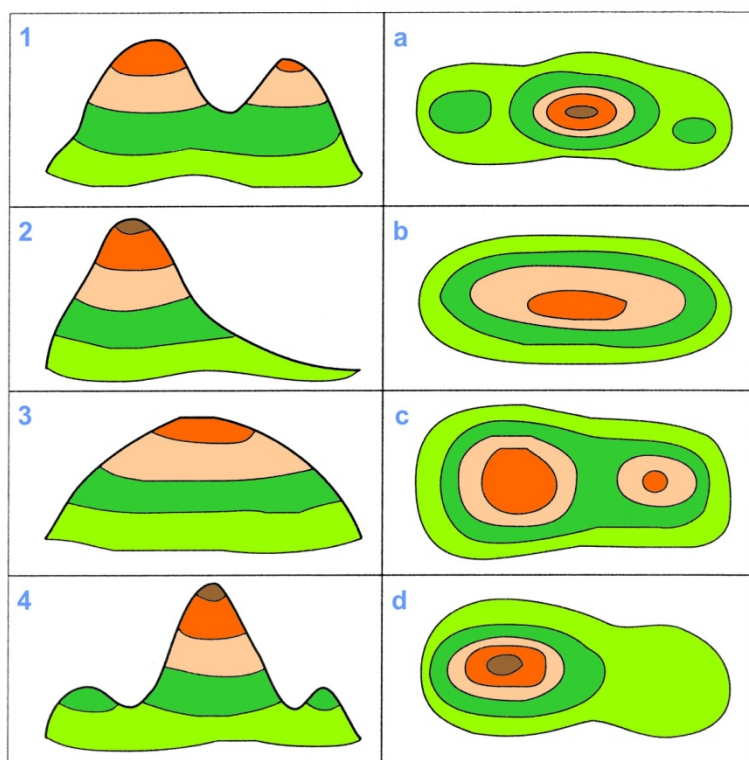
[fig. 25]



Cime (separate da una Sella)

[fig. 26]

Uno strano schema



Corrispondenza fra la visuale verticale
e la corrispondente visuale planimetrica

Qui, per contro, l'Autore ha commesso
Un grave errore

La corrispondenza, infatti, è data da:

$$\begin{aligned} 1 &= c \\ 2 &= d \\ 3 &= b \\ 4 &= a \end{aligned}$$

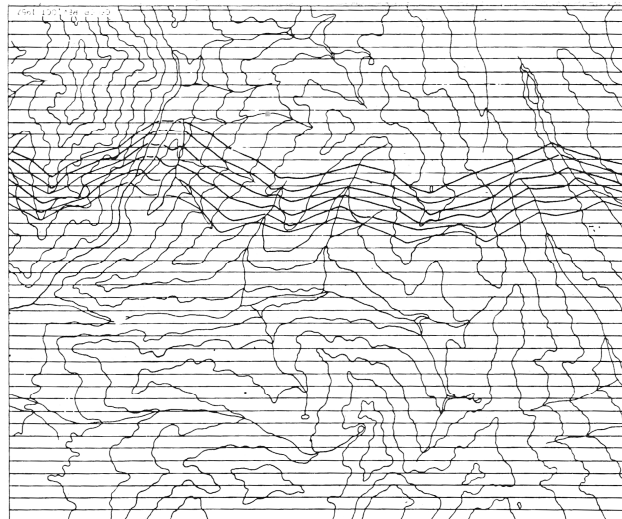
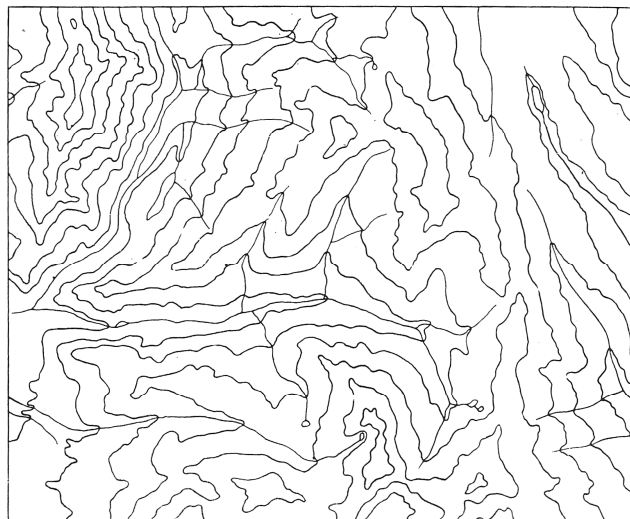
[fig. 27]

Terza digressione

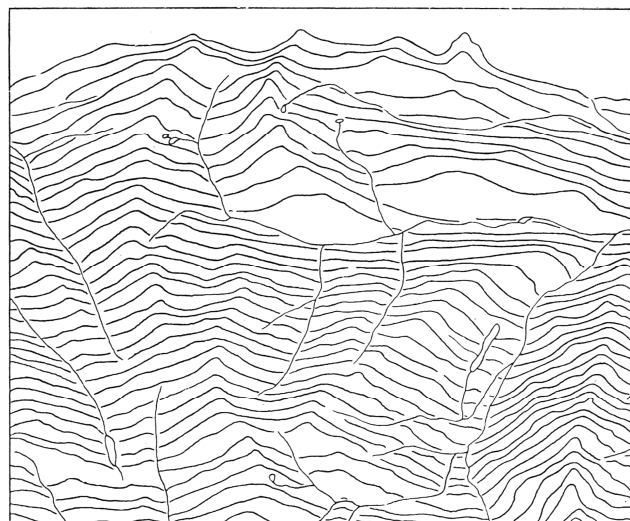
Le curve isogonotomiche

Il metodo è stato ideato dal professore giapponese **Tanaka Kitirò**, dell'istituto d'ingegneria della **Kyushu Imperial University** (lo stesso che ideò, nel 1950, il metodo delle curve lumeggiate) che lo chiamò «**Orthographical Relief Method**».

Rispetto la geometricità è consiste nel rappresentare la morfologia della superficie con sezioni del terreno, ottenute mediante piani inclinati di 45° , proiettate ortogonalmente anziché con isoipse quindi con sezioni di terreno, ottenute mediante piani orizzontali, proiettate ortogonalmente.



La costruzione delle curve *isogonotomiche* si realizza sovrapponendo ad una Carta in cui sono rappresentate le curve di livello (isoipse) un lucido in cui sono state tracciate delle rette parallele intervallate, tenendo conto della scala della Carta, del valore dell'equidistanza delle curve di livello; le curve si ottengono riunendo in successione i punti di intersezione fra le rette e le curve di livello.



Con questa rappresentazione, lo scenario appare rappresentato a *volo d'uccello*, come se venisse visto in prospettiva.

Le distanze e gli angoli sono rispettati per cui si possono eseguire le stesse misure possibili su una normale Carta a curve di livello, per contro non vi è la possibilità di ricavare la quota dei punti se non espressamente indicata.

Variando l'orientamento del lucido, su cui sono tracciate le rette, rispetto la sottostante Carta topografica, lo stesso gruppo montuoso apparirà in prospettiva come visto da un diverso punto d'osservazione.

Il campo magnetico terrestre e le sue anomalie

Il campo magnetico terrestre

Fu l'insigne matematico **K. F. Gauss** che descrisse per primo, in forma matematica esatta, la distribuzione del *campo magnetico terrestre* che risultò avere origine, per più del 95%, all'interno del globo terrestre; il restante è generato nella *ionosfera*.

La terra si comporta come un enorme magnete per cui, nella sua forma più elementare, può essere immaginata come costituita da una sbarra magnetizzata la cui posizione corrisponde approssimativamente all'asse *magnetico terrestre*.

Quest'ultimo, non coincidente con l'*asse di rotazione terrestre* e non passante per il *centro della terra*, varia continuamente la sua posizione nel tempo, anche se molto lentamente; anche i poli magnetici pertanto non coincidono con i poli geografici e l'*equatore magnetico* non coincide con l'*equatore geografico* [fig. 28].

Nella metà degli anni ottanta il *polo nord magnetico* si trovava a circa 77° di latitudine Nord e 102° di longitudine Ovest (nell'**Arcipelago Canadese**, in prossimità dell'isola del **Principe di Galles**) ed il *polo sud magnetico* a circa 65° di latitudine Sud e 139° di longitudine Est (a sud della **Tasmania**, in prossimità della **Terra Victoria** nelle coste dell'*Antartide*).

Curiosità

In questo periodo il polo nord magnetico è, contrariamente a ciò che si potrebbe ritenere, magneticamente negativo; ma non è sempre stato così.

E', infatti, ormai certo che la polarità del campo magnetico terrestre si è, nei millenni, più volte invertita, passando da un campo *magnetico normale* (quello attuale) ad un campo *magnetico inverso* e viceversa.

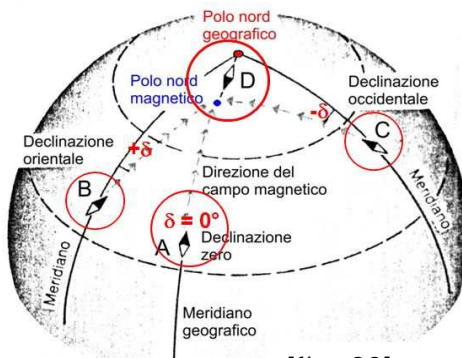
A causa della non coincidenza, dei *poli magnetici* con i *poli geografici*, il meridiano magnetico, passante per un punto «G», formerà, col meridiano geografico, passante per il medesimo punto, un angolo « δ », generalmente non nullo, la cui ampiezza dipende sia dalla

posizione di «G», sulla superficie terrestre, sia dal momento in cui si esegue la misura: l'angolo « δ » prende il nome di «**Declinazione magnetica**» [fig. 19].

In figura si può notare come nel punto «A» la declinazione magnetica « δ » è nulla (il meridiano magnetico coincide col meridiano geografico) come parimenti rimarrà nulla lungo tutto il meridiano magnetico passante per «A».

Nel punto «B» la direzione del *nord magnetico* (quella verso cui si dispone l'ago calamitato) forma, con la direzione del *nord geografico* (N), un angolo di declinazione magnetica od *orientale* od *est* o *positivo*.

Nel punto «C» la declinazione magnetica è od *occidentale* od *ovest* o *negativa*.



[fig. 28]

Curiosità

Nel punto «D», situato fra il polo nord magnetico ed il polo nord geografico (lungo il meridiano passante per entrambi i poli) l'ago della bussola indica il polo sud geografico.

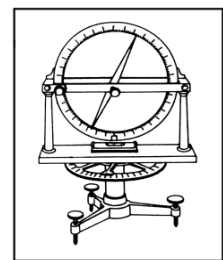
Il **campo magnetico totale terrestre** ha due componenti: una **orizzontale** ed una **verticale** (le linee che uniscono i punti in cui si ha lo stesso valore, dell'*intensità di magnetizzazione*, si chiamano «*Isodinamiche*»).

Mentre la **componente orizzontale** tende a far riprendere, all'ago calamitato, la sua posizione d'equilibrio, lungo la direzione del meridiano magnetico, la **componente verticale** tende a farlo deviare dall'orizzontale, avvicinandolo alla verticale.

L'angolo d'**inclinazione magnetica** « i » aumenta, infatti, andando dall'equatore ($i = 0^\circ$) ai poli ($i \pm 90^\circ$); al *polo sud* punterà verso lo *zenit* al *polo nord* verso il *nadir*.

Lo strumento col quale si misura l'angolo d'inclinazione « i », dall'orizzontale, è la **bussola d'inclinazione** o «**Inclinometro**» [fig. 29].

L'intensità del **campo magnetico terrestre** (*campo d'eccitazione magnetica*), come parimenti la sua direzione, non è costante ma muta sia nel tempo (variazioni o *regolari* o *accidentali*) sia col luogo (*variazioni geografiche*).



[fig. 29]

Le **variazioni regolari** sono sia *secolari*, con periodo di circa 300 anni, sia *annuali*, con periodo di circa 11 anni; vi sono inoltre variazioni *mensili*, le quali risultano minime nei mesi invernali e massime in estate ed in primavera, e variazioni *giornaliere*, le quali oscillano ora verso *Ovest* ora verso *Est*, secondo l'ora del giorno.

Le **variazioni accidentali** sono dovute alle variazioni dell'*attività solare* o *burrasche magnetiche*, alle aurore boreali ecc..

Nella **Carta magnetica dell'Italia**, edita dall'I.G.M. in scala al 1:2 000 000, sono indicate sia le linee che uniscono tutti i punti che, ad una certa data, hanno la stessa *declinazione magnetica* (**isogone**) sia le linee che uniscono i punti nei quali si è registrata la medesima *variazione secolare annua* (**isopore**).

E' inoltre indicata la linea che unisce tutti i punti in cui l'angolo di declinazione magnetica è nullo (**agona**); le superfici colorate in giallo indicano zone di anomalia magnetica.

Curiosità

Per ovviare all'inconveniente dovuto alla componente verticale del campo magnetico terrestre, l'ago calamitato delle bussole *serie*, che tenderebbe ad essere deviato dall'orizzontale, è munito di un pesetto tarato, fissato ad una estremità (a quella negativa per le zone a nord dell'equatore o a quella positiva per le zone a sud dell'equatore), che ne contrasta l'inclinazione.

Ogni bussola è pertanto costruita per essere utilizzata all'interno di un determinato range di latitudine; portare alle isole **Falkland** una bussola costruita per essere utilizzata a **Capo Nord** non si rivelerà una scelta molto razionale.

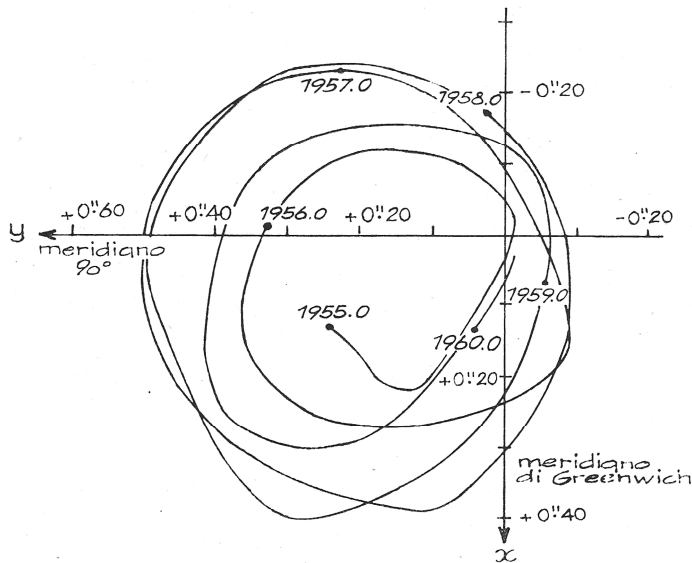
Quarta digressione

La Polodia

Il fisico svizzero **Leonhard Euler** (1707 – 1783), noto in Italia come **Eulero**, ha dimostrato che la coincidenza, dell'asse di rotazione con quello di *inerzia* terrestri, non solo non è necessaria, ma è una condizione fortemente instabile e pertanto, anche se fosse esistita, sarebbe sicuramente venuta meno al primo minimo spostamento di masse senza potersi più ripristinare; a causa di questa non coincidenza, l'asse di rotazione terrestre dovrebbe descrivere un cono circolare intorno all'asse d'inerzia, con un periodo teorico di circa «305 giorni» (nell'ipotesi che la Terra fosse perfettamente rigida, ché, per contro, non è corretta).

A causa di ciò, la posizione dei **poli geografici veri**, rispetto alla superficie terrestre, non è costante ma varia lentamente, nel tempo, descrivendo una curva spiraliforme, chiamata «**polodia**», attorno ad una posizione media (**polo medio**).

Questo moto secolare è conosciuto come «**migrazione dei poli**»; la differenza fra la posizione del **polo vero** e quella del **polo medio** ha un'ampiezza variabile da zero a circa 8 metri, e viceversa, in un periodo di circa 7 anni.



La causa sono due effetti periodici, dell'asse di rotazione terrestre, che si sovrappongono.

L'uno con un periodo reale di circa «14 mesi» (il prolungamento rispetto al periodo teorico è conseguenza dell'elasticità terrestre che non è nulla); l'altro annuale dovuto, dovuto probabilmente a cause meteorologiche.

Il movimento dell'asse polare è sistematicamente e misurato e studiato, fin dal 1900 dal Servizio Internazionale delle Latitudini (SIL).

In base ad accuratissime misurazioni, condotte con uniformità e di strumenti e di metodi, condotte da apposite stazioni (fra le quali la stazione italiana di Carloforte, in Sardegna) è possibile la determinazione della posizione media del polo in un determinato periodo e, pertanto, la riduzione ad essa delle osservazioni astronomiche.

Le correzioni sono molto piccole, non superiori a «0,3"» ed in media di «0,1"», ma non trascurabili questioni che richiedono un'elevatissima precisione.

L'orientamento delle Carte

Nord: geografico, magnetico, reticolato o quadrettatura

Premessa

Orientare una Carta topografica significa ruotarla orizzontalmente fino a quando una qualsiasi direzione, individuata sul terreno (nella realtà), risulti parallela alla corrispondente direzione individuata sulla Cartina.

Indicazioni varie

Negli elementi cartografici alla scala 1:25 000, editi dall'I.G.M., sono considerate tre direzioni importanti: il **nord geografico**, il **nord magnetico**, il **nord reticolato**; quest'ultimo è denominato, nelle nuove Sezioni (sempre alla scala 1:25 000), **nord quadrettatura**.

Le informazioni, sia sul loro valore sia sul modo di utilizzare le indicazioni dei parametri variabili nel tempo, sono presenti in uno schema, di cui si riporta un esempio, stampato fuori cornice [fig. 30].

Il **nord Geografico (N)**, in un generico punto, è individuato dalla direzione del meridiano terrestre passante per quel punto; quest'ultima è approssimata molto bene dalla direzione in cui si dispone l'asse di un giroscopio.

Il **nord magnetico (Nm)**, in un generico punto, è individuato dalla direzione del *campo magnetico terrestre* passante per quel punto; quest'ultima è individuata dalla posizione in cui si dispone l'ago calamitato di un *declinatore magnetico* chiamato anche, più comunemente, *bussola* (le bussole sono trattate diffusamente nella dispensa di «*Il rilievo delle cavità sotterranee*» nel paragrafo «*La strumentazione di base*»).

In assenza di qualsiasi anomalia magnetica, la direzione del *Nord magnetico* coincide col *meridiano magnetico* passante per quel punto.

Il **nord reticolato (Nr)** o *nord di Rete* o *nord Quadrettatura*, in un generico punto, è la parallela alla trasformata del meridiano centrale del fuso entro cui cade il punto.

L'angolo formato dal *nord geografico* col *nord di rete* si chiama **Convergenza « γ »**; il suo valore, affatto trascurabile (almeno per gli scopi speleologici), è indicato presso lo schema che visualizza la posizione relativa delle tre direzioni (N, Nm, Nr).

L'angolo formato dal *nord geografico* «N» col *nord magnetico* «Nm» si chiama, come già detto, **declinazione magnetica « δ »**; il suo valore (determinato, al centro della Carta, ad una certa data) è indicato presso lo schema a margine; può essere sia Ovest o negativo «-» sia Est o positivo «+».

Esaminiamo i dati stampati sul: F° 557, Sezione III, Cagliari (Serie 25)

Convergenza « γ »

0° 03'

Declinazione magnetica al: 1 gennaio 1985 « δ »

- 1° 10'

Variazione media annua

+ 7' 30"

[fig. 09]

Considerando, come data attuale, il **1 gennaio 2018** possiamo affermare che sono trascorsi, dalla data del: **1 gennaio 1985**, circa trentatré (33) anni; la variazione complessiva, nel periodo considerato, ammonta pertanto a:

$$V = 33 \text{ anni} \cdot 7' 30'' = 247' 30'' = 4^\circ 07' 30''$$

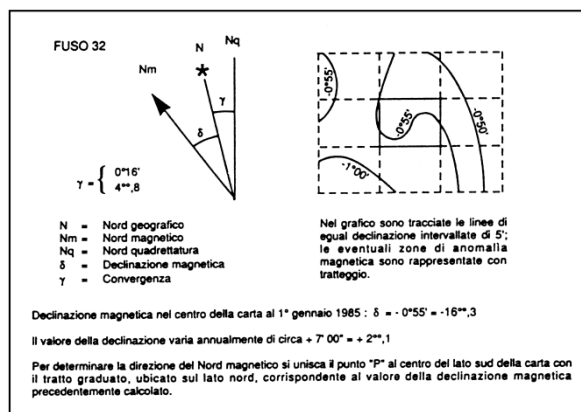
valore che deve essere sommato algebricamente a quello della declinazione magnetica alla data del 1 gennaio 1985.

La **declinazione magnetica** stimata al 1 gennaio 2018 sarà pertanto:

$$\text{Declinazione «}\delta\text{»} = -1^\circ 10' + 4^\circ 07' 30'' = +2^\circ 57' 30''$$

Valore superiore agli errori strumentali (quelli che possono essere commessi usando un comune **declinatore magnetico**) e pertanto, in questo caso, non trascurabile.

Nella Carte Serie 25/v vi è stampata, a sinistra della Tavoleta, una scala goniometrica sulla quale si deve disegnare la direzione dell'*attuale* nord magnetico (linea tratteggiata); nel 1 gennaio 2018, la declinazione magnetica era di $\delta = 2^\circ 57' 30''$ ($\delta \approx 2,958$) ed è appunto



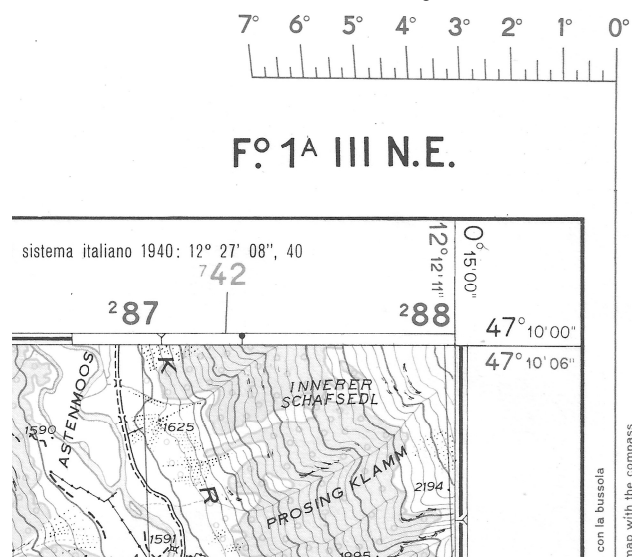
[fig. 30]

quest'angolo che avremmo dovuto visualizzare, sulla scala goniometrica, con una freccia che avrebbe rappresentato la direzione del nord magnetico [fig. 31].

Per orientare la Carta la si sarebbe dovuta ruotare orizzontalmente fino a rendere, tale direzione (quella del nord magnetico), parallela all'ago della bussola.

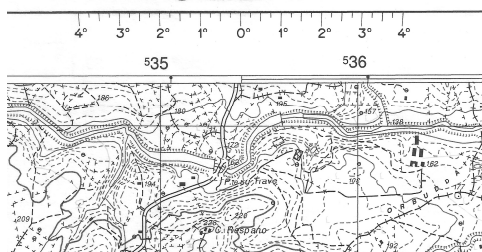
Curiosità

A quel tempo (1980) in Italia la declinazione magnetica era negativa in tutto il territorio nazionale e sarebbero dovuti passare diversi anni prima di diventare positiva; per questa ragione la scala goniometrica si estende, nelle Serie 25/v, soltanto verso valori negativi.

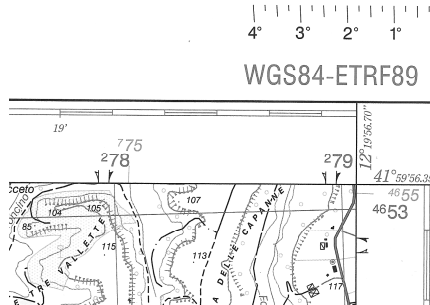


Attualmente, per contro, le declinazione magnetica è anche positiva per cui, fin dalla Serie 25, la scala goniometrica si estende sia verso i valori negativi sia verso i valori positivi [fig. 32a] [fig. 32b].

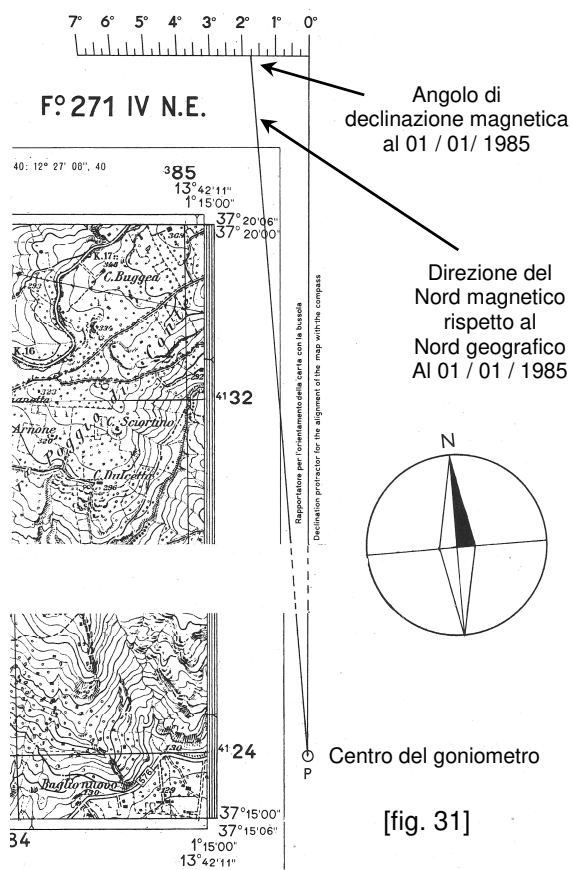
OLIENA



[fig. 32a]



[fig. 32b]



[fig. 31]

Quinta digressione

Premessa

L'equazione differenziale delle geodetiche su di una superficie qualsiasi non è in genere integrabile in forma finita; dobbiamo, pertanto, limitarci a ricavare, di tali linee, delle espressioni approssimate mediante sviluppi in serie arrestati a termini opportuni.

Ai fini operativi è, perciò, di fondamentale importanza conoscere quali termini degli sviluppi di **Puiseux Heingarten** «**Victor Alexandre Puiseux** (1820 – 1883, **Julius Weingarten** (1836 – 1910)» siano trascurabili per una determinata lunghezza «s», dell'arco di geodetica o, per contro, quale è il massimo valore di «s» per il quale è assicurata una determinata approssimazione.

In ultima analisi si tratta di ricercare soluzioni approssimate, per una determinata superficie di riferimento, e di stabilire i termini in cui sia possibile sostituire, alla superficie ellissoidica di riferimento, superfici di riferimento analiticamente più semplici come e la *sfera* ed il *piano*.

La teoria sulla precisione nelle misurazioni ci informa che è completamente inutile utilizzare, nella risoluzione numerica, equazioni analitiche che condurrebbero a dedurre erroneamente, partendo da grandezze misurate, altre grandezze, funzione delle precedenti, il cui grado di precisione teorico superi quello delle misure stesse.

Sulle misure

Nelle misure lineari, eseguite con i migliori strumenti e i più idonei metodi operativi attualmente a disposizione, non si possono raggiungere approssimazioni migliori di un millimetro di lunghezza sulla distanza di un chilometro; ciò significa che il minimo errore relativo è dell'ordine di un milionesimo ($\frac{1}{1\,000\,000}$) ovvero di 10^{-6} .

Anche nelle misure eseguite per la determinazione delle differenze di quota la precisione, conseguibile attualmente, non supera il millimetro di dislivello sulla distanza di un chilometro; il minimo errore relativo è ancora dell'ordine di 10^{-6} .

Parimenti si può affermare che per quanto riguarda le misure angolari, anche in osservazioni di altissima precisione, è molto difficile raggiungere approssimazioni superiori al decimo di secondo di grado sessagesimale, in radianti circa $0,5 \cdot 10^{-6}$.

Pertanto sembra lecito poter generalmente adottare, quale errore relativo, il valore, in cifra tonda, di 10^{-6} ; Possiamo così stabilire facilmente quali termini della serie di **Puiseux-Weingarten** si possono trascurare pur conservando la precisione relativa massima conseguibile nelle misure.

Sui campi

Sezioni normali e geodetiche

Gli elementi di rilievo forniti dagli strumenti, essendo misurati sulla superficie fisica della Terra, sono sempre relativi a sezioni normali dell'ellissoide e non alle linee geodetiche; per contro, una geometria ellissoidica dovrebbe avvalersi di elementi misurati relativi a queste ultime.

Si rende, pertanto, necessario stabilire entro quali limiti sia lecito attribuire alle geodetiche e azimut e lunghezze relative alle sezioni normali.

A tal uopo la geodesia operativa afferma: *fino a lunghezze di archi di geodetica dell'ordine di centinaia di chilometri gli angoli misurati fra sezioni normali dell'ellissoide differiscono, da quelli misurati fra le corrispondenti geodetiche di quantità sicuramente inferiori alla massima precisione conseguibile nelle misure angolari e, pertanto, possono essere considerati uguali agli angoli fra le geodetiche stesse.*

Afferma inoltre: *la differenza di lunghezza di un arco misurato di sezione ed il corrispondente arco di geodetica è sempre trascurabile per qualsiasi valore della lunghezza dell'arco stesso.*

Pertanto, è possibile per la determinazione di posizione dei punti sulla superficie ellissoidica di riferimento, confondere nei calcoli e gli angoli e le distanze, direttamente misurate sul terreno, con le relative geodetiche.

a) Campo o geodetico o sferico

Una prima approssimazione alla superficie ellissoidica, la quale comporta l'uso di algoritmi alquanto complessi è la superficie della sfera locale; quest'ultima differirà dalla precedente di una quantità definita dal valore delle tre coordinate: x, y, z.

Consideriamo una sfera di raggio « $R = \sqrt{(p \cdot N)}$ » tangente all'ellissoide nel punto origine «O»; sul cerchio massimo passante per «O» e di azimut « α » fissiamo un punto « P_1 » tale che l'arco « OP_1 » abbia lunghezza « s » uguale a quella dell'arco di geodetica « OP ».

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{s^3 \cdot e^2}{6 \cdot a^2 \cdot (1 - e^2)^2} \\ \Delta y = \frac{s^3 \cdot e^2}{6 \cdot a^2 \cdot (1 - e^2)} \\ \Delta z = \frac{s^2 \cdot \sqrt{1 - e^2} - 1}{2 \cdot a \cdot (1 - e^2)} \end{cases}$$

In cui: a = semiasse maggiore dell'ellisse di riferimento – e = eccentricità dell'ellisse di riferimento.

Esaminiamo separatamente le prime due coordinate, che definiscono la massima differenza di posizione planimetrica, e la terza, che definisce la massima differenza di posizione altimetrica (differenza di quota).

Ponendo « $\Delta x = \Delta y$ », essendo i due valori praticamente uguali per le distanze che considereremo, calcoliamo i valori ed assoluti e relativi, di tali differenze, per diversi valori delle lunghezze « s », nel caso si assuma l'ellissoide **WGS84**, in cui:

$$a = 6\,378\,137 \text{ m}$$

$$e^2 = 0.006\,694\,379$$

s	(km)	50	100	120	140	150	200
$\Delta x = \Delta y$	(mm)	3,47	27,80	48,3	76,28	93,82	222,38
$\Delta x/s$	(10^{-6})	0,07	0,28	0,40	0,54	0,62	1,11

Come si può verificare, la differenza relativa fra le coordinate planimetriche del punto « P_1 », sulla sfera locale, e le corrispondenti coordinate planimetriche del punto « P_0 », sull'ellissoide, sono inferiori agli errori derivanti dall'incertezza attribuibile alle misure, mantenendosi in un intorno da «O» di circa 120 km ÷ 150 km.

Per contro, i limiti di validità, sempre nell'ipotesi sferica, della differenza relativa fra le coordinate altimetriche del punto « P_1 », sulla sfera locale, e le corrispondenti coordinate altimetriche del punto « P_0 », risultano sensibilmente più ristretti.

s	(km)	1	10	15	20	25
Δz	(mm)	0,26	26,46	59,54	105,84	165,38

Alla latitudine di « $\varphi = 45^\circ$ » detti valori si dimezzano, per poi annullarsi, infine, ai poli, rispettivamente ed a « $\varphi = 90^\circ$ » ed a « $\varphi = -90^\circ$ ».

Dall'esame dei dati si può, pertanto, concludere che, restando in un intorno da «O» di circa 10 km ÷ 20 km, si può assumere come superficie di riferimento la sfera locale.

Quando la distanza « s » supera tale limite si rende necessario, utilizzando equazioni più appropriate, sostituire direttamente la geodetica col suo cerchio osculatore all'origine.

In questo modo si conseguono approssimazioni notevolmente superiori si da poter affermare di rimanere entro i limiti degli errori strumentali, anche per quanto riguarda le coordinate altimetriche, in un intorno da «O» di circa 120 km ÷ 150 km; il cerchio geodetico di raggio « p », entro il quale sia la planimetria sia l'altimetria possono essere trattate come se la superficie terrestre fosse sferica, prende il nome di **Campo di Weingarten**.

b) Campo o piano o topografico

Restringendo ancora l'area sulla quale operare si può effettuare un'ulteriore approssimazione, che è il caso che più interessa la speleologia, sostituendo la superficie ellissoidica col piano tangente

Considerando un piano tangente all'ellissoide di riferimento in «O», ed un segmento « OP_1 », sulla retta passante per «O» con azimut « α », tale che il segmento « OP_1 » abbia lunghezza « s » uguale a quella dell'arco di geodetica « OP_0 ».

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{s^3}{6 \cdot a^2 \cdot (1 - e^2)^2} \\ \Delta y = \frac{s^3}{6 \cdot a^2} \\ \Delta z = \frac{s^2}{2 \cdot a \cdot (1 - e^2)} \end{cases}$$

In cui: a = semiasse maggiore dell'ellisse di riferimento – e = eccentricità dell'ellisse di riferimento.

Anche in questo caso esaminiamo separatamente le prime due coordinate, che definiscono la massima differenze di posizione planimetrica, e la terza, che definisce la massima differenza di posizione altimetrica (differenza di quota).

Ponendo « $\Delta x = \Delta y$ », essendo i due valori praticamente uguali per le distanze che considereremo, calcoliamo i valori ed assoluti e relativi, di tali differenze, per diversi valori delle lunghezze «s», nel caso si assuma l'ellissoide **WGS84**, in cui:

$$a = 6\,378\,137 \text{ m}$$

$$e^2 = 0.006\,694\,379$$

s	(km)	1	10	15	20	25	30
$\Delta x = \Delta y$	(mm)	0,004	4,15	14,01	33,22	64,88	112,11
$\Delta x/s$	(10^{-6})	0,004	0,42	0,93	1,66	2,60	3,73

Da cui si evince che, fino ad un intorno dal punto origine «O» di circa «10 km ÷ 15 km», la differenza relativa fra le coordinate planimetriche sono inferiori alla massima precisione conseguibile nelle operazioni di misura.

Per contro, anche l'angusto campo topografico si rivela troppo vasto per cui si rende necessario tener conto della curvatura della superficie di riferimento.

s	(km)	0,05	0,08	0,10	0,15	0,20	0,35	0,40
Δz	(mm)	0,20	0,50	0,79	1,78	3,16	9,67	12,63

Alla latitudine di « $\varphi = 45^\circ$ » detti valori si dimezzano, per poi annullarsi, infine, ai poli, rispettivamente ed a « $\varphi = 90^\circ$ » ed a « $\varphi = -90^\circ$ »,

Dalle tabelle è evidente che, volendo conservare la precisione relativa di « 10^{-6} » anche per le coordinate altimetriche, è lecito prescindere dalla curvatura terrestre in un intorno da «O» non superiore ai 100 m; nel caso, per contro, sia possibile tollerare una precisione relativa di « 10^{-5} », è lecito prescindere dalla curvatura terrestre in un intorno da «O» non superiore ai 350 m.

La posizione di un punto sulle Carte

Come fare il punto

Fine ultimo del rilevamento esterno, nell'ambito dell'attività speleologica, è quello di determinare la posizione, dell'ingresso di una cavità «G», con la massima precisione possibile, compatibilmente agli strumenti adoperati ed alle procedure seguite.

Il procedimento più comunemente utilizzato è quello di individuare, per prima cosa, la posizione del punto «G» sulla Carta e ricavare poi su di essa, mediante misure dirette, le coordinate relative al punto considerato (su queste ultime ci dilungheremo, non poco, in seguito).

L'acquisizione dei dati

Il metodo più diffuso, poiché unisce alla semplicità una sufficiente precisione, è quello detto per **Irraggiamento o irradiazioni**.

Con questo sistema, molto simile all'*intersezione semplice inversa*, il rilevatore staziona direttamente presso l'ingresso della cavità «G» di posizione incognita [fig. 33].

Dal punto «G», servendosi della bussola, collima, in successione, almeno tre punti: «A», «B», «C», meglio se quattro o cinque (cime di monti, campanili, case isolate, abbeveratoi, croci, ecc.), dei quali deve comunque poter stabilire l'esatta posizione anche sulla Cartina, e ne misura i rispettivi azimut magnetici: « α », « β », « γ ».

L'**azimut magnetico** « θ », di un punto «Q» rispetto ad un punto «G», è l'angolo formato dalla direzione del *meridiano magnetico* «Nm», passante per «G», e la direzione del *segmento* «G - Q»; è misurato in senso orario, o destrorso, da « $\theta = 0^\circ$ » a « $\theta = 360^\circ$ ».

In verità il numero di punti strettamente necessario, e sufficiente, è soltanto di due; in questo caso per contro non si avrebbe alcuna possibilità di verificare l'attendibilità dei valori misurati e di scoprire eventuali errori grossolani.

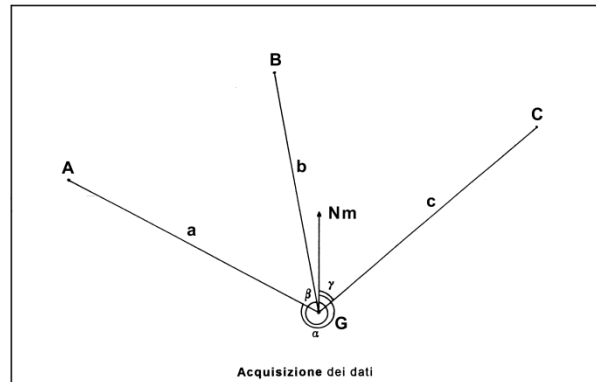
Per ovvie ragioni di praticità ed accuratezza, i punti: «G», «A», «B», «C», devono appartenere alla stessa Cartina, gli angoli «AGB», «BGC», «CGA» non dovrebbero essere né troppo stretti né troppo ampi, le distanze «AG», «BG», «CG» non dovrebbero superare o i due o i tre chilometri.

Con queste semplici misure il lavoro di campagna è terminato; il resto della procedura avviene, direttamente sulla Carta topografica, comodamente seduti a tavolino.

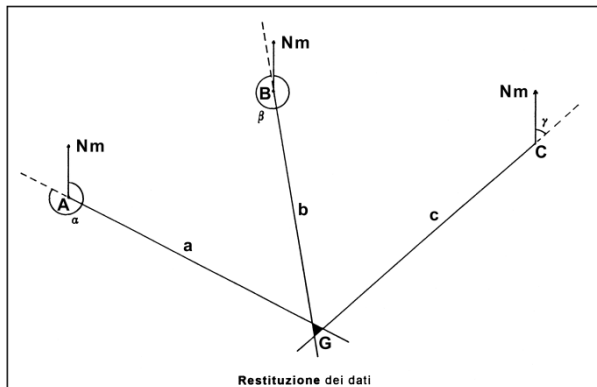
La restituzione dei dati

Per prima cosa il rilevatore deve localizzare, e quindi segnare sulla Carta, la posizione dei punti «A», «B», «C», su cui ha eseguito le misure e di cui ha preso nota; meglio sarebbe segnare i punti, sulla Carta, direttamente sul posto.

A partire da ciascuno dei suddetti punti traccia quindi la direzione del *nord magnetico* «Nm» (ricavato nel modo descritto in «**L'orientamento delle carte**») e, sempre da ciascun



[fig. 33]



[fig. 34]

punto traccia infine le rette «a», «b», «c» che formano con la direzione di «Nm» i rispettivi angoli azimutali (misurati durante «*L'acquisizione dei dati*»): « α », « β », « γ » [fig. 34].

Le tre rette, prolungate fino ad intersecarsi, dovrebbero incontrarsi tutte in un unico punto (caso teorico di un rilevamento esatto) individuando, senza possibilità di equivoci, la posizione reale del punto «G».

In realtà, a causa degli inevitabili errori sia nell'*acquisizione* sia nella *restituzione* dei dati, le tre rette, invece di convergere in un unico punto, genereranno una superficie triangolare più o meno ampia entro la quale, a meno di er-

rori grossolani (errori di distrazione), si ha la maggiore probabilità che vi si trovi la reale posizione del punto «G».

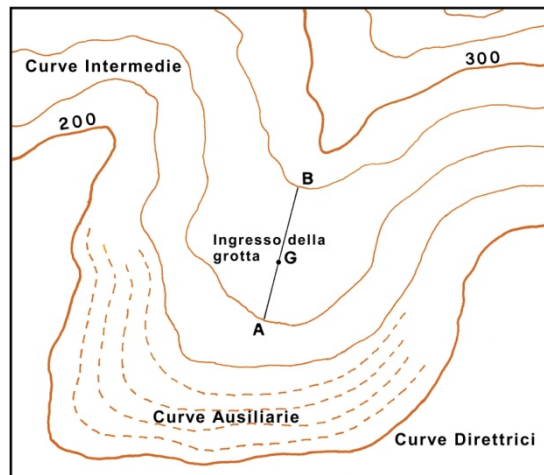
Le dimensioni del triangolo, ottenuto col seguente procedimento, forniscono un'utile informazione per rendersi conto del grado di precisione raggiunto; tendono infatti a diminuire all'aumentare della precisione e viceversa.

Da ciò si comprende il motivo per cui è di conforto all'operatore coscienzioso accorgersi che il triangolo, *superficie di indeterminazione*, ha dimensioni oltremodo contenute.

Una buona norma da seguire, in questa operazione, consiste nell'usare una mina sottile e relativamente morbida ($\varnothing = 0.5$, tipo B); in questo modo si riducono gli errori di graficismo e si ha la possibilità di cancellare, i tratti riportati sulla Carta, senza lasciarne traccia.

Alcune volte, e non è raro, le Cartine riportano l'indicazione della posizione dell'ingresso della cavità che stiamo prendendo in esame; controllate bene prima di agire.

Terminate tutte le operazioni potremmo infine segnare materialmente la posizione del punto «G» sulla Cartina vuoi per ricavare le coordinate di «G» vuoi per determinarne la quota sul livello del mare.



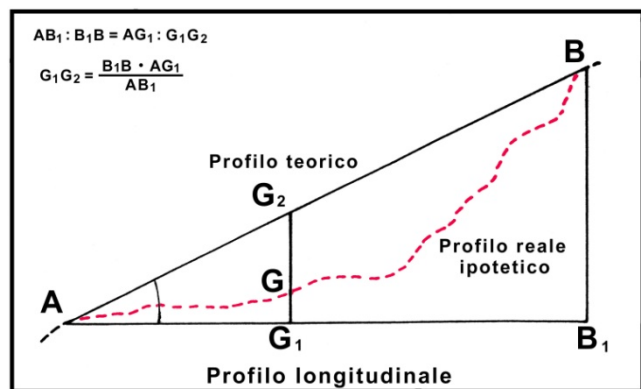
[fig. 35]

Le isoipse

La [fig. 35] visualizza una porzione semplificata di una Cartina in cui compaiono, oltre la traccia del punto «G» anche tutti e tre i modi con cui vengono rappresentate le *isoipse* o curve di livello [ripensa al paragrafo: **Le curve altimetriche (o isoipse)**].

La quota di un punto

Immaginiamo di eseguire una sezione verticale lungo la linea «A-G-B» [fig. 12], condotta lungo la direzione di massima pendenza, ricavando così il *profilo longitudinale* della parte di terreno compresa fra i due estremi «A», «B» e contenente il punto «G»; aggiungiamo al disegno qualche utile indicazione e riportiamo il tutto in [fig. 36].



[fig 36]

orizzontale passante per «A»; quest'ultimo per l'ipotesi presentata nella [fig. 13], si trova alla quota di 125 m «Q_A».

Partendo da questi dati, tutti ricavabili dalla cartina, possiamo valutare la quota presunta, dell'ingresso della grotta «G», con un semplice **metodo analitico**, ipotizzando sempre proporzionalità fra distanze planimetriche e quote altimetriche, ci serviamo della semplice interpolazione lineare:

$$\text{Quota } G = (B_1 B) \cdot A G_1 / (A B_1) + Q_A$$

Nella fattispecie dell'esempio, considerando «A B₁ = 3.7 mm» e «A G₁ = 1.6 mm» (ambedue misurati direttamente sulla Cartina [vedi fig 12] e sapendo che la quota del punto «A» è, sempre dedotta dalla Cartina, «Q_A = 250 m», si ha:

$$Q_G = \frac{25 \cdot 1,6}{3,7} + 250 = 260,81 \text{ m}$$

La quota del punto «G₂» è quella a cui si aprirebbe l'ingresso della grotta «G» se il terreno avesse l'andamento teorico «A B»; per conoscere la reale quota dell'ingresso «G» si dovrebbero utilizzare metodi più precisi ma anche più complessi.

Senza conoscere il profilo reale del terreno, sul piano passante per «A B», risulterebbe comunque impossibile calcolare geometricamente (direttamente dalla Carta) la vera quota del punto «G», la quale risulta determinata solo nel caso, peraltro raro e del tutto fortuito, che la pendenza del terreno, nel tratto fra «A» e «B», sia costante.

Un utile aiuto potrebbe provenire dall'uso di un *altimetro* il quale, oltre ad evitare grossolani errori sia di lettura sia di calcolo, potrebbe fornire un'indicazione più approssimata della quota del punto «G».

Le **curve di livello** sono altresì indispensabili per calcolare, sulla Carta, sia la *distanza spaziale*, che intercorre fra due punti, sia la *pendenza media*, del terreno, fra di essi.

La **distanza spaziale** si determina conoscendo la **differenza di quota** e la **distanza planimetrica reale** che intercorre fra i due punti «A» e «B».

Differenza di quota (in metri): $\Delta Q = Q_B - Q_A$ m

Distanza planimetrica: L_{AB_1} (in millimetri sulla Carta) / S (scala numerica)

Sapendo che $\text{tg } \alpha = (\Delta Q / L_{AB_1})$, si ha: $\alpha = \text{atg } (\Delta Q / L_{AB_1})$

Da cui la **distanza spaziale**: $L_{AB} = L_{AB_1} / \cos \alpha = \text{anche a: } ((\Delta Q)^2 + (L_{AB_1})^2)^{1/2}$

L'angolo « α », espresso in gradi, indica l'**inclinazione** mentre la **pendenza** è rappresentata dalla *tangente* dell'angolo « α » ($\text{tg } \alpha$).

La pendenza fra due isoipse

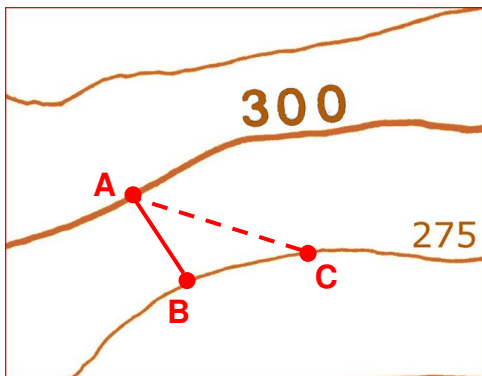
Per calcolare la pendenza teorica del terreno fra due punti situati su due differenti curve di livello si deve conoscere:

la quota del punto «A», espressa in metri.

La quota del punto «C», espressa in metri.

Lunghezza planimetrica (A C) misurata sulla Carta, espressa in metri.

Denominatore della scala numerica della Carta.



[fig. 37]

Come esempio calcoliamo la pendenza fra i punti ed «A» e «C», situati il primo sulla curva di livello dei «300 m» (curva direttrice) ed il secondo sulla curva di livello dei «275 m» (curva intermedia) su una Carta in scala « $1/25\,000$ »; consideriamo inoltre che la distanza (A C) sia pari a «A C = 0,006 m» [fig. 37].

La pendenza «p» sarà pari a:

$$p = \frac{300 - 275}{0,006 \cdot 25\,000} = 0,17$$

Da cui, la pendenza percentuale sarà: $p\% = 17\%$.

La distanza (A B) è la linea di massima pendenza fra il punto «B» e la curva di livello dei «300 m»

Le Coordinate

Le Coordinate geografiche ellissoidiche

Stabilita la posizione del punto «G» (l'ingresso di una cavità) sulla Carta topografica sorge il problema di esprimere tale posizione in modo pratico ma, nel contempo, privo di ambiguità: semplice, chiaro, preciso.

Le **Coordinate geografiche ellissoidiche** risolvono, in modo soddisfacente, questo problema fornendo gli elementi necessari a stabilire una correlazione biunivoca fra la posizione del punto «G», sulla superficie terrestre, e semplici valori numerici.

Ricordando che:

L'**asse del mondo «NS»** è l'asse attorno al quale ruota l'ellissoide generatrice (asse di rotazione terrestre) la sua intersezione, con la superficie ellissoidica, individua i due **poli geografici**.

Il **raggio equatoriale** è il *semiasse maggiore dell'ellisse*, generalmente indicato con «a»; il **raggio polare** è il *semiasse minore dell'ellisse*, generalmente indicato con «b».

L'**equatore** è la circonferenza massima generata dall'intersezione dell'ellissoide con il piano (piano equatoriale) passante per il centro e normale all'asse del mondo.

I **meridiani** sono i cerchi generati dall'intersezione dei piani passanti per i due *poli geografici* e la superficie ellissoidica.

I **paralleli** sono i cerchi generati dall'intersezione di un piano parallelo al piano equatoriale e la superficie ellissoidica.

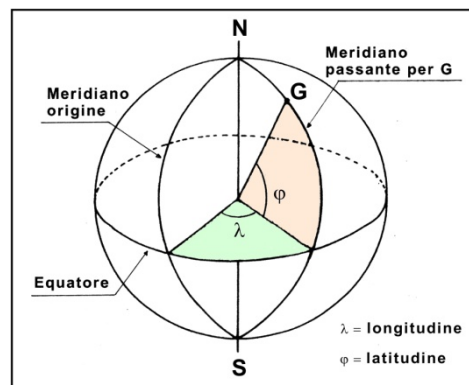
Abbiamo le nozioni sufficienti per chiarire il concetto di: **coordinate geografiche ellissoidiche** [fig. 38].

La **Latitudine « φ »** di un punto «G», sulla superficie ellissoidica, è l'angolo acuto « φ » (misurato sul meridiano passante per «G») compreso fra la normale all'ellissoide «n», in «G», ed il piano equatoriale; la sua misura si esprime in gradi d'arco sessagesimali e può essere: o *positiva*, o *Nord*, o *Boreale*, ovvero o *negativa*, o *Sud*, o *Australe*.

Il polo Nord si trova a $\varphi = +90^\circ$, il polo Sud a $\varphi = -90^\circ$, l'equatore a $\varphi = 0^\circ$,

La **Longitudine « λ »** di un punto «G», sulla superficie ellissoidica, è l'angolo diedro « λ » compreso fra il piano contenente il semi **meridiano origine**, o *meridiano zero*, ed il piano contenente il semi meridiano passante per «G»; la sua misura si esprime in gradi d'arco sessagesimali e può essere: o *negativa*, od *Ovest*, ovvero o *positiva*, od *Est*.

Nelle *coordinate geografiche ellissoidiche italiane* il meridiano origine è quello passante per **M. Mario**; nelle *coordinate geografiche ellissoidiche europee* il meridiano origine è quello passante per **Greenwich**.



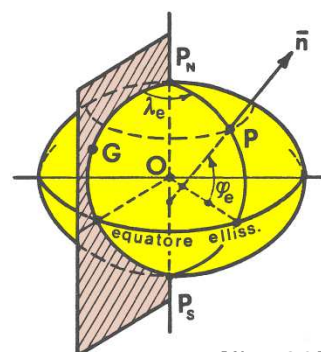
[fig. 38]

Sulle Coordinate

Parlando sia di «**Coordinate geografiche ellissoidiche**» sia di «**Sistemi geodetici di riferimento**» si sono presentate delle figure in cui la Terra è rappresentata perfettamente sferica anziché, come sarebbe dovuta comparire, ellissoidale.

Nella sfera, la perpendicolare condotta per un generico punto della sua superficie incontra sempre il centro.

Nell'ellissoide, la perpendicolare «n» condotta per un generico punto «P» non incontra il centro «o» (punto d'intersezione fra l'asse maggiore e l'asse minore) a meno che il punto sia o uno dei poli od appartenga all'equatore; incontra sempre, però, l'asse minore dell'ellisse di riferimento [fig. 39].



[fig. 39]

I sistemi geodetici di riferimento

In un **sistema geodetico** si cerca sempre sia di ridurre al minimo gli scostamenti dell'ellissoide dal geode sia determinare, con la massima precisione, la posizione di tutti i punti del territorio considerato, inquadrandolo all'interno di una rete geodetica.

Per **ridurre gli scostamenti** si varia la posizione relativa dell'ellissoide rispetto al *geode* agendo in modo che sia rispettata, il più possibile, la coincidenza fra le due superfici

Si fa in modo altresì di far coincidere, in un ben determinato punto «Q», la *verticale* con la *perpendicolare all'ellissoide*: si dice allora che l'ellissoide è **orientato al punto «Q»**.

In questo modo si stabilisce, in maniera univoca, la posizione relativa fra il **geoide** e l'**ellissoide**: il punto «Q» è chiamato **«centro di emanazione»**.

Per **determinare la posizione** dei punti prescelti si esegue il rilevamento di una rete geodetica, a maglie triangolari (*triangolazione* o *tri-laterazione*), procedendo infine, con metodi matematici, alla sua compensazione.

Il **sistema geodetico italiano** (1940) è inquadrato nella rete geodetica italiana ove l'ellissoide è stato orientato a *M. Mario* (Roma); il **sistema geodetico europeo** (ED 50) è inquadrato nella più vasta rete geodetica europea e l'ellissoide è orientato a *Potsdam* presso **Bonn** [fig. 40].

E' appunto a causa del diverso centro di emanazione prescelto e della diversa compensazione, eseguita sulle due differenti reti geodetiche, che le coordinate di M. Mario (prendendo, come esempio, un punto caratteristico ormai noto) risultano:

Nel sistema geodetico italiano:	12° 27' 08.40"	est	da Greenwich
Nel sistema geodetico europeo:	12° 27' 10.93"	est	da Greenwich

Parimenti risulterà differente il valore delle coordinate di tutti i punti, del territorio italiano, se considerati nei due inquadramenti.

I nuovi elementi cartografici, alla scala 1:25 000, sono inquadrati nel sistema geodetico europeo (European Data ED 50)

L'**Autore** ha realizzato un programma, che può essere richiesto anche al **Catasto Regionale delle Grotte della Sardegna**, col quale si può eseguire la conversione fra i diversi sistemi di coordinate (geografiche italiane, geografiche europee, Gauss-Boaga, U.T.M.) inquadrati nei due differenti *sistemi geodetici*. [R. 13]

Curiosità

Coordinate geografiche ellissoidiche di M. Mario (Roma) nel sistema geodetico italiano [Roma 40]:

Latitudine: 41° 55' 25.51" nord

Longitudine: 0°

Azimut di M. Soratte (da M. Mario): 6° 35' 00.88"

Latitudine: 12° 27' 08.40" est rispetto al meridiano di Greenwich

Latitudine: 10° 06' 54.75" est rispetto al meridiano di Parigi

Coordinate geografiche ellissoidiche di M. Mario (Roma) nel sistema geodetico europeo [ED 50]:

Latitudine: 41° 55' 31.487" nord

Longitudine: 12° 27' 10.930" est

Le Coordinate geografiche italiane

Consideriamo la **Tavoletta F° 226 II N.O.** (S. Nicolò Gerrei) ed immaginiamo di voler ricavare le coordinate geografiche ellissoidiche italiane del punto «X» [tav. 01].

Osservando la cornice della Carta notiamo che è suddivisa in segmenti alternati, bianchi e neri, i quali hanno ciascuno l'ampiezza di un primo d'arco sessagesimale.

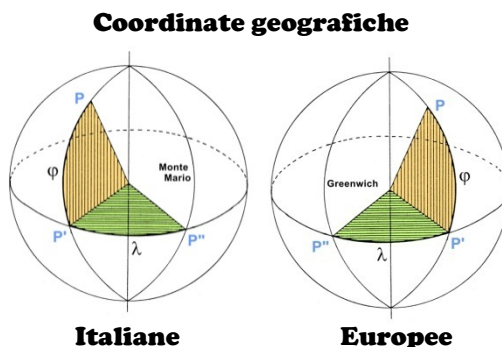
Presso ognuno dei quattro vertici, inoltre, vi è l'indicazione del valore delle coordinate (sistema geodetico italiano; riferimento: M. Mario).

Coordinate dei vertici:

N.E.	latitudine	= 39° 30' 00"	longitudine	= 3° 07' 30"
S.E.	"	= 39° 25' 00"	"	= 3° 07' 30"
S.O.	"	= 39° 25' 00"	"	= 3° 15' 00"
N.O.	"	= 39° 30' 00"	"	= 3° 15' 00"

A partire dal punto «X» tracciamo una linea, lungo il parallelo, fino ad incontrare il lato destro, della cornice, in «Xa» ed una linea, lungo il meridiano, fino ad incontrare il lato inferiore, della cornice, in «Xb».

Partendo dal vertice in basso a destra (Sud-Est) e procedendo verso l'alto (Nord) dobbiamo percorrere, prima di incontrare il punto «Xa», due segmenti ognuno dell'ampiezza, come detto, di un primo d'arco; il valore della latitudine del punto «Xa», e parimenti quella del punto «X», sarà uguale pertanto a quello del vertice (Sud-Est) più due primi.



[fig. 40]

Si ha pertanto:

$$\text{Latitudine: «Xa»} = 39^\circ 25' 00'' + 2' 00'' = 39^\circ 27' 00''$$

Spostandoci dal vertice (Sud-Est), e procedendo verso sinistra (Ovest), dobbiamo percorrere, prima di incontrare il punto «Xb», la metà di un segmento (30'') più altri due ognuno dell'ampiezza, come detto, di un primo d'arco; il valore della longitudine del punto «Xb», e parimenti quella del punto «X», sarà uguale pertanto a quello del vertice (Sud-Est) più metà di un primo d'arco più altri due primi.

Si ha pertanto:

$$\text{Longitudine: «Xb»} = 3^\circ 07' 30'' + 2' 30'' = 3^\circ 10' 00''$$

Per specificare in maniera univoca la posizione del punto «X», sulla superficie ellissoidica terrestre, basterà pertanto scrivere:

Coordinate del punto «X» = 39° 27' 00" Lat. N. 3° 10' 00" Long. O.

Prendiamo ora in esame il punto «Y», segnato sulla stessa Cartina, ed analizziamo una situazione un po' più complessa.

Mentre le proiezioni ortogonali, del punto «X», cadevano esattamente nel punto di separazione fra due segmenti consecutivi, le proiezioni ortogonali, condotte da «Y», cadono nei punti «Ya» e «Yb» in una posizione interna ad un segmento.

In questo caso, prendendo in esame il punto «Ya» abbiamo la necessità di stimare la lunghezza, in secondi d'arco, della parte di segmento che ci interessa (Ya - a); a tal fine possiamo applicare la semplice proporzione:

$$Ls (a-a') \text{ mm} : 60'' = Ly (a-Ya) \text{ mm} : La''$$

in cui: Ls = lunghezza, in millimetri, del segmento entro cui cade il punto; Ly = lunghezza in millimetri, della parte di segmento di cui si vuole conoscere l'ampiezza angolare; La = valore incognito dell'ampiezza angolare «a-Ya».

Ammettiamo di aver eseguito la misura di «Ls» e di «Ly» e di aver trovato i seguenti valori: Ls (a-a') = 74.0 mm, Ly = 54.5 mm

Dall'equazione precedente si avrà:

$$74 \text{ mm} : 60'' = 54.5 \text{ mm} : La''$$

e risolvendo:

$$La'' = 60'' \bullet 54.5 \text{ mm} / 74 \text{ mm}$$

da cui si ottiene: La = 44,19'' o più ragionevolmente: **La = 44''**

Si ha pertanto:

$$\text{Latitudine: «Ya»} = 39^\circ 25' 00'' + 3' + La'' = 39^\circ 28' 44''$$

Da cui, in cifre:

$$\text{Latitudine: «Ya»} = 39^\circ 25' 00'' + 3' + 44'' = 39^\circ 28' 44''$$

Prendendo ora in esame il punto «Yb» e procediamo in modo analogo otterremo:.

$$\text{Longitudine: «Yb»} = 3^\circ 07' 30'' + 4' 30'' + 30'' = 3^\circ 12' 30''$$

Per specificare in maniera univoca la posizione del punto «Y», sulla superficie ellissoidica terrestre, basterà pertanto scrivere:

Coordinate del punto «Y» = 39° 28' 44" Lat. N. 3° 12' 30" Long. O.

Le Coordinate geografiche europee

Consideriamo la *Sezione F° 500 III* (Oliena) ed immaginiamo di voler ricavare le coordinate geografiche ellissoidiche italiane del punto «X» [tav. 02].

Osservando la cornice della Carta notiamo che è suddivisa in segmenti alternati, completamente bianchi e bianchi con una riga nera, i quali hanno ciascuno l'ampiezza di un primo d'arco sessagesimale.

Presso ognuno dei quattro vertici, inoltre, vi è l'indicazione del valore delle coordinate (sistema geodetico europeo; riferimento: Greenwich).

Coordinate dei vertici:

N.E.	latitudine	= 40° 18' 00"	longitudine	= 9° 30' 00"
S.E.	"	= 40° 12' 00"	"	= 9° 30' 00"
S.O.	"	= 40° 12' 00"	"	= 9° 20' 00"
N.O.	"	= 40° 18' 00"	"	= 9° 20' 00"

Prendiamo in esame il punto «X» e vediamo come dobbiamo procedere per ricavare il valore delle sue *Coordinate*.

Per quanto riguarda la prima parte, l'individuazione dei punti «Xa» e «Xb» sui lati della cornice, il procedimento è identico a quello seguito precedentemente in: «**Le coordinate geografiche italiane**».

Partendo dal vertice in basso a sinistra (Sud-Ovest), e procedendo verso l'alto (Nord), dobbiamo percorrere, prima di incontrare il punto «Xa», due segmenti ognuno dell'ampiezza, come detto, di un primo d'arco; la latitudine del punto «Xa», e parimenti quella del punto «X», sarà uguale pertanto al valore del vertice (Sud-Ovest) più due primi.

Seguendo il procedimento già esaminato:

$$\text{Latitudine di «Xa»} = 40^\circ 12' 00'' + 2' 00'' = 40^\circ 14' 00''$$

Come si può notare non esiste molta differenza, sostanziale, fra i due *sistemi di coordinate* (geografiche italiane e geografiche europee), almeno per quanto riguarda il procedimento da seguire per la determinazione della latitudine.

La differenza consiste nel fatto che nelle *coordinate italiane* il valore delle Longitudini (con origine a **M. Mario**), aumenta (in Sardegna) andando da destra a sinistra (verso Ovest) mentre, nelle *coordinate europee* (origine a **Greenwich**) il valore delle longitudini aumenta (in Sardegna) andando da sinistra a destra (verso Est).

Spostandoci, dal vertice (Sud-Ovest), e procedendo verso destra (Est), dobbiamo percorrere, prima di incontrare il punto «Xb», tre segmenti ognuno dell'ampiezza, come detto, di un primo d'arco; il valore della longitudine del punto «Xb», e parimenti quella del punto «X», sarà uguale pertanto a quello del vertice (Sud-Ovest) più tre primi.

Si ha pertanto:

$$\text{Longitudine di «Xb»} = 9^\circ 20' 00'' + 3' 00'' = 9^\circ 23' 00''$$

Per specificare in maniera univoca la posizione del punto «X», sulla superficie ellissoidica terrestre, basterà pertanto scrivere:

Coordinate del punto «X» = 40° 14' 00" Lat. N. 9° 23' 30" Long. E.

Applicando lo stesso principio, utilizzato per le «**Le Coordinate geografiche italiane**», le coordinate del punto «Y» risulteranno:

Coordinate del punto «Y» = 40° 16' 17" Lat. N. 9° 27' 39" Long. E.

Il sistema universale U.T.M.

Nel **Sistema universale U.T.M.** (Universal Transverse Mercator) tutto il globo è stato diviso in sessanta (60) *Fusi* (uno di essi è indicato in giallo in [fig. 41], ognuno dei quali risulta di 6° di ampiezza, numerati da «1» a «60» (procedendo da Ovest verso Est), a partire dall'anti meridiano passante per Greenwich al quale è stato assegnato il numero «1» (il *Fuso* «1» è pertanto compreso fra i meridiani passanti a 180° e a 174° ad Ovest di Greenwich mentre fra i meridiani 0° e 6°, ad Est di Greenwich, vi è il *Fuso* «31»).

L'Italia è compresa nei *Fusi* «32», «33», e per una piccola parte della **Penisola Salentina**, nel *Fuso* «34».

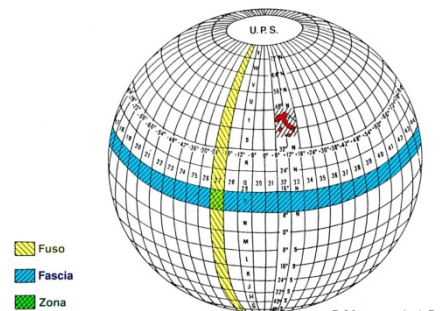
Il globo è stato ulteriormente suddiviso in venti *Fasce* orizzontali di 8° di ampiezza, in latitudine, le quali si estendono da 80° latitudine Nord a 80° latitudine Sud; sono individuate ciascuna da una lettera dell'alfabeto (una delle fasce è indicata in azzurro).

Presso i circoli polari per contro, oltre i paralleli di 80° latitudine Nord e di 80° latitudine Sud, le deformazioni risulterebbero inaccettabili; alle latitudini superiori a $\pm 80^\circ$ (zone circumpolari) si utilizza pertanto la *Proiezione Stereografica Polare* indicata come sistema **U.P.S.** (Universal Polar Stereographic).

Le aree in comune fra un fuso ed una fascia sono denominate zone e sono individuate ciascuna da una coppia di lettere (una di esse è indicata in verde).

L'Italia è interamente compresa fra la *Fascia* «S» (dal 32° al 40° parallelo Nord) e la *Fascia* «T» (dal 40° al 48° parallelo Nord); la Sardegna, compresa approssimativamente fra i paralleli 38° N e 42° N è parimenti interessata da ambedue le *Fasce* «S» e «T» ed è interamente compresa nel *Fuso* «32» [dis. 06].

L'intersezione di ogni *Fuso* con ogni *Fascia* determina una zona, denominata maglia, la quale è stata ulteriormente suddivisa in quadrati (di 100 km di lato) individuati da una coppia di lettere.



[fig. 41]

Ogni *Fuso* ha un proprio *sistema ortogonale di riferimento* indipendente; le sue **coordinate convenzionali** hanno, come origine delle latitudini, *l'equatore* (N = 0 m) e, come origine delle longitudini, il *meridiano centrale del Fuso* cui, convenzionalmente, si è assegnato il valore di (E = 500 000 m).

La Designazione di un punto dovrà pertanto comprendere: il numero del *Fuso*, la lettera che individua la *Fascia*, la coppia di lettere che individuano la *maglia* (di 100 km di lato), due serie di numeri, la prima per le longitudini la seconda per le latitudini.

Consideriamo come punto «X» la **Torre di S. Pancrazio** a Cagliari:

dalla Sezione si deduce: Fuso = **32**
Fascia = **S**
Maglia = **NJ**

La designazione del punto «X» sarà pertanto: 32SNJxxxxyyy

in cui: il gruppo di cifre (xxxx) è il numero che indica i decimetri di longitudine; il gruppo di cifre (yyyy) è il numero che indica i decimetri di latitudine.

Le Coordinate U.T.M.

Sulle Cartine in scala al 1:25 000, edite dall'**I.G.M.**, possiamo notare un *reticolato a maglie quadrate* di quattro centimetri (4 cm) di lato; sulle vecchie Carte lo troviamo sovrastampato in viola mentre sulle nuove è stampato in nero (in questo caso «4 cm» sulla Carta equivalgono ad «1 km» nella realtà).

Si può notare inoltre, anche se per il territorio sardo non è poi così evidente, il mancato parallelismo fra il *reticolato chilometrico* ed il *reticolato geografico* (osserva la Cartina a pagina 47 [fig. 35]); nella cartografia ufficiale italiana il taglio dei Fogli è stato eseguito secondo quest'ultimo e pertanto il *reticolato chilometrico* risulterà generalmente non orientato, obliquo rispetto alle *trasformate* sia dei meridiani sia dei paralleli.

Consideriamo sempre la Sezione **F° 500 III** (Olivena) ed immaginiamo di voler ricavare le coordinate U.T.M. del punto «X» (l'obliquità del *reticolato chilometrico*, rispetto al *reticolato geografico*, è stata volutamente esagerata per mettere in risalto la differenza fra i due sistemi) [tav. 03].

Il valore dei vertici di quadrettatura sono stati calcolati dall'Autore a partire dai valori delle coordinate geografiche europee presenti sulla Cartina.

Il fatto «*fortuito*» che il punto «X» cada esattamente nell'intersezione di due *linee* del reticolo semplifica ovviamente il procedimento.

In questo particolare caso è sufficiente leggere il numero che contraddistingue le *due linee* (sia quella «*orizzontale*» sia quella «*verticale*»), o parimenti le due trame del reticolato chilometrico, che individuano il punto «X»; da notare che ogni numero è formato da una serie di cifre alcune delle quali sono più piccole delle altre.

Nel nostro esempio si ha:

per la *linea «orizzontale»* il numero è: ⁴⁴**54** km (4 454 000 m)
per la *linea «verticale»* il numero è: ⁵**32** km (532 000 m)

Le cifre piccole rappresentano le *migliaia* e le *centinaia* di chilometri: le cifre grandi rappresentano le *decine* e le *unità* di chilometri.

La designazione delle cifre fino al centinaio di chilometri (cifre piccole) si può omettere in quanto l'informazione è già compresa nell'indicazione della **maglia**.

dalla Sezione si deduce: Fuso = **32**; Fascia = **T**; Maglia = **NK**

La designazione del punto «X» sarà pertanto:

32 T NK 3200 5400 con l'approssimazione al decametro

Immaginiamo ora di voler ricavare le Coordinate U.T.M. del punto «Y» situato in una posizione non «*preferenziale*».

Individuata la maglia in cui è compreso «Y» si stabiliscono innanzi tutto, con lo stesso procedimento seguito per trovare le coordinate del punto «X», le coordinate del suo vertice «V», posto a Sud-Ovest (in basso a sinistra), le quali risultano:

longitudine E = ⁵**37** km (537 000 m) Latitudine N = ⁴⁴**58** km (4 458 000 m)

Si misura poi, servendosi di un normale righello millimetrato, la distanza che intercorre fra il vertice «V» e le proiezioni ortogonali di «Y» sulle semirette, appartenenti al reticolato chilometrico, uscenti da «V», origine di un sistema di riferimento cartesiano che potremmo definire di *comodo*.

Nel nostro specifico caso abbiamo:

V-Ya (sull'asse «*orizzontale*») = 1,74 cm (equivalenti, in scala, a 435 m)

V-Yb (sull'asse «verticale») = 2,00 cm (equivalenti, in scala, a 500 m)

Da cui avremmo:

$$E = 537\,000\text{ m} + 435\text{ m} = 527\,435\text{ m}$$

$$N = 4\,458\,000\text{ m} + 500\text{ m} = 4\,458\,500\text{ m}$$

Come nel caso precedente trascuriamo sia le *migliaia* sia le *centinaia* di chilometri poiché questa indicazione è già compresa nell'indicazione della maglia.

La designazione del punto «Y» sarà pertanto:

32TNK37445850 con l'approssimazione al *decametro*

Oppure:

32TNK3743558500 con l'approssimazione al *metro*

La precisione del *decametro*, per gli normali scopi speleologici, è sempre adeguata.

Nel [dis. 07], il quale riproduce una parte della **Tavoletta (F° 21 III S.E. Trento)**, sono riportati (pag. 51) i valori di tutte e quattro i *sistemi di coordinate*:

geografiche italiane

geografiche europee

U.T.M.

Gauss-Boaga

Di questo ultimo sistema, che, nell'ambito speleologico, dovrebbe essere ormai di interesse esclusivamente *storico*, sono indicati, sulle Carte topografiche, soltanto i contrassegni che indicano la posizione delle maglie, di un chilometro di lato, del reticolo omonimo *Gauss-Boaga* (i valori delle coordinate sono stati aggiunti dall'*Autore* utilizzando le indicazioni presenti a margine; vedi il paragrafo «**Le diciture varie**»).

In questa Tavoletta è evidente l'obliquità del reticolato chilometrico U.T.M. rispetto all'immagine (le trasformate) dei meridiani e dei paralleli; come si può notare, però, per avere una differenza così sensibile ci siamo dovuti spostare verso i margini del Fuso.

Curiosità

Coordinate piane ortogonali U.T.M. di M. Mario (Roma) nel sistema geodetico europeo [ED 50]:

Longitudine: 288 803,14 m E

Latitudine: 4 644 714,63 m N

Denominazione: 33TTG2880344714

con l'approssimazione al metro

Le Coordinate Gauss-Boaga

Sono state presentate per ultime, quasi di *malavoglia*, poiché, a parere dell'*Autore*, dovrebbero essere completamente abbandonate per restare un'eccellente contributo storico.

Sulle Cartine in scala al 1:25 000, edite dall'I.G.M., come parimenti sulle *Carte Tecniche Regionali*, troviamo gli indici per tracciarci un altro *reticolato a maglie quadrate* (oltre a quello U.T.M.) ugualmente di quattro centimetri (4 cm) di lato.

Quest'ultimo reticolato è concettualmente identico al precedente anche se non gli si sovrappone esattamente a cagione del fatto che è inquadrato nel **Sistema Geodetico Italiano** e non in quello **Europeo**.

Il **Sistema Gauss-Boaga** comprende soltanto due fusi: quello *ovest*, corrispondente al fuso 32 (U.T.M.), e quello *est*, corrispondente al fuso 33 (U.T.M.); quest'ultimo è stato esteso, verso est, di 30' per comprendere anche la parte della penisola Salentina, che cadendo entro il fuso 34 (U.T.M.), ne sarebbe rimasta esclusa.

La differenza sostanziale, rispetto alle **Coordinate U.T.M.**, è che al *meridiano centrale del primo fuso* (9° da Greenwich), origine delle latitudini (sistema di riferimento fuso ovest), si attribuisce il valore convenzionale di: $E_1 = 1\,500\,000\text{ m}$; al *meridiano centrale del secondo fuso* (15° da Greenwich), origine delle latitudini (sistema di riferimento fuso est), si attribuisce il valore convenzionale di: $E_2 = 2\,520\,000\text{ m}$.

In ambedue le origini delle latitudini convenzionali: E_1 , E_2 la prima cifra indica il fuso ($E_1 = 1\,500\,000$ fuso 1°; $E_2 = 2\,520\,000$ fuso 2°) mentre con l'aggiunta di quegli strani 20 000 m del fuso 2° (che sembra non abbiano senso) si cerca di evitare grossolani errori di distrazione.

Nella nuovissima Serie 25/DB (vedi: **L'ultima nata all'IGM**) non è più presente l'indicazione del reticolato chilometrico Gauss-Boaga; sono comunque indicati i suoi valori riferiti ai vertici di quadratura.

Curiosità

Coordinate piane ortogonali Gauss-Boaga di M. Mario (Roma) nel sistema geodetico italiano [Roma 40]:

Longitudine: 2 308 739,38 m E

Latitudine: 4 644 532,00 m N

Sesta digressione

Premessa

Uno dei problemi della cartografia è quello di trovare la distanza fra due punti; se siamo all'interno del campo topografico (vedi in: *Quinta digressione, sui campi*, pagina 29) la soluzione è semplice perché possiamo considerare la superficie di riferimento, quella su cui si eseguiranno le misure, una superficie piana, senza commettere errori rilevabili.

Se, per contro, siamo nel campo geodetico, o in un campo più vasto, dobbiamo necessariamente considerare la geodetica che unisce i due punti sulla superficie terrestre.

Esempio

Volendo calcolare la distanza fra la città di **Barcellona** e la città di **Tokio**, misurata sulla superficie terrestre considerata sferica, possiamo agire nel seguente modo.

Servendoci di una *Carta geografica* possiamo trovare le coordinate geografiche (la posizione) sia della città di **Barcellona** (2° N, 41° N) sia di quella di **Tokio** (140° E, 36° N).

Consideriamo, quindi, il triangolo sferico di vertici «ABD», in cui «A» è l'ubicazione di **Barcellona**, «B» è l'ubicazione di **Tokio**, «D» coincide col **Polo nord geografico**; la geodetica «d», la distanza fra le due città, può essere calcolata utilizzando in teorema del coseno per i triangoli sferici:

$$\cos(d) = \cos(a) \cdot \cos(b) + \sin(a) \cdot \sin(b) \cdot \cos(C)$$

Sapendo che:

- ♦ Per calcolare la lunghezza di un lato di un angolo sferico si deve considerare l'equatore come asse delle ascisse di un piano cartesiano; dalla sua latitudini in gradi si sottraggono 90°.
- ♦ Per calcolare l'angolo «D» si deve procedere nel medesimo modo prendendo, però, il meridiano di Greenwich come asse delle ordinate.

$$a = 90^\circ - 41^\circ = 49^\circ$$

$$b = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$$

$$D = 140^\circ - 2^\circ = 138^\circ$$

Inserendo questi valori nella formula precedente, si ha:

$$\begin{aligned} \cos(d) &= \cos(49^\circ) \cdot \cos(54^\circ) + \sin(49^\circ) \cdot \sin(54^\circ) \cdot \sin(138^\circ) = \\ &= 0,656059028 \cdot 0,587785252 + 0,754709580 \cdot 0,809016994 \cdot -0,743144825 = \\ &= -0,06812225162 \end{aligned}$$

Da cui:

$$d = \arccos(-0,06812225162) = 93,906142658^\circ$$

Per conoscere la distanza «d» espressa in chilometri « d_{km} », basta conoscere la circonferenza equatoriale «s» considerando la Terra sferica con un raggio «r» di: 6 370 km:

$$s = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 6\,370 = 40\,023 \text{ km}$$

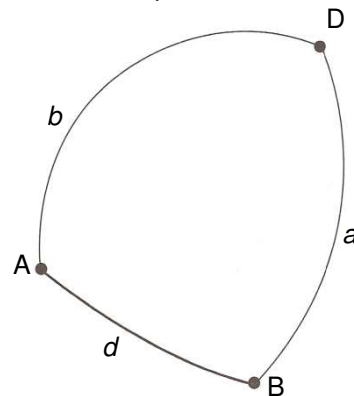
Da cui, con una semplice proporzione:

$$360^\circ : 40\,023 = 93,906142658^\circ : d_{km}$$

si ottiene il risultato.

$$d_{km} = \frac{40\,023 \cdot 93,906\,142\,658^\circ}{180} = 10\,440,02 \text{ km}$$

Utilizzando **Google^{MT} Earth** si è ottenuto il valore: $d_{km} = 10\,442,62 \text{ km}$.



Il sistema e GPS e DGPS

I sistemi satellitari

Il sistema **GPS**, la cui denominazione completa è «**NAVSTAR GPS**» (**N**avigation **S**atellite **T**iming **A**nd **R**anging **G**lobal **P**ositioning **S**ystem), è articolato in tre sezioni: **Spaziale**, **Utenza**, **Controllo**.

La **Sezione Spaziale** completa è composta da diciotto satelliti operativi, più tre di riserva (in *standby mode*), ruotanti in sei orbite circolari, intervallate di 60° ed inclinate di 55° , ruotanti ad una quota di circa 20 190 m e con un periodo di circa $11^h 58^m$ [fig. 42].

I satelliti inviano, a terra, segnali sincroni di tempo e di frequenza; trasmettono inoltre informazioni sulle effemeridi radio, dati per le correzioni atmosferiche e degli orologi, situazione sul funzionamento dei sistemi di bordo, ecc.

La geometria del sistema è studiata in modo che, da un qualsiasi punto sulla terra, ed in qualsiasi istante, siano costantemente visibili almeno quattro satelliti simultaneamente così da poter calcolare le quattro incognite necessarie per definire le tre coordinate spaziali che caratterizzano la posizione del ricevitore più l'offset del suo orologio.

Un satellite è considerato visibile, nel senso di utilizzabile dal ricevitore GPS, quando si trova a circa $10^\circ \div 15^\circ$ sopra l'orizzonte; gli apparecchi più evoluti escludono automaticamente i satelliti che, per la loro posizione eccessivamente bassa, risultano non affidabili.

La **Sezione Utente** comprende i ricevitori GPS, gestiti dai singoli utenti, con le loro antenne ed eventualmente la strumentazione accessoria, o di campagna (mobile) o di sede (fissa); ogni ricevitore incorpora almeno un orologio, un sistema di acquisizione dati, un sistema generatore di codici di frequenza, un sistema di alimentazione.

La **Sezione Controllo** è costituita da alcune stazioni di **tracking**, le quali rilevano, con continuità, i dati relativi alle orbite ed al tempo di ogni satellite, da una stazione **Master**, situata a **Colorado Springs**, che elabora i dati ed aggiorna i parametri, delle orbite ed i tempi, e li ritrasmette ai satelliti per mezzo di alcune stazioni di **trasmissione**.

I satelliti trasmettono su due differenti frequenze:

L1 = 1 575,42 MHz

L2 = 1 227,60 MHz

Su queste portanti sono modulati, in fase, i due segnali.

La L1 è modulata con un segnale a 1.023 MHz per il codice «C/A» (*Coarse Acquisition*) ed un segnale a 10,23 MHz per il codice «P» (*Precise Code*), ruotati di 90° l'uno rispetto all'altro, la L2 modula soltanto il codice «P»; quest'ultimo è protetto ed è accessibile esclusivamente ad utenti autorizzati.

Nonostante il codice «C/A» avesse una precisione inferiore al codice «P», al Ministero della Difesa americano (Department of Defense) deve essere sembrato che si potessero ricavare dati ancora troppo accurati per cui avevano inserito, volontariamente, un errore sul segnale falsando il codice emesso dai satelliti; questa tecnica è conosciuta come selezione «SA» (*Selective Availability*).

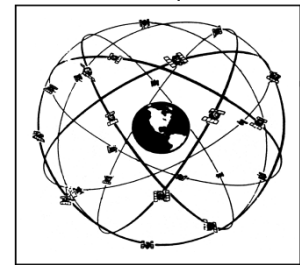
In ultima analisi potremmo considerare che, nella situazione cui ci si trovava allora (come vedremo qualcosa è cambiato), ogni singola misurazione avesse una probabilità del 95% di rientrare in un'ellisse degli errori di cento metri di raggio ed una probabilità del $60\% \div 65\%$ di rientrare in un'ellisse degli errori di cinquanta metri sempre di raggio.

La media di più misurazioni, specie se eseguite distanziate nel tempo in modo da coinvolgere, nelle misurazioni, differenti satelliti, forniva risultati più precisi (anche ora fornisce risultati migliori e più attendibili); possiamo infatti considerare che vi fosse una probabilità del 95% di ricadere all'interno di un'ellisse degli errori del raggio di cinquanta metri.

Vi è per contro un metodo relativamente semplice per superare le limitazioni imposte dalla tecnica «SA», applicata al codice «C/A», raggiungendo precisioni perfino superiori e quelle ottenibili utilizzando il codice «P».

Il sistema è il **DGPS** (*Differential GPS*) il quale consiste nell'utilizzare un GPS situato in un punto «T» (punto *traslocante*) di cui si conoscono, a priori, le coordinate esatte ed un GPS collocato nel punto «G» di cui si desidera determinare le coordinate; il sistema necessita comunque di un particolare *software* dedicato.

Se si acquisiscono contemporaneamente, e per più di un'ora, i segnali provenienti da almeno quattro satelliti si possono determinare, con elevata precisione, le coordinate del *centro di fase* dell'antenna, situata sul punto incognito «G», con le coordinate del *centro di fase* dell'antenna situata sul punto noto «T»; in pratica si può determinare la «*baseline*»,



[fig. 42]

costituita dalla terna di valori «dx», «dy», «dz», con la relativa matrice di Varianza-covarianza.

Le possibilità insite in questa procedura sono forse il motivo che hanno convinto i responsabili americani, della sicurezza, ad eliminare la protezione *Anti-Spoofing* al codice «C/A», rendendolo finalmente utilizzabile da tutti in piena precisione.

Curiosità

Durante la «*guerra del Golfo*» la precisione degli apparecchi GPS risultò, a molti, stranamente, ed inaspettatamente, elevata senza un apparente motivo.

L'enigma era semplice! Gli Stati Uniti non disponevano, in quel momento, di tutti i ricevitori, in grado di elaborare il codice «P», necessari ai loro scopi e pertanto furono costretti ad usare anche i ricevitori che potevano elaborare soltanto il codice «C/A».

Per disporre della precisione desiderata dovettero eliminare il disturbo, presente normalmente nel codice «C/A» dei satelliti del gruppo II; a partire dal 1991 il disturbo è stato però riinserito.

Il *sistema geodetico* di riferimento (*Geodetic Datum*), generalmente utilizzato nei GPS, è il **WGS84** che è l'acronimo di «**World Geodetic System 1984**»; le Cartine I.G.M., come parimenti la Carte Tecniche Regionali, utilizzano, come già detto, l'ellissoide di **Hayford** (vedi il paragrafo «*l'ellissoide di riferimento*»).

Il valore che le coordinate assumono, in un dato punto sulla superficie terrestre, è funzione, come noto, sia dal tipo di *ellissoide* sia dal *sistema geodetico* utilizzati; è pertanto indispensabile indicare al ricevitore, scegliendolo fra i molti presenti nelle opzioni, sia il *datum* desiderato (per la cartografia edita dall'I.G.M. o Serie 25 «**European 1950**» o Serie 25_{DB} «**WGS84**») sia, ovviamente, il tipo di coordinate desiderato: *geografiche ellissoidiche*, *piane ortogonali*.

I parametri principali, dell'ellissoide associato al sistema **WGS84**, sono:

Semiasse maggiore	a	= 6 378 137	m
Costante gravitazionale	GM	= (3 986 005 ± 0,6) • 10 ⁸	m ³ • s ⁻²
Coefficiente gravitazionale	C ₂₀	= (-484,166 85 ± 0,001 30) • 10 ⁻⁶	
Velocità angolare	ω	= (7 292 115 ± 0,1500) • 10 ⁻¹¹	rad • s ⁻¹
<i>ed inoltre</i>			
Semiasse minore	b	= 6 356 752,314	m
Raggio di curvatura polare	c	= a ² / b = 6 399 593,626	m
Schiacciamento	f	= (a - b) / a = 0,003 352 810 665	
f ⁻¹ (1/f)	s	= 1 / 298,257 223 563	
Eccentricità prima «e»	e ²	= (a ² - b ²) / a ² = 0,006 694 379 990	
Eccentricità seconda «e'»	e' ²	= (a ² - b ²) / b ² = 0,006 739 497 742	

Settima digressione

II GPS e la Teoria della relatività

Come abbiamo già vagamente accennato, i satelliti GPS possiedono un orologio atomico di altissima precisione che misura il tempo con un'accuratezza di una parte su un miliardo; questo significa che o ritarda od anticipa di un secondo ogni 32 000 anni.

Una precisione così elevata si rende necessaria per correggere gli effetti relativistici legati sia alla relatività speciale (o ristretta) «RS» sia alla relatività generale «RG».

Per velocità notevolmente inferiori a quelle della luce nel vuoto ($\approx 300\,000\text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$), le formule, per il calcolo delle dilatazioni temporali, possono assumere forme semplici:

$$\Delta(\text{RS}) \approx -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{V}{c}\right)^2$$

$$\text{Tenendo presente che: } V = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R_{\text{GPS}}}}$$

$$\Delta(\text{RG}) \approx \frac{G \cdot M}{c^2} \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_{\text{GPS}}}\right)$$

In cui: $\Delta(\text{RS})$ = effetti dovuti alla relatività speciale - V = velocità tangenziale del satellite GPS - c velocità della luce nel vuoto ($299\,792,458\text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$) - G = costante di gravitazione universale - M = massa della Terra - R_{GPS} = raggio dell'orbita del satellite GPS - $\Delta(\text{RG})$ effetti dovuti alla relatività generale - R_T = raggio medio terrestre.

Utilizzando i parametri orbitali propri dei satelliti GPS otterremo i seguenti risultati.

$$\Delta(\text{RE}) = -7,3 \mu\text{s} \cdot \text{g}^{-1} \quad (\text{microsecondi al giorno})$$

$$\Delta(\text{RG}) = +45,7 \mu\text{s} \cdot \text{g}^{-1} \quad (\text{microsecondi al giorno})$$

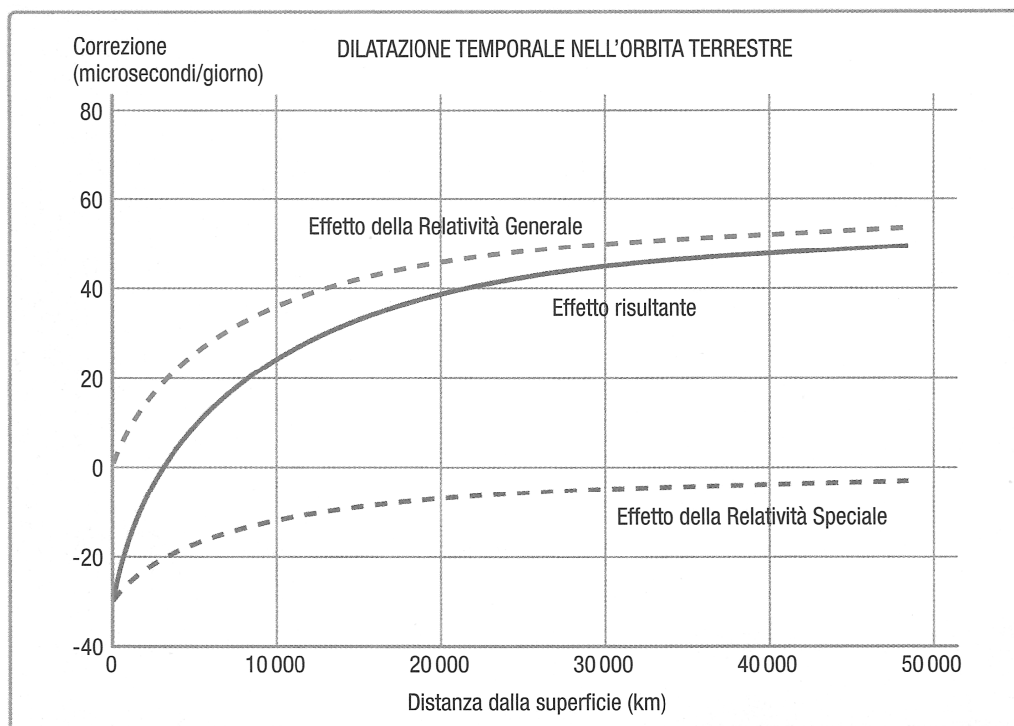
$$\Delta(\text{totale}) = +38,4 \mu\text{s} \cdot \text{g}^{-1} \quad (\text{microsecondi al giorno})$$

Gli orologi dei satelliti GPS vanno in anticipo (il loro tempo proprio procede più velocemente), rispetto agli orologi posti sulla terra, di circa un secondo ogni 71,3 anni.

La differenza sembra assolutamente irrisoria, ma considerando l'elevato valore della velocità della luce, non tenendo conto di tale aspetto, si riscontrerebbero errori inaccettabili sul proprio posizionamento.

Il valore ed il segno della correzione relativistica variano con la distanza dalla superficie terrestre; ad una quota di 3 200 km gli effetti della variazione temporale dovuti sia alla relatività speciale sia alla relatività generale si compensano e pertanto si annullano.

A quote minori l'orologio di un eventuale satellite ritarderebbe rispetto a quello posto sulla superficie terrestre, a quote maggiori andrebbe in anticipo.



Miglioramenti al Sistema GPS

Il Sistema EGNOS

Recentemente è stato attivato, per l'Europa, il nuovo sistema di posizionamento **EGNOS** (**E**uropean **G**eostationary **N**avigation **O**verlay **S**ervice) il quale, parimenti all'analogo sistema americano **WAAS** (**W**ide **A**rea **A**ugmentation **S**ystem), fornisce ai ricevitori GPS, abilitati **WAAS/EGNOS**, un'integrazione ai dati forniti dal Sistema Base **GPS**, la quale garantisce una precisione ancora superiore; Il Giappone e l'estremo oriente saranno serviti da un sistema analogo chiamato **MSAS** (**M**TSAT **S**atellite-base **A**ugmentation **S**ystem) [fig. 43].

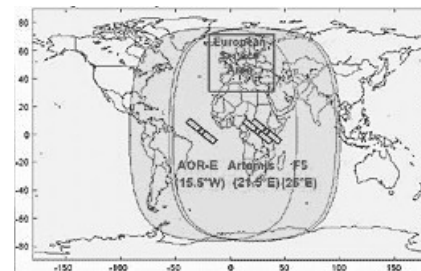


[fig. 43]

Il Sistema **EGNOS** è strutturato con una serie di stazioni fisse terrestri, di posizione nota, **RIMS** (**R**anging and **I**ntegrity **M**onitoring **S**tation), dislocate sull'Europa, le quali, rilevando la propria posizione sulla base dei dati forniti dai satelliti GPS, possono generare, confrontando la propria distanza misurata con la distanza reale nota, un reticolo di correzione.

Tali dati vengono trasmessi ad un satellite geostazionario che a sua volta li trasmette sulla frequenza GPS (L1), il ricevitore, per determinare la propria posizione, applicherà i dati di correzione relativi ai punti di reticolo più prossimi ad esso.

In [fig. 44] è riportata la copertura di EGNOS per la zona dell'Europa.



[fig. 44]

L'ultima nata all'IGM

La Serie 25DB

L'IGMI sta attualmente provvedendo alla progressiva sostituzione delle *Sezioni* della **Serie 25**, con quelle della **Serie 25 DB** [fig. 45].

Sono allestite in base al *Sistema geodetico* di riferimento **ETRS89** (European Terrestrial Reference), che rappresenta la versione europea del sistema mondiale geocentrico **WGS84** (World Geodetic System 1984), al quale è associato l'ellissoide geocentrico **GRS80** (Geodetic Reference System 1980).

L'ellissoide **GRS80** è caratterizzato dai seguenti parametri metrici:

$$a = 6\,378\,137\text{ m} \quad f = 1/298\,257\,222\,101.$$

La realizzazione italiana è costituita dalla rete geodetica **IGM95**.

La Carta conserva le caratteristiche dimensionali della Serie 25 (il taglio cartografico è del Sistema di riferimento ED50) e le Sezioni sono ottenute per mezzo di stereorestituzione numerica (o derivate dalla Cartografia Tecnica Regionale numerica) e sono parimenti inquadrare nella rappresentazione conforme U.T.M..

La *Rappresentazione cartografica* è la conforme **Universale Traversa di Mercatore** e le latitudini sono riferite al meridiano di Greenwich.

L'altimetria (equidistanza 25 m) è riferita al mareografo di *Genova* per la parte continentale, a quello di *Catania* per la **Sicilia**, a quello di *Cagliari* per la **Sardegna**.

Le coordinate di Monte Mario (Roma) nel sistema WGS84 sono:

latitudine:	41° 55' 27,851"	nord
longitudine:	12° 27' 07,658"	est (da Greenwich)
Longitudine:	288 734,09 m	E
Latitudine:	4 644 522,45 m	N

Designazione: 33TTG8873444522

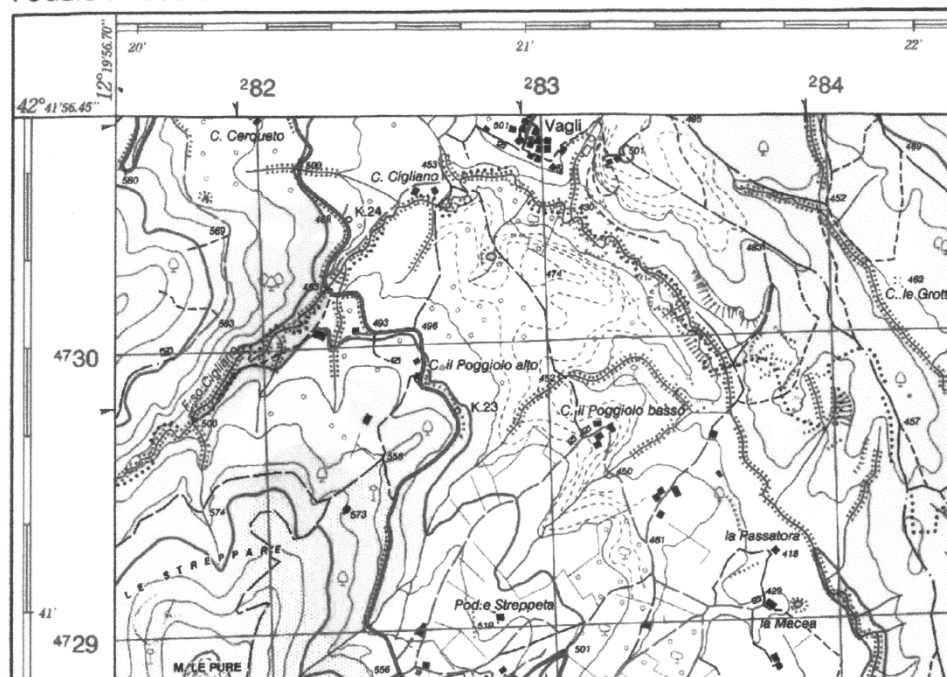
CARTA D'ITALIA - SCALA 1 : 25 000

FOGLIO N° 335 SEZ. III - MONTECASTRILLI

Esempio di Sezione

Serie 25DB

[fig. 45]



Curiosità

Ho acquistato una sezione della serie 25DB (Polidoro) ed ho constatato, con meraviglia, che nei **DATI INFORMATIVI** compariva l'indicazione:

Sistema di riferimento:

WGS84 realizzazione europea ETRF89 (European Terrestrial Reference Frame 1989).

Realizzazione nazionale: IGM95. Parametri dell'ellissoide geocentrico associato:

$$a = 6\,378\,137\text{ m} \quad f = 1/298,257\,223\,563$$

Al posto della corretta indicazione.

Sistema di riferimento:

WGS84 che al livello europeo è rappresentato dal sistema ETRS89 (European Terrestrial Reference System 1989). Realizzazione nazionale: IGM95.

Parametri dell'ellissoide geocentrico associato (GRS80):

$$a = 6\,378\,137\text{ m} \quad f = 1/298,257\,222\,101$$

Ho telefonato all'**IGM** per chiedere delucidazioni e mi hanno confermato che l'informazione è errata e che, al momento, prendevano atto della mia segnalazione senza peraltro potermi fornire spiegazioni in merito.

I **DATI INFORMATIVI** vengono stampati in automatico e questo scambio, pertanto, almeno in teoria, non sarebbe potuto accadere.

Ottava digressione

La riproduzione multicolore

Un problema poco conosciuto è quello dell'allestimento delle Carte a colori, il quale presenta difficoltà crescenti con l'aumentare del contenuto e, pertanto, del numero dei colori necessari a fornire le molteplici rappresentazioni.

Questo vale in special modo per le Carte tematiche o a molti o a moltissimi colori, mentre per le normali Carte topografiche, sia per il limitato numero di colori sia per gli elementi in esse rappresentati, i problemi e tecnici ed estetici sono limitati; non è detto, però, che non esistano.

I colori fondamentali sono ed il **giallo** ed il **rosso** ed il **blu**; sia i vari toni sia la composizione sia la retinatura di essi, forniscono molteplici combinazioni, mentre il **nero** fa parte a se poiché non entra nelle composizioni cromatiche

Precisazioni

I colori primari possono essere **colori primari additivi** o **colori primari sottrattivi** a seconda che la tecnica di combinazione usata sia *additiva* o *sottrattiva*.

L'insieme di colori *primari additivi* più comunemente usato è composto da **rosso** e **verde** e **blu** (o **RGB** in inglese, *red, green, blue*).

L'insieme di colori *primari sottrattivi* più comunemente usato è composto da **ciano** e **magenta** e **giallo**; in pittura, dove il modello di mescolanza di riferimento è quello sottrattivo, l'insieme di *primari* a cui si fa riferimento tradizionalmente è quello composto da: il **giallo**, il **rosso**, il **blu**.

I *colori secondari* derivano dalla mescolanza di due colori primari in *uguali* quantità; i *colori terziari* derivano dalla mescolanza di due colori primari in *diverse* quantità.

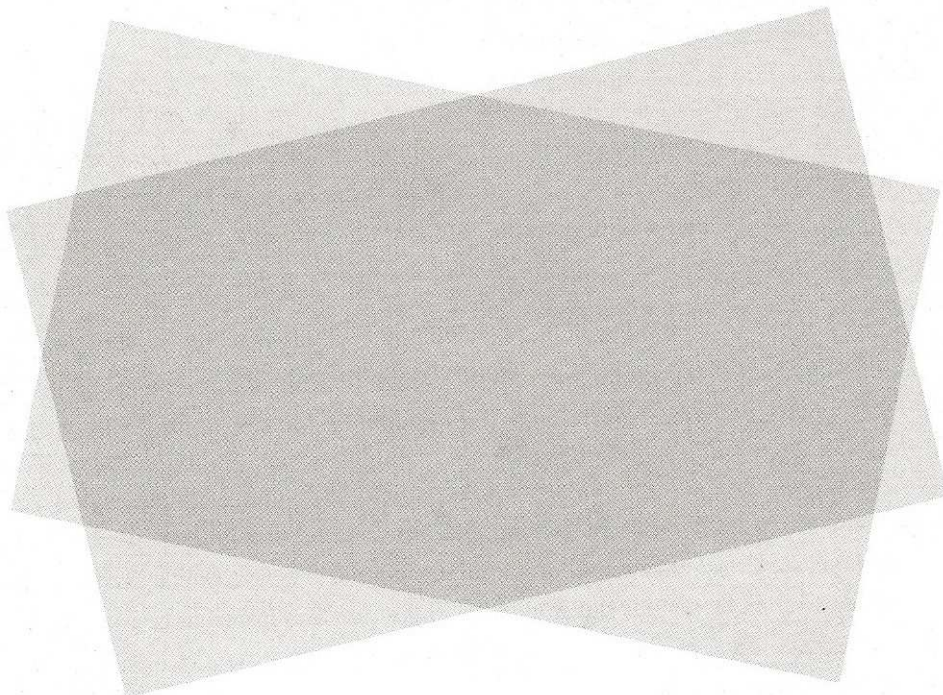
All'interno dei colori e primari e secondari vi sono tre coppie di complementari, formate da un colore secondario e dal primario rimasto fuori dalla composizione.

Ad esempio: «giallo + ciano = verde», allora il verde (colore secondario) è complementare del magenta (primario rimasto fuori); questo tipo di coppie dà un effetto di massimo contrasto cromatico. Gli effetti delle diverse combinazioni sono stati teorizzati e sono normalmente usati nelle discipline grafiche.

Bisogna considerare che è impossibile produrre colori con e purezza e proprietà spettrali assolute; si deve considerare, inoltre, che per una eccellente resa di stampa, sarebbe necessario valutare anche il tono di bianco della carta che si combina con quelli dei colori.

Lo scopo è, pertanto, quello di ottenere le tinte desiderate per mezzo della composizione dei colori di base, riproducendole per mezzo di tipi a tinte o piene o retinate con trame o lineari o puntinate od incrociate.

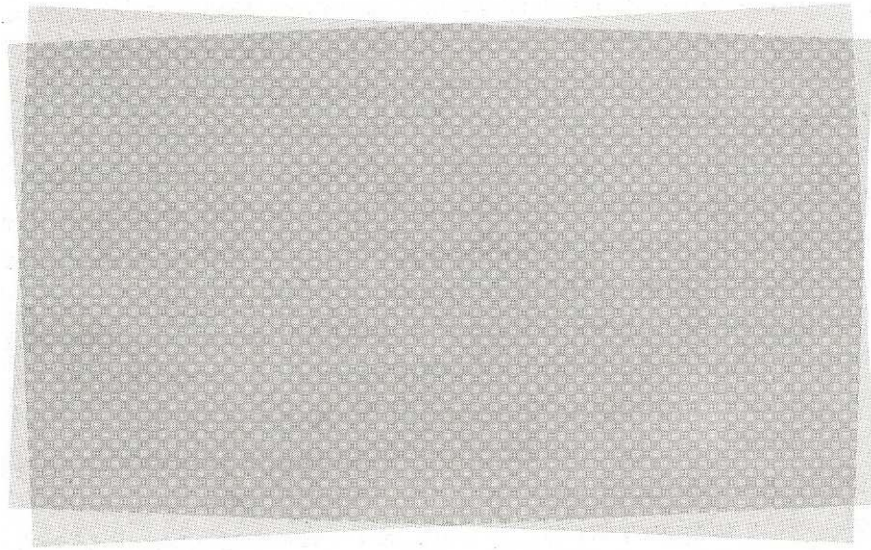
A tal uopo si devono utilizzare, per la migliore resa cromatica, retini adeguati allo scopo che si desidera raggiungere; retini appropriati sia per la fittezza della trama, valutata in numero di linee per centimetro, sia la finezza delle linee componenti la trama stessa [fig. 46].



[fig. 46]

Va sempre tenuto in debito conto che l'utilizzo di retinature sovrapposte può produrre l'**effetto moirè**, o **effetto marezzato**, assolutamente da evitare [fig. 47] (pagina seguente).

Questo *inconveniente* può essere evitato utilizzando insieme retinature incrociate sia lineari sia a puntini, con l'accortezza di dare un andamento verticale alle trame lineari del colore giallo, un'inclinazione di 30° a sinistra a quelle del rosso, un'inclinazione di 30° a destra a quelle del blu.



[fig. 47]

L'inaccettabile effetto *moiré*.

Un punto di coordinate note

Ricerca dell'ingresso di una cavità

A conclusione della relazione si dovrebbe parlare dei metodi più idonei per rintracciare l'ingresso di una cavità essendo in possesso delle sue coordinate.

A tal uopo avanzo leciti dubbi sulla possibilità di utilizzare metodi puramente *topografici*; la relativa attendibilità dei dati forniti dai rilevatori e gli inevitabili errori che introduciamo nelle nostre misurazioni, mi rendono alquanto scettico su un felice esito dell'impresa.

Si inizia col riportare le coordinate note del punto «G» sulla cornice della Carta individuando così, su di essa, sia il punto «G₁» (latitudine) sia il punto «G₂» (longitudine); da questi si conducono le parallele, al reticolato geografico, fino ad individuare il loro punto di intersezione in «G»; in sostanza si utilizza il procedimento opposto seguito per determinare le coordinate di un punto.

Una volta in campagna ci si orienta basandosi su elementi caratteristici facilmente identificabili (case isolate, incroci di sentieri, forni di calce, ecc.).

L'Autore ha preparato una dispensa «**Il Manualetto del trekking**» nella quale vi sono illustrate alcune tecniche che potrebbero risultare utili per raggiungere un punto voluto.

Nei casi più complessi, non essendo pratici della zona e non trovando evidenti punti di riferimento, si deve procedere per successive approssimazioni determinando, di tanto in tanto, la propria posizione (vedi il paragrafo «**La posizione di un punto sulle Carte**»); da essa si ricavano facilmente mediante misure dirette sulla Cartina, sia la direzione verso cui procedere sia la distanza ancora da percorrere.

Come detto in precedenza tali sistemi valgono soltanto nel caso, peraltro raro e del tutto fortuito che le *informazioni* in nostro possesso e le *misurazioni* da noi compiute siano affette da errori trascurabili,

In ultima analisi il sistema migliore mi sembra quello di individuare una zona più o meno vasta, entro la quale eseguire una perlustrazione, sistematica ed attenta, alla ricerca dell'ingresso della cavità, sperando nella *fortuna amica*.

Sugli angoli

Definizione di angolo

Si chiama **angolo** ciascuna delle due parti, di un piano, determinate da due semirette del piano aventi la stessa origine; le due semirette si dicono **lati** dell'angolo, l'origine delle due semirette si dice **vertice** dell'angolo

In base all'ampiezza

Un **angolo acuto** ha ampiezza inferiore a quella di un angolo retto, ossia:

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ \left(\frac{\pi}{2}\right)$$

Un **angolo retto** ha l'ampiezza uguale a un quarto di quella di un angolo giro, ossia:

$$\alpha = 90^\circ \left(\frac{\pi}{2}\right)$$

Un **angolo ottuso** ha l'ampiezza compresa fra quelle di un angolo retto e quelle di un angolo piatto, ossia:

$$90^\circ \left(\frac{\pi}{2}\right) < \alpha < 180^\circ (\pi)$$

Un **angolo piatto** ha ampiezza pari a metà di quella di un angolo giro, ossia:

$$\alpha = 180^\circ (\pi)$$

Un **angolo giro** ha ampiezza uguale a:

$$\alpha = 360^\circ (2\pi)$$

corrisponde a una rotazione completa di una semiretta intorno al suo estremo.

Due angoli si dicono **opposti al vertice** quando hanno il vertice in comune ed i lati dell'uno sono i prolungamenti dei lati dell'altro.

Un **angolo concavo** ha ampiezza maggiore di quella di un angolo piatto, ossia:

$$\alpha > 180^\circ (\pi)$$

Contiene i prolungamenti dei suoi lati.

Un **angolo convesso** ha ampiezza minore di quella di un angolo piatto, ossia:

$$\alpha < 180^\circ (\pi)$$

Non contiene i prolungamenti dei suoi lati.

Angoli di completamento

Due angoli, e « α » e « β », si dicono **complementari** quando la loro somma è uguale ad un angolo retto (R):

$$\alpha + \beta = 90^\circ \left(\frac{\pi}{2}\right)$$

Due angoli *complementari* sono, per definizione, *angoli acuti*.

Due angoli, e « α » e « β », si dicono **supplementari** quando la loro somma è uguale ad un angolo piatto (P).

$$\alpha + \beta = 180^\circ (\pi)$$

Due angoli, e « α » e « β », si dicono **esplementari** quando la loro somma è uguale ad un angolo giro (G).

$$\alpha + \beta = 360^\circ (2\pi)$$

Valori delle funzioni trigonometriche di alcuni angoli

α	$0^\circ, 360^\circ$	90°	180°	270°	30°	45°	60°
sen α	0	+1	0	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos α	+1	0	-1	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg α	0	$\pm\infty$	0	$\pm\infty$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
ctg α	$\pm\infty$	0	$\pm\infty$	0	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Sistemi di misura degli angoli

Definizione

La misura di un angolo piano può essere definita come la grandezza della rotazione di una semiretta attorno al suo punto origine.

In tal caso l'*angolo giro* «G» viene definito come quell'angolo corrispondente ad una rotazione tale da riportare la semiretta a coincidere con la sua posizione iniziale.

La metà e la quarta parte dell'angolo giro sono denominate rispettivamente ed *angolo piatto* «P» ed *angolo retto* «R».

Sistemi geometrici

a) Sessagesimale

$$\text{Grado sessagesimale} = 1^\circ = \frac{G}{360}, \quad R = 90^\circ, \quad P = 180^\circ, \quad G = 360^\circ$$

$$\text{Primo sessagesimale} = 1' = \frac{1^\circ}{60} = \frac{G}{21\,600}$$

$$\text{Secondo sessagesimale} = 1'' = \frac{1'}{60} = \frac{G}{1\,296\,000}$$

Il secondo viene ulteriormente suddiviso in frazioni decimali.

b) Sessadecimale

$$\text{L'unità di misura è sempre il grado} \quad = 1^\circ = \frac{2\pi}{360}, \quad \frac{\pi}{2} = 90^\circ, \quad \pi = 180^\circ, \quad 2\pi = 360^\circ$$

Il grado viene ulteriormente suddiviso in frazioni decimali.

c) Centesimale

$$\text{Grado centesimale} = 1^g = \frac{G}{400}, \quad R = 100^g, \quad P = 200^g, \quad G = 400^g$$

$$\text{Primo centesimale} = 1^c = \frac{1^g}{100} = \frac{G}{40\,000}$$

$$\text{Secondo centesimale} = 1^{cc} = \frac{1^c}{100} = \frac{G}{4\,000\,000}$$

Il secondo viene ulteriormente suddiviso in frazioni decimali.

d) Millesimale convenzionale

$$\text{Millesimo convenzionale} = 1^{oo} = \frac{G}{6\,400}, \quad R = 1\,600^{oo}, \quad P = 3\,200^{oo}, \quad G = 6\,400^{oo}$$

Il millesimo viene ulteriormente suddiviso in frazioni decimali.

e) Orario

$$\text{Ora} = 1^g = \frac{G}{24}, \quad R = 6^h, \quad P = 12^g, \quad G = 24^g$$

$$\text{Primo (minuto)} = 1^m = \frac{1^g}{60} = \frac{G}{1\,440}$$

$$\text{Secondo} = 1^s = \frac{1^m}{60} = \frac{G}{86\,400}$$

Il secondo viene ulteriormente suddiviso in frazioni decimali.

f) Radiante

La misura di un angolo può essere espressa, anche, rapportando al raggio il corrispondente arco della circonferenza descritta da un punto qualsiasi della semiretta nella sua rotazione; questo è il *sistema analitico* (o *sistema matematico*) nel quale l'unità di misura, detta radiante, è l'angolo al centro che sottende un arco di lunghezza pari al raggio.

Essendo « 2π » il rapporto fra la circonferenza ed il raggio, si ha:

$$\text{Radiante} = 1^{\text{rad}} = \frac{G}{2\pi} = \frac{G}{6,283\,185...}, \quad R = \frac{\pi}{2}, \quad P = \pi, \quad G = 2\pi$$

Il radiante viene ulteriormente suddiviso in frazioni decimali.

g) Millesimale esatto

Ne caso, come unità di misura, si usasse la millesima parte del radiante, si avrebbe:

$$\text{Milliradiante (millesimo esatto)} = 1^{\text{mrad}} = \frac{G}{2000\pi} = \frac{G}{6\,283,185...}, \quad R = 500\pi, \quad P = 1\,000\pi, \quad G = 2\,000\pi$$

Il milliradiante viene ulteriormente suddiviso in frazioni decimali.

$$\text{Pertanto, riassumendo: } \frac{\alpha^\circ}{180^\circ} = \frac{\alpha^{\text{rad}}}{\pi} = \frac{\alpha^g}{200} = \frac{\alpha^h}{12} = \frac{\alpha^{\text{mrad}}}{1000\pi}$$

Relazioni e regole approssimate

Trasformazioni speditive di angoli

$$\alpha'' \cong 2 \cdot 10^5 \alpha^{\text{rad}}; \alpha^{\text{rad}} \cong 5 \cdot 10^{-6} \alpha''$$

$$\alpha^{\text{cc}} \cong 6 \cdot 10^5 \alpha^{\text{arad}}; \alpha^{\text{arad}} \cong 1,6 \cdot 10^{-6} \alpha^{\text{cc}}$$

$$\alpha'' \cong \alpha^{\text{cc}}/3 \cong \alpha^{\circ\circ}; \alpha' \cong \alpha^{\text{c}}/2 \cong 3,4 \alpha^{\circ\circ}$$

$$\alpha^{\text{cc}} \cong 3 \alpha'' \cong 600 \alpha^{\circ\circ}; \alpha^{\text{c}} \cong 2 \alpha' \cong 6,3 \alpha^{\circ\circ}$$

$$\alpha^{\circ\circ} \cong 0,005 \alpha'' \cong 0,0016 \alpha^{\text{cc}}; \alpha^{\circ\circ} \cong 0,3 \alpha' \cong 0,16 \alpha^{\text{c}}$$

Archi, o tangenti, sottesi alla distanza di un chilometro.

1'' sottende circa 0,5 cm

1' sottende circa 30 cm

1° sottende circa 17 m

1^{cc} sottende circa 1,6 mm

1^c sottende circa 16 cm

1^g sottende circa 16 m

1^{oo} sottende circa 1 m

1^{rad} sottende 1 000 m

1^{mr} sottende 1 m

Angoli che sottendono un arco assegnato

Per calcolare l'angolo «α» che ad una data distanza «D» sottende un arco «d» (od anche, per piccoli angoli, anche una tangente assegnata «d») potrebbe convenire, calcolare prima l'angolo in millesimi convenzionali «α^{oo}», mediante la formula:

$$\alpha^{\circ\circ} \cong \frac{d \text{ (espresso in metri)}}{D \text{ (espresso in chilometri)}}$$

Per poi trasformare il risultato nel sistema di misura desiderato.

Esempio

Calcolare in primi centesimali «i^c», la pendenza di una visuale lunga «8 200 m» con un dislivello di «25 m».

$$i^{\circ\circ} \cong \frac{25}{8,2} \cong 3^{\circ\circ} \quad i^{\text{c}} \cong 6,3 \alpha^{\circ\circ} \cong 19^{\text{c}}$$

Trasformazione, delle misure angolari, da un sistema ad un altro

Per trasformare nell'unità di misura «v» un angolo espresso nell'unità di misura «u» si utilizza la formula:

$$\alpha^{\text{v}} = \frac{G^{\text{v}}}{G^{\text{u}}} \alpha^{\text{u}}$$

Esempio

$$\alpha^{\circ\circ} = \frac{6\,400}{21\,00} \alpha'$$

Nona digressione

Accelerazione di gravità terrestre

La misura dell'accelerazione di gravità «g», in un punto posto o sulla o nei pressi della superficie terrestre, può essere eseguita o servendosi di un gravimetro assoluto o, in modo indiretto, servendosi o di un pendolo di Kater, ideato dal geodeta britannico **Henry Kater** (1777 – 1835) o di un pendolo semplice; per quest'ultimo, a patto che ci si limiti a misurare delle piccole oscillazioni, vale la formula del pendolo *matematico*:

$$g = l \frac{4 \pi^2}{t^2}$$

In cui: g = accelerazione di gravità, sulla superficie terrestre, espressa in «m • s⁻²» - l = lunghezza del pendolo espressa in metri «m» - t = periodo dell'oscillazione del pendolo espresso in secondi «s».

Utilizzando un pendolo di lunghezza «l = 2 m», all'equatore si registrerebbe un periodo d'oscillazione di «2,840 s», per cui il valore dell'accelerazione di gravità risulterebbe:

$$g = 2 \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{2,840^2} = 9,789 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Utilizzando un pendolo di lunghezza «l = 2 m», ai poli si registrerebbe un periodo d'oscillazione di «2,835 s», per cui il valore dell'accelerazione di gravità risulterebbe:

$$g = 2 \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{2,835^2} = 9,824 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Valore convenzionale g = 9,806 65 m • s⁻²

Valore approssimato g = 9,81 m • s⁻²

Equazione approssimata

Per conoscere il valore dell'accelerazione di gravità «g», in un punto posto o sulla o nei pressi della superficie terrestre, si può ricorrere a formule empiriche come la seguente:

$$\begin{aligned} g_{loc1} &= 9,780\,49 \cdot [1 + 0,005\,288\,4 \cdot \sin^2(\varphi) - 0,000\,005\,9 \cdot \sin^2(2\varphi)] \\ g_{loc2} &= [3,0855 \cdot 10^{-6} + 2,2 \cdot 10^{-9} \cdot \cos(2\varphi)] \cdot h + 7,2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(\frac{h}{1\,000}\right)^2 \\ g_{loc} &= (g_{loc1} - g_{loc2}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

In cui: φ = latitudine espressa in gradi sessagesimali «°» - h = quota espressa in metri «m».

Divagando

A casa mia si hanno i seguenti valori:

Coordinate WGS84 = 39° 13' 32,5" (39,226)

Quota 25 m (slm)

Per cui si avrebbe:

$$\begin{aligned} g_{loc1} &= 9,780\,49 \cdot [1 + 0,005\,288\,4 \cdot \sin^2(39,226) - 0,000\,005\,9 \cdot \sin^2(2 \cdot 39,226)] = 9,801\,119 \\ g_{loc2} &= [3,085\,5 \cdot 10^{-6} + 2,2 \cdot 10^{-9} \cdot \cos(2 \cdot 39,226)] \cdot 25 + 7,2 \cdot 10^{-7} \cdot \left(\frac{25}{1\,000}\right)^2 = 0,000\,077 \\ g_{loc} &= 9,801\,119 - 0,000\,077 = 9,801\,196 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \\ g &= 9,801 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

Il valore dell'accelerazione di gravità di un corpo celeste e, pertanto, anche della Terra, è dato altresì dalla:

$$g = G \cdot \frac{M_T}{r^2}$$

In cui: g = accelerazione di gravità sulla superficie terrestre, espressa in «m • s⁻²» - G = costante di gravitazione universale pari a «G = 6,67 N • s²/kg²» - M_T = massa della terra, espressa in chilogrammi «kg» - r = raggio della sfera terrestre, espresso in metri «m».

La precedente formula, opportunamente rielaborata, può essere utilizzata per una stima approssimata della massa terrestre.

$$M_T = \frac{g \cdot r^2}{G}$$

Se la Terra fosse una sfera perfetta di raggio «r = 6,371 • 10⁶ m», registrando un valore dell'accelerazione di gravità pari a «g = 9,81 m • s⁻²» (valore medio approssimato), la sua massa «M_T» sarebbe data dalla:

$$M_T = \frac{9,81 \cdot (6,371 \cdot 10^6)^2}{6,672 \cdot 10^{-11}} = 5,968 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Valore molto prossimo a « $M_T = 5,976 \cdot 10^{24}$ », stimato con procedimenti più precisi.

Approfondimenti

Il differente valore dell'accelerazione di gravità «g» che si registra fra l'equatore e i poli terrestri è dovuto essenzialmente alla differenza delle lunghezze dei due semiassi rispettivamente ed equatoriale e polare che è di circa «21 m», poco di più.

Esiste, per contro, un ulteriore parametro che incide sul valore di «g»; la Terra ruota su se stessa e, pertanto, ogni corpo presente sulla sua superficie, o nei suoi pressi, è soggetto ad una accelerazione centripeta

Se consideriamo il moto di rotazione terrestre (velocità angolare « $V_a = 7,292 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ », velocità tangenziale all'equatore « $V_t = 464 \cdot 581 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ »), oltre alla forza peso « F_p » che si avrebbe per il solo effetto gravitazionale, nel caso la Terra fosse ferma, si aggiunge la forza centrifuga « F_c » che viene percepita da tutte le masse poste o sulla o nei pressi della superficie terrestre; quest'ultimo è, infatti, un sistema di riferimento non inerziale ovvero un sistema accelerato.

La forza centrifuga « F_c » ha e lo stesso modulo e la stessa direzione della forza peso « F_p », ma ha verso opposto essendo diretta perpendicolarmente al piano orizzontale passante per un punto, ovvero verso l'esterno.

La forza peso effettiva « F_{pe} », quella registrata da una bilancia è, pertanto, pari alla somma algebrica e della « F_p » e della « F_c ».

$$F_{pe} = F_p - F_c$$

Esplicitando ogni termine dell'equazione, si ottiene:

$$m \cdot g_e = m \cdot g = m \cdot \omega^2 \cdot M_T$$

da cui, eliminando la massa «m», si ha:

$$g_e = g - \omega^2 \cdot R_T$$

In cui: g_e = accelerazione di gravità effettiva, espressa in « $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ » - g - accelerazione di gravità dovuta alla forza peso « F_p » - ω = velocità angolare di rotazione, espressa in radianti « rad » - R_T = raggio della terra, espresso in metri «m».

La differenza che si registrerebbe all'equatore, fra l'accelerazione di gravità «g» che si avrebbe se la Terra non ruotasse su se stessa e l'accelerazione di gravità realmente percepita « g_e », sarebbe:

$$g - g_e = (7,292 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 6 \cdot 378 \cdot 137 = 0,033 \cdot 878 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Pertanto, l'accelerazione di gravità effettiva « g_e » è inferiore, a quella che si avrebbe se la Terra non girasse, di circa il 0,35% all'equatore.

Indice analitico

Prefazione - - - - - 02

Paragrafi

pagina

La geodesia

Definizione di Geodesia	03
La forma della terra	03
<i>Superficie: fisica, dinamica reale, dinamica teorica, geometrica</i>	
L'ellissoide di riferimento	04
<i>Alcuni ellipsoidi storicamente importanti</i>	
L'equazione del Geoide	05
La definizioni di Datum geodetico	06
La quota ortometrica	07
Le latitudini	08

Prima digressione

I tempi antichi	09
Le dimensioni della Terra	09

La Cartografia

Definizione di Cartografia	10
La proiezioni cartografiche	10
I moduli di deformazione	10
<i>Deformazione: angolare, lineare, superficiale</i>	

Sulle proiezioni cartografiche

Premessa	12
Le proiezioni	12

Seconda digressione

La testa di Dentz e Adams	14
La rappresentazione di Mercatore	14

La rappresentazione conforme di Gauss

Una cilindrica inversa	15
----------------------------------	----

La Cartografia ufficiale italiana

La Carta d'Italia	16
-----------------------------	----

Le Carte dell'I.G.M.

La Serie 25/v.	17
La Serie 25	17
La Carta tecnica regionale	18

Le Carte

Classificazioni delle Carte	19
<i>In base alle deformazioni: conformi, equivalenti, afilattiche</i>	
<i>In base alla scala: geografiche, corografiche, topografiche, ed altre</i>	
Le diciture varie	19
La simboleggiatura cartografica.	20
La nomenclatura	21

Le curve altimetriche

Isoipse, Tinte ipsometriche

Le Isoipse	22
Rappresentazione altimetrica a tinte ipsometriche	23
Oppure	23
La genesi delle isoipse	24
Interpretazione delle isoipse	24
Esempi tratti dalla realtà	26
Uno strano schema	26

Terza digressione

Le curve isogono metriche	27
-------------------------------------	----

Il campo magnetico terrestre e le sue anomalie

Il campo magnetico terrestre	28
--	----

Quarta digressione

La Polodia	30
----------------------	----

L'orientamento delle Carte

Nord: geografico, magnetico, reticolato o quadrettatura

Premessa	31
Indicazioni varie	31

Quinta digressione

Premessa	33
Sulle misure	33
Sui campi	33
Sezioni normali e geodetiche	
a) Campo o geodetico o sferico	
b) Campo o piano o topografico	

La posizione di un punto sulle Carte

Come fare il punto	36
L'acquisizione dei dati	
La restituzione dei dati	
Le Isoipse	39
La quota di un punto	39

Le Coordinate

Le Coordinate geografiche ellissoidiche	39
Sulle Coordinate	39
I sistemi geodetici di riferimento	39
Coordinate geografiche italiane	40
Le Coordinate geografiche europee	41
Il sistema universale U.T.M.	42
Le Coordinate U.T.M.	
40	
Le Coordinate Gauss-Boaga	44

Sesta digressione

Premessa	45
<i>Esempio</i>	
<i>Il sistema e GPS e DGPS</i>	
I sistemi satellitari	46
<i>Settima digressione</i>	
Il GPS e la teoria della relatività	48
<i>Miglioramenti al Sistema GPS</i>	
Il Sistema EGNOS	49
<i>L'ultima nata all'IGM</i>	
La Serie 25DB	50
<i>Ottava digressione</i>	
La riproduzione multicolore	52
<i>Un punto di coordinate note</i>	
Ricerca dell'ingresso di una cavità	54
<i>Sugli angoli</i>	
Definizione di angolo	55
In base all'ampiezza	55
Angoli di completamento	55
<i>Sistemi di misura degli angoli</i>	
Definizione	56
Sistemi geometrici	56
a) Sessagesimale	
b) Sessadecimale	
c) Centesimale	
d) Millesimale convenzionale	
e) Orario	
f) Radiante	
g) Millesimale esatto	
Relazioni e regole approssimate	57
Trasformazioni speditive di angoli	
Archi, o tangenti, sottesi alla distanza di un chilometro	
Angoli che sottendono un arco assegnato	57
Trasformazione, della misure angolari, da un sistema all'altro	57
<i>Nona digressione</i>	
Accelerazione di gravità terrestre	58
Equazione approssimata	
Divagando	
Approfondimenti	59
Indice analitico	60